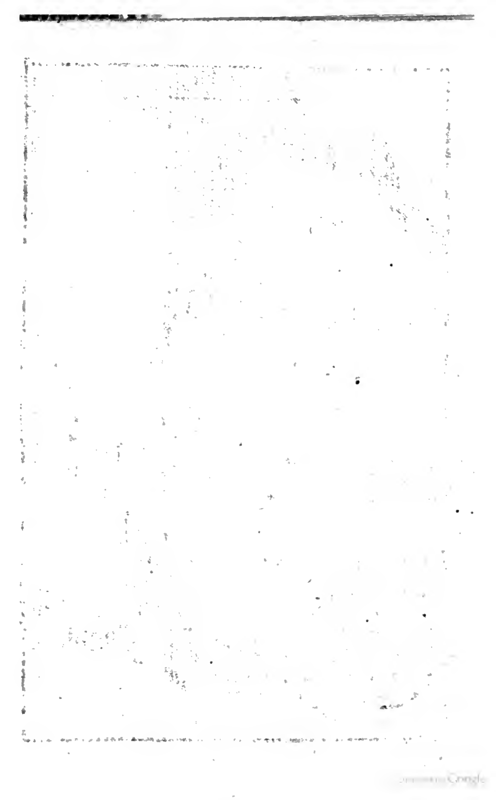











P. Tanje sculp.
NAPOLI

# HISTOIRE
## DE
# L'ACADEMIE
## ROYALE
# DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXL.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

*Tirés des Registres de cette Académie.*



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXLV.

*Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.*



# TABLE POUR L'HISTOIRE.

## PHYSIQUE GENERALE.



## ANATOMIE.



## CHIMIE.



## BOTANIQUE. 86



# TABLE

## POUR

# LES MEMOIRES.

*Théo-*

## TABLE.

# TABLE.



Qua-





# HISTOIRE
## DE
# L'ACADEMIE ROYALE
# DES SCIENCES.

*Année M. DCCXL.*

## PHISIQUE GENERALE.

### *OBSERVATIONS DE PHISIQUE GENERALE.*

I.

M R. DU GUÉ a écrit de Dieppe à Mr. de Reaumur, qu'il y a dans cette Ville un Jardin où se trouve une espèce de Limace inconnue aux Jardiniers du Païs. Elle est longue de 18 à

à 20 lignes, & à-peu-près de la forme des Limaçons * rouges qui courent ſur la terre, & n'ont point de Coquille. Elle ſe terre à la façon des Vers, & ne ſort que la nuit. Elle porte ſur la Croupe une partie ſemblable à un Ongle, placée comme il l'eſt au bout du doigt, & pour le moins auſſi dure. Tout l'Animal eſt ſi dur, qu'on a peine à le couper avec un Couteau. On l'a enfermé dans un Pot avec des Vers de terre, longs de 3 à 4 pouces, & gros comme une Plume; il s'en nourrit, quoique beaucoup moins fort qu'eux en apparence. Il met environ 4 ou 5 heures à en avaler un entierement, mais ce long tems ne lui fait point hazarder de perdre ſa proye; quand il l'a une fois ſaiſie par un bout, elle ne peut plus échaper, quelques efforts qu'elle faſſe. Il dépoſe dans la terre ſes Œufs, parfaitement ronds d'abord, & qui ne ſont qu'une petite pellicule remplie d'une humeur viſqueuſe; mais au bout de 15 jours ou un peu plus, l'humeur s'épaiſſit, la forme ronde ſe change en ovale, & la Limace éclôt comme un Poulet.

* Pag. 2. in 4.

II.

Il y a eu à Annonay en Vivarais quelques petits Tremblemens de Terre, dont Mr. Chomel de Breſſieu a envoyé la Rélation à Mr. de Reaumur.

Le prémier arriva le 30 Janvier entre 11 heures & Midi. Il dura 3 ou 4 Secondes, & après un petit intervalle il recommença preſque auſſi longtems, mais moins violemment. On ſe ſentoit comme bercé, on crut ſeulement que quelque Maiſon voiſine s'étoit ébou-

éboulée, parce qu'on entendoit un bruit à-peu-près pareil. On l'entendoit sous ses pieds quand on étoit à rès-de-chaussée, & sur sa tête, quand on étoit sur des planchers. Il n'y eut aucun desordre. Ce tremblement ne s'est point étendu au delà-de l'Isere; il n'a point été senti à Vienne, ni à Condrieux. Du côté de la Montagne il est allé jusqu'à St. Bonnet, & en Dauphiné une lieue & demie au-delà de St. Vallier. Dans les parties du Rhône qui furent secouées, les Bateaux crurent qu'ils échouoient sur des Rochers.

Le second Tremblement arriva la nuit du 14 au 15 Févr. * à 2 heures du matin, il fut plus foible que le prémier, & suivi d'un bruit que l'on prit pour du Tonnerre, mais le Ciel étoit fort sérein.

* Pag. 3. in 4.

Le troisième arriva la nuit du 20 au 21 du même mois à 3 heures ½ du matin, moins fort que le prémier, & plus que le second, précédé & suivi d'un bruit comme de Tonnerre, l'air étant fort calme. Ce bruit a duré demi-Minute, & il alloit d'Octave en Octave. On a toujours senti que la secousse commençoit du côté du Sud. Mr. de Bressieu ne croit pas qu'Annonay fût au centre du Tremblement, mais à une lieue ou environ.

III.

La nuit du 23 au 24 Février on vit vers la Rade de Toulon un Globe de feu comme violet, qui s'étant élevé peu à peu, plongea ensuite dans la Mer, d'où il se releva comme une Balle qui réfléchiroit, après quoi étant parvenu à une certaine hauteur, il créva, & répandit divers globes de feu, dont les uns

parurent tomber dans la Mer, & les autres sur les Montagnes. Le bruit qu'il fit en crévant, fut semblable pour l'éclat à celui du plus gros Tonnerre, mais comme il dura peu, il ressembla davantage à celui d'une Bombe. Ce Phénomène ne fut pas vu par des Observateurs bien exercés, & d'ailleurs la plupart eurent grande peur, & voila tout ce que Mr. le Marquis de Caumont a pu recueillir de plus certain de divers récits dont il a envoyé le résultat à Mr. de Reaumur.

CEtte année parut le Vme Volume de l'*Histoire des Insectes*, où Mr. de Reaumur finit celle des Mouches à deux Ailes, & passe aux Mouches à quatre Ailes.

Les quatre Volumes précédens doivent avoir assez accoutumé le Public à deux sortes de merveilles, à toutes les variétés, aux adresses, aux artifices des Insectes d'une part, & de l'autre à la finesse, à la sagacité, à la patience de l'Observateur, qui a dû voir ce qui étoit le plus caché, & * deviner juste ce qu'il étoit impossible de voir. Ainsi nous ne nous arrêterons sur toute cette matière qu'à ce qui peut encore avoir quelque nouveauté, & mériter d'être dit après tout ce qui l'a été déja.

* Pag. 4. in 4.

En traitant des Mouches à deux Ailes dans l'Histoire de 1738 (*a*), nous avons parlé de celles qui vont déposer leurs Œufs sous la peau de quelque gros Animal, tel qu'une Vache. Il y faut joindre celles de la même espèce

(*a*) p. 48.

pèce qui les déposent ou dans le Nés du Mouton, ou dans l'Anus du Cheval, étranges sortes de Nids, destinés pourtant à l'être par la sage Nature. Il se forme dans ces endroits des tumeurs, qui le plus souvent n'incommodent point les Animaux piqués ou blessés, & quand les Œufs des Mouches sont éclos dans ces tumeurs, il en sort de petits Vers qui n'ont qu'à se laisser tomber doucement à terre, où ils vont vivre desormais. On trouve de semblables Vers dans deux Bourses charnues qui sont près de la racine de la Langue du Cerf, & cette position a donné lieu d'imaginer que c'étoient eux qui faisoient tomber tous les ans le bois du Cerf, parce qu'ils l'avoient attaqué & rongé par sa base, dont ils ne sont pas fort éloignés.

Mr. de Reaumur se déclare hautement contre cette opinion, qui est cependant celle de tous les Chasseurs, & il la combat ayant en main des Têtes de Cerf, envoyées par Mr. le Prince de Conty, qui a été bien aise de rendre ses plaisirs utiles aux Sciences. Les Vers du Cerf bien examinés, n'ont point d'Instrumens propres à l'ouvrage qu'on leur fait entreprendre, à détruire un Bois dur, & fort épais; ils n'auroient pas même d'objet dans cette entreprise, car ils ne s'en nourriroient pas, on n'apperçoit aucunes traces, aucuns vestiges de leur prétendu travail; quoique le lieu où ils travailleroient ne soit pas loin de ces Bourses qu'ils habitent, il faudroit qu'ils s'y rendissent en perçant, en déchiquetant une assez grande épaisseur de Chairs, qui se trouvent toujours fort entières & fort saines.

Il faut donc, comme le conclud Mr. de Reaumur, qu'à l'exemple des Mouches qui vont pondre dans le Nés du Mouton, ou dans l'Anus du Cheval, celle * qui a produit les Vers du Cerf, ait été pondre dans ses deux Bourses charnues, & pour cela qu'elle soit entrée par ses Narines, & ait suivi une route qu'il est bien aisé de marquer. Elle n'aura pas non plus trouvé de difficulté au retour. A ce compte les Bourses du Cerf ne sont faites que pour loger des Vers qui lui sont parfaitement étrangers, & cette destination paroît d'autant plus naturelle que le Cerf n'est point incommodé. Notre imagination aimeroit mieux qu'il souffrît; cela paroitroit un accident.

* Pag. 3. in 4.

Après les Mouches à deux Ailes viennent celles à quatre Ailes, qui occupent tout le reste de ce V^me Volume.

Plusieurs de leurs espèces ont commencé par être des Chenilles que Mr. de Reaumur a nommées *fausses* (*a*); les vrayes Chenilles seroient devenues Papillons, & non pas Mouches.

Entre les Mouches à quatre Ailes, les prémières qui s'attirent ici une attention particulière, sont des Mouches d'un fort petit volume, appellées par Mr. de Reaumur *Mouches à Scie*, parce qu'effectivement elles ont à leur partie postérieure une Scie dont elles se servent pour faire des entailles à une petite branche, comme celle d'un Rosier, & y creuser un petit Nid où elles mettront leurs Œufs en sureté. On reconnoit les Mâles de l'espèce à ce qu'ils n'ont point cet Instrument, qui leur

(*a*) V. l'Hist. de 1736. p. 44.

leur seroit inutile. Une pression un peu adroite le fait sortir du corps des Femelles, mais il est aisé de juger qu'on ne le verra bien qu'en s'aidant beaucoup de la Loupe ou du Microscope.

On connoit la construction de nos Scies, & la manière dont elles agissent. La Scie de nos Mouches est d'une construction plus compliquée, & expédie beaucoup plus d'ouvrage, les proportions gardées. Elle n'a rien de commun avec les nôtres que la disposition des Dents, sans quoi elle ne seroit pas Scie; du reste elle est double, composée de deux, dont l'une peut aller d'un sens, & l'autre du sens opposé, en avant ou en arrière, quand l'autre va en arrière ou en avant; des Muscles auxquels elles sont attachées, rendent l'Animal maitre d'exécuter à la fois ces deux mouvemens * De plus la Scie totale est une Rape par ses deux grandes & longues faces opposées qui dans nos Scies ne sont que plattes & unies, & l'on voit assez combien cela doit contribuer à user promptement le bois sur lequel la Mouche travaille, & à y faire le creux dont elle a besoin. Enfin la Scie a une pointe tranchante dans le bout par où elle doit commencer l'incision.

* Pag. 6. in 4.

Assez souvent les Œufs sont logés chacun à part dans sa petite cavité, & si l'on apporte à ces sortes d'objets des yeux tels qu'ils les demandent, on voit sur une branche de Rosier une suite de petites entailles arrangées à-peu-près sur la même ligne droite, & séparées les unes des autres par de petits intervalles. Que l'on ouvre chacune de ces en-

tailles, on y trouvera un Œuf de la Mouche à Scie. Mais se seroit-on avisé de soupçonner qu'il pût y avoir du mistère jusque dans les intervalles qui séparent les entailles? On ne daigneroit pas y faire la moindre réflexion, cependant il y a là du dessein & de l'entente. Les Œufs disposés dans ces entailles croitront, ce qui n'est pas ordinaire à des Œufs, ils ouvriront davantage les entailles, & par conséquent il a été bon de les tenir un peu éloignées les unes des autres.

Il y a toute apparence que ces Œufs tirent leur nourriture de la Plante où ils ont été déposés, & que c'est cela même qui détermine le choix de la Mère Mouche en faveur de certaines Plantes. Elle préfère ordinairement le Rosier.

Quelquefois ces Mouches pondent plusieurs Œufs dans une même cavité, & les y arrangent proprement & agréablement par paires à droite & à gauche d'une même ligne.

Il arrive aussi qu'il y ait deux couches d'Œufs l'une sur l'autre. Alors ils ne laissent pas encore tous de croitre. Ceux de la couche posée immédiatement sur le bois, & qui en tirent de l'aliment, doivent donc en transmettre aussi à ceux de l'autre couche. Cela, quoiqu'un peu plus difficile à concevoir, est bien éloigné de passer les forces industrieuses de la Nature.

Les Cigales sont des Mouches à quatre Ailes, sans comparaison * plus grosses que celles à Scie. On n'en voit guère que dans les Païs chauds, tels que le Languedoc & la Provence, & Mr. de Reaumur n'en a pu a-

* Pag. 7. in 4.

voir

voir que de mortes, mais d'ailleurs si bien conditionnées, qu'il en a pu reconnoitre différentes espèces, distinguer le Sexe, & faire les fines dissections de parties qui lui sont devenues familières sur ces petits sujets. Il n'est pas possible de lui en conserver le mérite dans des Extraits nécessairement fort superficiels.

Il y a longtems que les Cigales sont fameuses par leur chant, qui cependant n'en est guère un. Il n'appartient qu'aux Mâles, ainsi que chez les Oiseaux. Peut-être ces Chants servent-ils à mettre les Fémelles dans les dispositions ou les Mâles seront bien aises de les trouver; car il n'y a pas beaucoup d'apparence qu'elles soient appellées par ces chants, & ailleut se présenter, les Fémelles sont ordinairement plus réservées, & celles des Vers luisans, qui par leur lumière avertissent leurs Mâles de l'endroit où elles sont cachées, ne font du moins aucun pas vers eux.

Les Instrumens qui exécutent le prétendu chant des Cigales, n'avoient pas encore été découverts, leur position seule les eût cachés, ils sont sous le Ventre, & les Cigales sont réellement *Gastri-mythes*, ou *Ventriloques*. Pour dire en un mot ce qui par sa nature demanderoit une description très ample & très détaillée, c'est une espèce de Tambour ou de Timbale. Dans le moment que la Peau du Tambour est frappée, elle s'enfonce un peu à l'endroit du coup, se relève aussitôt après par son ressort, & on l'a tendue le plus qu'on a pu, afin que ce ressort causât des vibrations plus promptes & plus vives, telles qu'il les faut pour la production du Son. Ce son est

fortifié par une infinité de réflexions soudaines qui se font dans la cavité de la Caisse du Tambour. Les mêmes principes, mais avec une disposition de Machine contraire, sont mis en œuvre pour le chant de la Cigale. Une Membrane recouvre une cavité, & un Muscle attaché à la surface intérieure de cette Membrane la tire en dedans, elle retourne en dehors par son ressort, & ses vibrations font * le son. C'est le Tambour frappé par dedans. Cela est si vrai, que Mr. de Reaumur a eu le plaisir de faire chanter une Cigale morte.

* Pag. 8. in 4.

Ce chant, tout imparfait qu'il est, a besoin dans la Cigale Mâle d'un prodigieux appareil de Méchanique, & on ne voit pas avec moins de surprise celui qui est nécessaire dans la Cigale Femelle pour faire agir une Tarière avec laquelle elle va percer sur des branches d'Arbres des trous où elle dépose ses Œufs; la ressemblance des deux Méchaniques par le grand art qui y est employé, pourroit aider à croire qu'elles ont toutes deux le même objet, la génération, qui de toutes les opérations des Animaux paroit être la plus précieuse à la Nature.

La Tarière des Cigales est une double Lime dont les deux lames égales & parallèles ont un jeu alternatif, au-lieu que dans les Mouches dont nous avons parlé auparavant, l'Instrument analogue est une double Scie. Ces Mouches ne pondent que sur des Branches fraiches & pleines de suc, les Cigales sur des Branches seches. Apparemment les unes savent que leurs Œufs auront besoin de se nour-

nourrir, les autres qu'un suc étranger leur nuiroit. Les Cigales ont quelque conformité avec ces autres Mouches dans la manière d'arranger & d'aligner assez bien sur un même côté d'une Branche les entailles qu'elles y font, mais elles ont soin de les couvrir de quelques petites fibres du bois qu'elles n'ont détachées qu'à moitié, afin que les petits Vers qui éclorront, puissent se glisser aisément par dessous, & sortir, & au contraire ces autres Mouches n'ont point recouvert leurs entailles, parce qu'elles savoient que leurs Œufs en croissant, les élargiroient suffisamment, & que les petits ne trouveroient nul obstacle à leur sortie. On employe malgré soi dans toute cette matière des expressions impropres de connoissance & de prévoyance. On peut croire, car on ne le sait pas encore exactement, que la Cigale pond jusqu'à 6 ou 700 Œufs.

Mr. de Reaumur n'a pu encore parvenir à voir éclorre * des Œufs de Cigale, mais il en a eu des Nimphes, où il a très distinctement reconnu ces deux Instrumens principaux qui appartiennent l'un au chant, l'autre à la ponte, & toujours l'un sans l'autre, de sorte que la différence des Sexes étoit bien marquée dans les Nimphes mêmes.

* Pag. 9. in 4.

Elles ont encore une propriété, elles ne sont pas privées de mouvement & d'action. Un bon Observateur a écrit de Languedoc à Mr. de Reaumur, qu'il avoit trouvé des Nimphes de Cigale qui avoient pénétré sous terre jusqu'à la profondeur de 3 pieds, & cela malgré de l'argile qu'elles avoient rencontrée.

Il

Il eſt vrai qu'on ſoupçonnoit qu'elles l'avoient mouillée pour la percer plus aiſément.

Après tous ces Inſectes, qui ne ſont que les principaux de ceux que Mr. de Reaumur a traités, & qui pour la plupart étoient fort inconnus, il vient enfin aux fameuſes Abeilles, qui ne laiſſent pas d'être encore aſſez peu connues. Ce n'eſt pas qu'on ne les ait regardées de tout tems avec admiration, ce n'eſt pas que dans ce dernier Siècle, où l'on ſait mieux voir que jamais, d'habiles Obſervateurs, tels que Mrs. Swammerdam & Maraldi (a), ne les ayent étudiées avec ſoin; c'eſt qu'il y a beaucoup à voir chez elles, & que cette merveilleuſe induſtrie dont on les loue tant, elles ſemblent l'employer en grande partie à ſe dérober à nous. Nous ſommes à leur égard, dit Mr. de Reaumur, comme un Homme qui, placé au haut d'une Tour, verroit en bas une grande Place d'une Ville ou tout un peuple ſeroit en mouvement & en agitation, que pourroit-il deviner des deſſeins, des intentions de cette multitude? combien ſes conjectures ſeroient-elles fautives ou courtes? Auſſi le Spectateur, pour ſe rendre le ſpectacle plus commode, & y mieux démêler les objets, s'eſt-il aviſé de rebâtir la Place de la Ville d'une manière qui lui convint, c'eſt-à-dire, que non ſeulement aux Ruches ordinaires couvertes de paille, on a ſubſtitué des Ruches vitrées, qui laiſſent voir ce qui ſe paſſe au dedans, mais Mr. de Reaumur a extrêmement perfectionné cette invention, en imaginant de nouvelles conſtructions de Ruches

(a) V. l'Hiſt. de 1712. p. 6, & ſuiv.

ches vitrées, & différentes * constructions, qui toutes sans nuire au travail des Abeilles, & sans leur déplaire, car elles sont délicates, les exposassent aux yeux plus aisément, & différemment selon les desseins que l'on auroit.

* Pag. 10. in 4.

Toutes les Ruches ordinaires sont coniques, & les Païsans ont trouvé par un long usage, ou rencontré heureusement par hazard, une figure qui plaît aux Abeilles. Elles aiment le chaud, & quand elles commencent à habiter une Ruche où elles sont encore en petit nombre, elles ne manquent pas de s'aller établir au haut de ce Cone creux, où elles se tiennent souvent serrées les unes contre les autres, pour s'échauffer. A mesure qu'elles se multiplient, elles viennent en bas, où un plus grand nombre augmente la chaleur à proportion. Mais là elles sont fort difficiles à observer malgré la transparence du Cone vitré, elles font de gros groupes ronds & fort épais, où l'on ne discerne rien. De plus, comme leurs Gâteaux de Cire, parallèles entre eux, sont en grand nombre, à cause de la grande épaisseur de la Ruche, elles ne cessent d'aller & venir dans les intervalles, où l'on ne sait ce qu'elles font.

Une Ruche, qui ne seroit qu'une espèce d'Armoire fort large & fort peu profonde, conviendroit beaucoup mieux à l'Observateur. Les Abeilles n'y pourront plus former de ces gros groupes si incommodes, elles seront obligées à s'étaler selon la largeur de la Ruche, & le peu d'épaisseur ne leur permettant que d'y faire peu de Gâteaux, deux seu-

seulement si l'on veut, elles ne se perdront plus tant, à beaucoup près, dans leurs intervalles. Mais les Abeilles pourroient n'aimer pas un séjour qui les exposeroit & au froid, & aux regards des Curieux.

Pour concilier tout en prenant un Milieu, Mr. de Reaumur a imaginé des Ruches Piramidales composées de quatre plans Triangulaires, dont deux opposés fussent beaucoup plus étroits que les deux autres. Cette figure réunit suffisamment les avantages réciproques du Cone & de l'Armoire platte.

L'Inventeur y ajoute encore beaucoup d'élégances utiles. * La Piramide toute vitrée est divisée en étages, qui sont pour le moins au nombre de trois, & dont chacun a ses quatre faces, inégales deux à deux, couvertes d'un Volet de bois qui s'ouvre & se ferme, de-sorte qu'on peut voir les Abeilles travailler à telle hauteur de la Ruche & à tel endroit de cette hauteur que l'on veut, sans les inquiéter dans tous les autres endroits. Il y a plus, ces différens étages peuvent se séparer, & l'on aura entre ses mains une portion de l'ouvrage des Abeilles toute faite, tandis qu'elles travailleront encore au reste, ou réciproquement une portion commencée que l'on comparera aux autres, ce qui ne peut manquer d'avoir de grands usages pour l'observation.

* Pag. 1. in 4.

Ce n'est pas cependant que Mr. de Reaumur s'en tienne absolument dans sa pratique à la Ruche Piramidale. Il conserve l'Armoire platte, & y ajoute même une Tour quarrée qu'il a imaginée pour certaines occasions.

Un

Un bon Observateur a tant de vues différentes, il a si souvent besoin de s'assurer si telle ou telle conjecture est vraie, qu'il ne peut avoir trop d'Instrumens différens pour satisfaire à tout. On diroit qu'il y a ici un combat d'industrie entre des Insectes & un Philosophe.

Tout cela ne donne encore que le moyen de voir les Abeilles mieux qu'on ne les verroit dans les Ruches ordinaires, mais malgré ces nouvelles commodités on ne verroit que plusieurs Milliers de Mouches renfermées dans un fort petit espace, où elles voltigeroient sans cesse avec beaucoup de vivacité, & se perdroient continuellement les unes dans la foule des autres. Eût-on cru possible de parvenir à les voir dans un état si tranquille qu'on les compteroit une à une comme les Moutons d'un Toupeau, & qu'on les examineroit chacune séparément tout à son aise, & tant que l'on voudroit? Mr. de Reaumur en a trouvé le secret qui d'abord doit paroitre peu ingénieux & cruel, c'est de noyer toutes les Abeilles d'une Ruche. Il est vrai qu'on les aura bien alors en sa disposition, mais outre la cruauté qu'on aura exercée sur un grand peuple, qu'il est difficile de ne * pas affectionner un peu, on l'aura perdu, & ce n'est pas l'intérêt du Possesseur, ni même de l'Observateur. Aussi Mr. de Reaumur n'a-t-il pris cet expédient qu'après s'être bien assuré que les Abeilles noyées revenoient à la vie parfaitement telles qu'elles avoient été, & c'est avec raison qu'il n'appelle cela que les *baigner*.

* Pag. 12. in 4.

Les Abeilles baignées sont mortes en apparence au bout de 3 ou 4 Minutes au plus, &

& elles peuvent foutenir cet état peut-être pendant 20 heures, & revivre enfuite parfaitement. Il ne fait pas encore au jufte quelle peut être la plus longue durée de cette fauffe mort, mais toujours il eft bien certain qu'elle donne tout le loifir néceffaire pour les compter, pour s'affurer précifément du nombre des Abeilles Fémelles ou Reines, s'il y en a plufieurs, du nombre des Abeilles fans fexe, de celui des Mâles ou Bourdons, car on fait d'ailleurs que les différentes figures en font fort reconnoiffables. On pourra anatomifer tranquillement & fans crainte de l'Aiguillon celles qu'on voudra; enfin il eft aifé d'imaginer en général quel avantage ce fera que de s'être rendu abfolument maitre d'une Nation auffi intraitable.

On peut perdre les Abeilles en les baignant, à moins que d'y apporter certaines précautions, & quelquefois fi délicates, que l'expérience feule les enfeigne. Par exemple, l'opération fe fait en plongeant une Ruche de haut en bas dans un Tonneau où il y a de l'eau à la même hauteur dont eft la Ruche; & pourvu qu'il y en ait à cette hauteur, il ne paroit nullement important qu'il y en ait d'ailleurs plus ou moins. Il y va pourtant de la vie des Abeilles. S'il n'y a dans le Tonneau que l'eau néceffaire pour y plonger la Ruche, les Abeilles feront véritablement noyées; s'il y a confidérablement plus d'eau, elles revivront. La caufe de cette différence, qu'apparemment on n'auroit pas prévue, c'eft que l'eau en entrant dans la Ruche, prend toujours une teinture de Miel, qu'elle la

prend

prend plus forte si elle est en plus petite quantité, qu'alors elle bouche les Stigmates par où les Abeilles doivent prendre l'Air, & les bouche de manière qu'ils ne se * peuvent plus ouvrir, ce qui n'arrive pas quand la même quantité de Miel s'est répandue sur une quantité d'eau beaucoup plus grande.

* Pag. 13. in 4.

Comme après avoir baigné les Abeilles on les essuie & on les échauffe pour les ranimer, il faut bien prendre garde de ne les échauffer qu'après les avoir parfaitement essuiées, car il arriveroit encore que des gouttelettes d'eau restées dans les Stigmates les fermeroient à l'Air.

Dans l'espèce de résurrection des Abeilles, c'est la Trompe qui reprend du mouvement la prémière, ensuite les Jambes, & en peu de Minutes tout est expédié. L'accident qui leur est arrivé ne laisse aucune trace, & c'est un bonheur pour les observations.

Nous supprimons plusieurs autres choses, mais moins singulières, qui appartiennent à l'art d'observer employé par Mr. de Reaumur. Il nous suffit d'en avoir rapporté les principales, & prévenu le doute où l'on seroit peut-être en quelques occasions, qu'il pût avoir tant & si bien vu. Nous ne donnerons plus que les résultats les plus considérables de ses découvertes, en nous abstenant même, quoiqu'à regret, des fins détails, tant de l'Anatomie du Corps des Abeilles, que de la composition de leurs Ouvrages.

Elles vont prendre le Miel dans le fond des Calices des Fleurs, au moins de certaines Fleurs, où de savans Botanistes moder-

nes commencent à découvrir soit des Glandes, soit des Réservoirs destinés à préparer ou à contenir cette liqueur. On voit les Abeilles la prendre avec leur Trompe, & rien n'a été plus naturel que de croire qu'elles la suçoient par le moyen de cette Trompe qui seroit percée à son bout; mais Mr. de Reaumur ne croit pas qu'elle le soit, ni par conséquent Pompe aspirante comme elle l'eût été. Selon lui cette Trompe, dont la construction est beaucoup plus compliquée & plus merveilleuse que l'on ne pensoit, est une espèce de Cilindre solide enfermé dans un Etui que forment deux pièces qui se peuvent séparer jusqu'à un certain point; il y a, ou il peut y avoir entre le Cilindre & l'Etui, un * vuide, & le Cilindre par de petites inflexions qu'il se donne, fait entrer la liqueur dans ce vuide, & par cette action continuée, la conduit dans une Bouche que l'on ne connoissoit pas encore à l'Abeille. Une partie de son Miel est pour sa nourriture, l'autre elle la rejette hors de son Corps, où elle n'est entrée que pour être transportée à la Ruche, & là deposée dans les Alvéoles pour nourrir, soit les petits Vers qui y éclorront, soit les Abeilles elles-mêmes, dans les tems où elles ne sortent pas.

* Pag. 14 in 4.

La Cire, autre production des Abeilles, sert aux Bâtimens qu'elles construisent. Tout le monde connoit les Poussières des Etamines des Fleurs, qui, selon les plus grands Botanistes modernes, sont nécessaires pour féconder les Graines; les Abeilles vont recueillir ces Poussières lorsqu'elles sont sorties des Capsu-

ſules qui les contenoient, & ſe ſont ouvertes, & ſouvent elles hâtent par quelques coups de dent, car elles en ont deux, l'ouverture des Capſules. Elles ont trois paires de Jambes, dont la prémière enlève avec beaucoup d'activité ces grains très fins, & s'en charge pour les tranſmettre à la ſeconde paire qui les reçoit, n'ayant pas laiſſé de travailler auſſi de ſon côté, & delà les petits grains ſont livrés à la troiſième paire, dont chaque jambe ſe termine par une eſpèce de Cuiller ou Palette aſſez profonde pour recevoir ce qui y ſera renvoyé, & ne le pas laiſſer échaper quand l'Abeille s'envolera ailleurs. Il y a toute apparence que pendant tout ce mouvement de la recolte des Pouſſières, l'Abeille en paîtrit les grains enſemble, les lie, & même y fournit quelque ſuc. Auſſi Mr. de Reaumur ne croit-il pas que les Pouſſières ſoient la Cire, mais ſeulement la matière à Cire.

La recolte n'en ſeroit pas ſuffiſante ſi les Abeilles n'y employoient que leurs ſix Jambes, elles y employent tout leur Corps, c'eſt-à-dire, une infinité de Poils aſſez longs & aſſez forts, dont tout leur Corps eſt hériſſé, ſans en excepter même leurs milliers d'Yeux. Tous ces Poils ſe chargent de Pouſſières qu'il leur eſt fort facile d'accrocher partout, & quand il arrive que deux Abeilles ont pris beaucoup de * Pouſſières chacune d'une différente Fleur, & que les deux Fleurs avoient des Pouſſières d'une couleur différente, ce qui n'eſt pas rare, on voit les deux Abeilles vêtues de deux différentes couleurs. Les Abeilles chargées ainſi de matière à cire

* Pag. 15. in4.

sur tout leur corps, outre les deux pelottes qu'elles ont à leurs deux dernières Jambes, s'en retournent à la Ruche, où leurs Compagnes leur aident à se soulager de leur fardeau, & font tomber la matière à cire de leurs poils, soit en lechant avec leur Trompe, soit en les *brossant* avec des espèces de Brosses qu'elles ont à leurs Jambes; quelquefois les Abeilles, qui avoient leurs Poils chargés, ont prévenu ce soin, & en se brossant elles-mêmes très adroitement, ont fait passer la Cire de leurs Poils aux deux petites cavités de leurs dernières Jambes.

Les Abeilles, excellentes ouvrières, & si bien pourvues d'Instrumens propres à leurs ouvrages, sont aussi très bien armées; leur Aiguillon est tres connu, mais beaucoup plus par ses effets que par son admirable structure, telle que Mr. de Reaumur l'a développée. Il n'est pas simple comme il le paroit, ce sont deux Aiguillons enfermés dans un même Etui assez composé lui-même; il est très probable qu'ils agissent alternativement & se relayent, ce qui ne fait l'apparence que d'un seul qui piqueroit toujours. L'Aiguillon n'est pas uniquement un Instrument à percer, c'est aussi un tuyau creux qui conduit & jette dans l'endroit percé une liqueur empoisonnée qui s'y fait bientôt sentir.

Mr. de Reaumur a fait si curieusement des épreuves de ce Poison, qu'il les a poussées jusqu'à en gouter avec sa Langue. Il est caustique, la douleur qu'il cause est assez vive pendant quelques instans, mais de peu de durée. On s'y accoutume, & quelques per-

son-

sonnes où n'en sentent plus rien, ou peut-être étoient de tempérament à n'en sentir jamais presque rien. Il peut y avoir eu des Contrepoisons, ou en général des Remèdes qui ont été fort vantés pour avoir été appliqués dans des cas où l'on supposoit un mal qui n'existoit point.

L'Abeille se nuit presque toujours à elle-même incomparablement * plus qu'à l'Animal qu'elle pique, du moins si cet Animal est un Homme. Non seulement elle perd son Aiguillon qui restera dans la playe, & elle ne pourra plus piquer, mais si on l'oblige à se retirer brusquement, ce qui est ordinaire, elle déchirera, en se retirant ainsi, des parties auxquelles tient l'Aiguillon, & principalement une assez grosse Vésicule où le poison est renfermé. Ce Vaisseau, qui apparemment répond à notre Vésicule du Fiel, étant arraché, ouvert, & sa liqueur épanchée dans le corps de l'Abeille, elle meurt. Aussi paroit-il qu'elles ne se déterminent pas trop légerement à piquer, & à exercer une vengeance qui leur couteroit tant.

* Pag. 16. in 4.

L'Aiguillon laissé dans une playe par l'Abeille, a une propriété qui surprend d'abord, on le voit s'enfoncer de lui même, quoique privé de l'Animal qui le mettoit en action. Il a ce mouvement que des parties d'Insectes coupées, une Queue de Lézard par exemple, conservent encore.

Telles sont les principales parties & les plus visibles des Abeilles, celles du moins qui exécutent les actions dont on a été le plus frappé. Nous avons parlé assez au long

en 1739 (a) de leurs admirables Gâteaux ou Rayons de Cire, admirables même pour les Géomètres modernes. Sera-ce diminuer la merveille que de rapporter ici que les Alvéoles ne sont pas tous de l'égalité parfaite dont nous les avons supposés ? ou plutôt n'augmenterons-nous pas cette merveille, quand nous dirons qu'il y a une raison indispensable pour l'inégalité ? Les Bourdons, seuls mâles des Abeilles, sont beaucoup plus gros qu'elles, ils viennent de Vers plus gros aussi, & à qui il faut de plus grands Nids, & comme le nombre des Bourdons est petit par rapport à celui des Abeilles ordinaires, il y a peu d'Alvéoles qui excèdent les autres en grandeur.

Il y en a aussi qui ne sont pas parfaitement exagones, mais on s'apperçoit que cette irrégularité est réparée peu à peu & comme par dégrés dans les Alvéoles voisins. Peut-être une Abeille moins appliquée à son travail, aura fait une faute que les autres sauveront
* Pag. ensuite le mieux qu'il se pourra. * Il est de
17. in 4. l'honneur des Abeilles de faire des fautes, cela les rapprochera de nous.

Elles commencent toujours un Alvéole par cette base piramidale dont nous avons tant parlé en 1739, elles élevent sur ce fondement tout le reste du petit édifice, non qu'il soit achevé par la même Abeille qui l'a commencé, ce sera-là l'ouvrage de quelque autre, ou de plusieurs autres, & en même tems sur cette prémière base piramidale formée, d'autres

(a) P. 40. & suiv.

tres Abeilles en établiront une autre qui appartiendra à la face opposée du Gâteau. Il faut se représenter un nombre prodigieux d'Abeilles qui travaillent en même tems, dont chacune ne travaille que peu de tems de suite à un même ouvrage, qui se succedent incessamment les unes aux autres avec une extrême rapidité, & entrent si bien dans le dessein de ce qu'elles trouvent déja fait, que l'ouvrage total va aussi vite que s'il avoit été exécuté par des Ouvriers sédentaires & non interrompus chacun dans son Attelier.

Malgré ce grand amour des Abeilles pour le travail, malgré leur grande activité, il est vrai que dans les Ruches bien peuplées, on en voit toujours de gros groupes qui se reposent, se tenant accrochées les unes aux autres par leurs pattes. Peut-être le nombre de celles qui sont en action, n'est-il pas plus grand, mais assurément celles-ci prennent un repos qu'elles ont bien acheté.

Le grand travail des Abeilles est d'aller à la Campagne faire la recolte du Miel & de la Cire. Dans les beaux jours, & qui leur sont favorables, on en voit à tout moment un grand nombre qui sortent de la Ruche pour cette recolte, & un grand nombre qui y rentrent chargées de leur butin. Mr. de Reaumur a jugé par des observations très attentives & bien réitérées, & on croira aisément qu'elles devoient l'être, qu'il rentroit dans une Ruche bien conditionée 100 Abeilles à chaque Minute, & cela pendant toute la journée. Il savoit d'ailleurs que sa Ruche contenoit bien 18000 Abeilles, & en ne sup-

posant cette journée que de 14 heures seulement, il étoit donc rentré dans la Ruche pendant ce * tems-là 84000 Abeilles, & comme elle n'en contenoit que 18000, chaque Abeille étoit allée à la campagne 4 fois & $\frac{2}{3}$, on voit assez le sens de cette fraction. Des Abeilles qui auront fait 4 ou 5 voyages hors de la Ruche, & souvent dans des lieux assez éloignés, méritent bien de se reposer, & on doit présumer qu'elles ne sont pas moins actives & moins laborieuses dans la Ruche même.

* Pag. 18. in 4.

Un de leurs principaux soins est de ménager la Cire. Les fonds piramidaux de leurs Alvéoles sont déja tels par leur figure, comme on l'a vu, qu'ils forment tous ensemble un fond commun aux deux faces opposées du Gâteau, ce qui est déja l'épargne d'un fond, mais de plus elles veulent que les parois, les six pans de leurs Alvéoles leur dépensent le moins de Cire qu'il soit possible, elles les font aussi minces que le papier le plus fin. Elles ne se piquent pas de les mettre d'abord dans cette perfection, elles les font plus massifs, plus grossiers, & comme à la hâte, mais après celles qui les ont laissés en cet état, il en vient d'autres qui en enlevent toute la Cire superflue, dont elles sauront bien faire usage.

Mais qu'est-ce enfin que cette Cire si précieuse? comment a-t-elle été formée? Il est bien sûr qu'elle l'a été des Poussières des Etamines recueillies, ramassées sur différentes Fleurs; mais ces Poussières bien examinées, ne paroissent avoir rien de commun avec la Cire,

Cire, & une différence essentielle, qu'on ne peut faire disparoître par aucune opération, & qui nous suffit ici pour représenter toutes les autres, c'est que les Poussières ne peuvent jamais se fondre au feu, comme la Cire, & qu'elles ne font qu'y bruler. Un grand nombre de tentatives inutiles, quoiqu'ingénieuses, que Mr. de Reaumur a faites sur ce sujet, l'ont conduit à croire que les Poussières devoient prendre dans les Intestins des Abeilles une préparation particulière, & après cela il n'est pas étonnant que tout l'Art de la Chimie ne puisse avec des Poussières faire de la Cire, puisqu'assurement il ne parviendroit pas à faire du Chile avec toutes les matières végétales ou animales que nous prenons pour nourriture.

* Il faut donc que les Abeilles fassent entrer les Poussieres dans l'intérieur de leur corps, & Mr. de Reaumur en convient d'autant plus volontiers qu'il leur a découvert, ainsi qu'il a été dit, une Bouche jusqu'à présent inconnue. Il est certain qu'avec leur Trompe, eût-elle même été percée, elles n'eussent pas avalé les Poussières. Il y a encore plus; outre la Bouche, Mr. de Reaumur a vu une Langue dont les mouvements sont très vifs, qui paîtrit les Poussières, & les humecte de quelque liqueur propre à leur donner une prémière préparation. Elles recevront la dernière dans les entrailles des Mouches, qui après en avoir tiré les sucs conveuables à leur nourriture, rejetteront par leur Anus les féces de ces sucs, & de plus tiendront en reserve, & re-

* Pag. 19. in 4.

rejetteront par la Bouche quand elles voudront, une autre matière, qui sera la Cire extraite des mêmes Poussières.

Selon cette idée, les Abeilles feront assez peu de Cire, & il semble que ce soit-là une difficulté; c'est au contraire une confirmation. Mr. de Reaumur ayant pesé un petit nombre de ces pelottes de Cire brute que les Abeilles apportent dans les Cuillers de leurs dernières Jambes, a trouvé que pendant les 7 ou 8 mois de recolte il devoit entrer dans sa Ruche de 18000 Abeilles plus de 100 livres de cette Cire, & cependant quand on viendra à vuider la Ruche, à peine y trouvera-t-on 2 livres de Cire véritable. Que sont devenues les 98 autres livres? le peu de Cire qu'elles font avec une très grande quantité de matière, paroît être une des plus raisonnables causes de leur avarice.

Elles n'ont garde de prodiguer la véritable Cire en l'employant à des usages grossiers, tels que celui de bien luter leur Ruche, tant pour y conserver la chaleur qu'elles aiment, que pour en défendre l'entrée à des Insectes ennemis. Elles se servent alors d'une matière appellée *Propolis*, *avant-ville*, *défense de la ville*. C'est une Résine très différente de la Cire, elle se durcit beaucoup avec le tems, & peut toujours être ramollie par la chaleur. On ne sait pas trop surement sur quels Arbres elles la vont prendre. Comme elles en prennent * beaucoup moins que de Cire brute, l'observation en est à proportion plus difficile. Un hazard heureux a fait voir à Mr. de Reaumur une Abeille qui revenoit chargée de Propolis,

* Pag. 10 in 4.

lis, & les longs & pénibles efforts que fit une autre Abeille pour détacher avec ses dents cette matière tenace des Pattes de celle qui l'apportoit.

Il a vu aussi dans une Ruche vitrée où les Carreaux de verre étoient collés à l'ordinaire aux Chassis de bois avec des bandes de papier, que les Abeilles ne cesserent de ronger ces bandes, & parvinrent enfin à les détruire entierement, pour mettre en la place leur propolis, à laquelle seule elles pouvoient se fier.

En voici encore un usage plus remarquable par sa singularité. Il entre quelquefois dans la Ruche des Animaux, tels que des Limaces ou des Limaçons ; ils pourront être bientôt expédiés par une infinité d'Aiguillons qui les attaqueront à la fois, mais comment emporter hors de la Ruche ces gros Cadavres, dont la mauvaise odeur seroit ou un poison, ou une extrême incommodité ? on les embaume avec de la propolis.

Le Miel & la Cire, qui sont les deux alimens des Abeilles, le sont assez différemment. Le Miel l'est déja dans l'état où il est pris sur les Fleurs, & ce que les Abeilles en prennent de plus qu'il ne faudroit pour le besoin actuel, elles vont le dégorger à la Ruche pour les besoins à venir, auxquels il n'est apparement que plus propre, parce qu'il a passé par les Viscères de la Mouche. Mais quand la Cire brute a passé par ces Viscères, elle y a laissé tout ce qu'elle avoit de nourricier pour l'Abeille, & le reste étant dégorgé, ne peut plus servir qu'à la construction des Bâtimens.

Les Alvéoles ne sont pas seulement desti-

nés à loger un petit Ver, chacun à part, mais encore à contenir le Miel dont les Abeilles ſubſiſteront, ſoit pendant l'Hiver, ſoit dans les mauvais tems de l'Eté. Ceux qui compoſent ce Magaſin de l'Etat ſont en grand nombre, ils ſont fermés par un couvercle de Cire aſſez bien arrondi. Les Abeilles conſtruiſent ce * Couvercle en faiſant d'abord à l'ouverture du tuyau exagone un rebord qui ſuit les ſix côtés, enſuite en appliquant un ſecond intérieur & plus petit, & toujours ainſi juſqu'à la fin, où il n'y a plus qu'un point, centre de l'exagone.

* Pag. 21. in 4.

Les Alvéoles ſont exactement pleins, ce qui eſt bien du génie des Abeilles, & comme ils ſont ordinairement dans une poſition horiſontale, puiſque les Gâteaux, auxquels ils ſont perpendiculaires, ſont verticaux, il ſemble que quand on ôte un Couvercle, le Miel devroit ſortir d'un Alvéole bien plein, & tomber, ce que les Abeilles auroient eu tort de ne pas prévoir. Mais la vérité eſt que le Miel ne tombe point, un Alvéole eſt toujours ſi étroit, & le Miel ſi gluant, que ſon adhéſion aux parois de l'Alvéole ſuffit pour le ſoutenir.

Venons préſentement au gouvernement des Abeilles, à cette République qu'elles compoſent, ſi vantée dans tous les tems.

La République eſt formée de trois eſpeces de Tribus. La premiere eſt celle des Abeilles communes, qui ſont chargées de tous les travaux, & n'ont point de ſexe; la ſeconde eſt celle des Mâles, qui ne prennent part à aucun travail des Ouvrières; la troiſième eſt cel-

celle des Fémelles, Mères, ou Reines, & le plus souvent dans chaque Ruche cette Tribu n'est que d'une seule Abeille. Les seules figures extérieures suffiroient pour faire distinguer ces trois espèces. Les Mâles ou Bourdons sont près de deux fois plus gros que les Ouvrières ; les Mères sont beaucoup plus allongées que toutes les autres, & plus grosses que les Ouvrières par la partie qu'on appelle proprement leur *Corps* à la différence du *Corcelet*, parce que cette partie est pleine d'Œufs. Les Bourdons, qui ne sont point destinés à travailler, n'ont pas les dents aussi fortes que les Ouvrières, ils n'ont pas aux Jambes ces Cuillers propres à rapporter la recolte, ils n'ont point d'Aiguillon, & l'on verra bientôt pourquoi. Les Mères ou Reines, exemtes aussi de tout travail, excepté celui de perpétuer l'espèce, n'ont que des ailes fort courtes en comparaison des * autres Abeilles, il ne leur en faut pas de plus longues pour sortir de leur Palais aussi rarement qu'elles font. On a prétendu leur faire honneur en leur ôtant l'Aiguillon, mais elles en ont un, & même plus long que les autres. Il est vrai qu'elles sont d'ailleurs plus paisibles, plus difficiles à irriter. Le caractère royal n'en sera que mieux marqué quand elles auront un plus grand pouvoir, & une moindre volonté de punir ou de se venger.

* Pag. 22. in 4.

Le nombre des Mâles est assez petit par rapport à celui des Abeilles Ouvrières qui sont sans sexe, à peine, quand il sera le plus grand qu'il puisse être, en sera-t-il la 7 ou 8me partie; mais il est très grand par rapport

à une Fémelle ou Reine, tout au plus & rarement à deux ou trois. Le calcul en sera bien aisé à faire sur la Ruche de 18000 Mouches. Les Serrails les plus abondans des Rois d'Asie seront modestes en comparaison de ceux de ces Reines.

Les facilités que Mr. de Reaumur s'est procurées de disposer des Abeilles presqu'à son gré, l'ont mis en état de partager un grand nombre d'Abeilles en deux Ruches, dont l'une eût une Reine, & l'autre n'en eût pas. La Reine ne parut pas d'abord fort considérée dans sa Ruche, mais peu à peu ses Sujettes vinrent à la reconnoître, à lui faire cortège, à la caresser, à la lecher avec leurs Trompes, ce qui est leur manière de flater, & une manière utile, puisque le corps de la Reine en est plus net, & ses Stigmates mieux ouverts à l'Air. Mr. de Reaumur juge très probablement que le trouble & la confusion, dont avoit été nécessairement accompagné le partage des deux Ruches, avoient causé le peu d'attention qu'on avoit eu pour la Reine dans les prémiers momens, où chacun n'avoit pensé qu'à soi.

Les deux Ruches étoient fort inégales en grandeur & inégalement peuplées de Mouches. La petite en avoit quatre ou cinq fois moins que l'autre, mais c'étoit elle qui possédoit la Reine. On se mit à y travailler de bonne grace à des Gâteaux, cependant au bout de peu de tems elle fut abandonnée par des Abeilles, qui voulurent s'aller établir ailleurs,
*Pag. 23. in4. * peut-être par cette raison même qu'elles avoient une Reine. Elles reconnurent que

cet-

cette Reine seroit trop féconde par rapport à la Ruche, qui ne pourroit pas contenir assez d'Alvéoles pour tous ses Petits.

D'un autre côté les Mouches de la grande Ruche privée de Reine, venoient se rendre dans la petite, qui se dépeuploit, quoiqu'avec une Reine, & y venoient en si grand nombre, que n'y pouvant pas entrer toutes, malgré leurs efforts, elles s'amonceloient du moins sur le dehors en gros tas; quelque instinct bien subtil leur avoit appris qu'il y avoit là une Reine, & quelque raison bien pressante les y conduisoit.

Comme cette Reine pouvoit être aussi leur Mere, ou du moins leur Sœur, on pourroit leur attribuer quelque affection particulière pour elle, mais Mr. de Reaumur s'est bien assuré que toute Reine leur est égale, & qu'elles sont attachées, non à la personne, mais à la dignité, ce qui n'est que trop souvent vrai des Hommes.

La grande Ruche eut un sort très différent de la petite. A peine les Abeilles pouvoient-elles se résoudre à sortir pour aller chercher leur subsistance à la campagne, plusieurs de celles qui en sortoient, dédaignoient d'y rentrer, nul travail au dedans, point de construction de Gâteaux, leur nombre diminuoit de jour, enfin elles moururent toutes, & le tout faute d'avoir une Reine, c'est-à-dire, en approfondissant cette espèce de sentiment, faute d'avoir l'espérance qu'une nombreuse postérité leur survivroit. Non seulement elles s'épargnoient les soins nécessaires pour cette postérité, qui ne viendroit pas, ce qui

qui n'eût été que sage, mais le déplaisir d'être privées de postérité alloit jusqu'à leur faire négliger la vie, ce qui peut paroître héroïque. Il a été bien averé que la petite Ruche déplaisoit fort par elle-même aux Abeilles qui y furent logées, cependant elles y firent des Gâteaux; elles avoient une Reine.

Quand on a baigné des Abeilles, parmi lesquelles une Reine est comprise, on voit que dès qu'elle revient le moins * du monde à la vie, toutes les autres, qui n'y sont pas encore plus revenues quelle, s'oublient elles-mêmes pour ne s'occuper que de cette importante personne, & contribuer de tout leur pouvoir à la ranimer.

* Pag. 24.

Il y a pourtant quelque fondement à chicaner les Abeilles sur cet amour héroïque, ou pour leur Reine, ou pour leur postérité. Elles sont fort intéressées à être dès leur vivant un grand peuple, les tems froids les feroient périr si le grand nombre n'échauffoit suffisamment la Ruche, & le grand nombre dépend de la fécondité de la Mere.

Elles proportionnent leur travail à cette fécondité. Mr. de Reaumur voyoit une Ruche où il ne se faisoit que peu de Gâteaux, avec peu d'ardeur. Pourquoi cette paresse, si rare chez les Abeilles? Il en vit la raison, quand il eut entre ses mains la Mère de cette Ruche, petite & chétive en comparaison des autres Mères. Elle avoit été jugée comme elle méritoit.

Ce qui est encore plus surprenant, c'est qu'une Cellule, que l'on connoissoit à sa figure qui contenoit un Œuf d'où une Mère éclor-

cloſroit, ayant été tranſportée dans une Ruche étrangère, dépourvue de Mère à deſſein, les Abeilles de cette Ruche ſentirent auſſi-tôt qu'elles avoient au moins l'eſpérance d'une Mère, ſe mirent à travailler, mais ſeulement ſur le pié d'une eſpérance, & ne s'y portèrent avec toute leur vivacité naturelle que quand la Mère fut née, qui effectivement paroiſſoit bien propre à remplir leur attente.

Comme la Reine ne l'eſt que parce qu'elle eſt la Mère de tout le peuple, les Abeilles ne lui ſont attachées qu'entant qu'elle eſt Mère, & non entant qu'elle eſt Reine. Elles lui rendent une infinité de ſoins qu'elles ne ſe rendent pas les unes aux autres, & cela par le beſoin qu'elles ont de ſa fécondité, mais qu'il vienne une autre Reine dans la même Ruche, elles la traiteront auſſi-bien que l'ancienne, dont elles ſouffrent ſans peine que la royauté ſoit partagée; elles reçoivent avec plaiſir l'aſſurance d'une poſtérité plus nombreuſe.

Si la fécondité eſt ſi honorée chez les Abeilles, l'acte de * la fécondation n'y devroit pas être auſſi caché qu'un acte honteux, il eſt cependant couvert d'un ſi grand miſtère, que tout ce qu'on a dit ſur l'inviolable chaſteté des Abeilles, ſur leur génération extraordinaire & céleſte, ſur ce Roi formé d'une quinteſſence de Fleurs, mille Fables anciennes & modernes, en deviennent excuſables. Jamais Obſervateur n'a vu un accouplement bien décidé, non pas même Mr. de Reaumur, avec tous les ſtratagèmes qu'il a trouvés pour voir, plus que l'on n'avoit encore vu.

* Pag. 35. in 4.

Il a mis ensemble un Mâle & une Fémelle tête à tête, ce qui n'étoit pas aisé. Le Mâle a toujours été très indifférent & très froid, & tout au contraire de ce qu'on auroit dû attendre, ç'a été la Fémelle qui lui a fait toutes les avances mille caresses des plus tendres, quelquefois même de la dernière immodestie entre Mouches, le tout inutilement. Il est vrai que la Fémelle étoit bien pleine d'Œufs, & le Bourdon peut avoir été assez délicat pour la dédaigner, mais en ce cas la Reine avoit donc tort, ou du moins peu d'honneur.

L'expérience a été répétée & variée; toujours la même indifférence des Mâles à-peu-près, & parfaitement la même ardeur des Fémelles. L'aventure a souvent une fin tragique pour les Mâles; ils meurent, on ne sait pas trop de quoi, si ce n'est de honte. Peut-être cependant avoient-ils déja fait leur devoir, & méritoient-ils qu'on les laissât en repos.

Pour mieux éclaircir cette importante particularité de l'Histoire de nos Mouches, Mr. de Reaumur a jugé qu'il faudroit avoir une Fémelle vierge, & il croyoit en tenir une dans la Cellule où elle éclorroit, mais par je ne sai quelle fatalité attachée à ce sujet, il ne la tenoit point, & l'expérience ne se put faire. Quand on la fera, ne seroit-il pas bon que ce fût aussi avec un Bourdon vierge? on s'assureroit de leurs dispositions mutuelles dans cet état d'innocence.

En attendant, Mr. de Reaumur n'a pas laissé de voir une jeune Fémelle dans une telle

telle attitude avec un Mâle, & se donnant de tels mouvemens, qu'il a pu croire qu'elle se chargeoit elle seule de tout ce qu'il y avoit de laborieux * dans l'accouplement. Cela n'a duré qu'un instant, mais combien d'accouplemens d'Oiseaux ne durent pas davantage? Il auroit donc déja trouvé ce qu'il cherche encore, & il rendroit raison de l'indolence des Bourdons, en disant que comme ils sont en grand nombre par rapport à une Reine, souvent unique, elle seroit trop fatiguée de leurs empressemens, s'ils étoient plus vifs, trop détournée de sa fonction Royale, qui n'est que de pondre, & de pondre beaucoup. Mais il est plus sage, plus conforme à l'esprit de la Philosophie moderne, de suspendre encore un peu son affirmation sur la manière dont se fait l'accouplement des Abeilles, car pour la réalité elle ne peut plus être mise en doute. L'Anatomie, que Mr. de Reaumur sait employer, lui a fait voir dans les Bourdons ou Mâles un appareil de Vaisseaux qui contiennent une liqueur laiteuse, dont l'usage ne peut être que de féconder ces Œufs si apparens, si visibles, & renfermés en si grande quantité dans le corps des Reines. On ne voit dans celui des Abeilles communes ni ces Œufs, ni les Vaisseaux laiteux, nuls indices de sexe. A cela se joint l'analogie des Guêpes, qui sont du genre des Abeilles, qui en ont les propriétés générales, qui ont comme elles par rapport au sexe trois différens ordres, des Mâles, des Femelles, des Guêpes qui ne sont ni l'un ni

* Pag. 26. in 4.

l'autre, & chez qui l'accouplement des Mâles & des Fémelles est constant.

Les Abeilles savent si bien qu'elles ont entre elles ces trois ordres, & quelle est la proportion de nombres qu'ils gardent à-peu près entre eux, que dans la construction de leurs Alvéoles elles ne manquent pas d'y avoir égard, nous l'avons déja dit. Mais ce qui est fort à remarquer, c'est que les Alvéoles destinés aux Œufs, d'où il éclorra des Reines, les Cellules Royales, comme dit Mr. de Reaumur, sont d'une structure tout-à-fait différente de celle de ces exagones d'où sortira le menu peuple, ou des exagones peu réguliers & plus grands qui renfermeront des Mâles. Les Cellules royales sont des espèces de Gobelets assez ronds, plus profonds & plus amples que leur usage ne semble le demander, & où * l'avarice des Abeilles se dément pour honorer les futures Reines. Ces Cellules sont quelquefois suspendues aux bords des Gâteaux, quelquefois posées & couchées sur la surface même d'un Gâteau, de manière qu'elles en bouchent plusieurs Alvéoles, & les rendent inutiles, tant ces Mouches deviennent prodigues en cette occasion.

* Pag. 27. in 4.

Mais après qu'elles en ont usé si noblement, comment les Reines en profitent-elles dans leur ponte? comment savent-elles qu'elles vont pondre un Œuf royal pour aller le déposer précisément dans la Cellule qui lui convient? Elles sentent peut-être qu'un Œuf qui se présente pour sortir, est d'un plus gros volume qu'à l'ordinaire, mais cela seroit équivoque entre un Œuf royal & un Œuf Mâle

le. Il faut encore un sentiment plus fin, tiré ou de la différence des volumes de ces deux espèces, ou de quelque différence de figure; il y aura toujours là quelque chose de bien subtil.

Il est à remarquer qu'une Reine ayant passé l'Hiver dans une Ruche où certainement il n'y avoit aucun Mâle, pondra dès le commencement du Printems suivant, & par conséquent en vertu d'une fécondation qu'elle ne peut avoir reçue que quelque six mois avant cette ponte. Dans l'année précédente elle avoit pondu aussi en vertu de cette même fécondation, & six mois plutôt. Ces Œufs d'Abeilles ne sont donc pas, comme chez les grands Animaux, destinés à sortir tous après la fécondation dans un certain tems déterminé à-peu-près & égal. Ils n'aquièrent que dans des tems fort inégaux la maturité qui leur est nécessaire; apparemment ils cessent d'en aquérir pendant tout l'Hiver.

Par un calcul de Mr. de Reaumur, une Reine peut pondre 200 Œufs par jour, dans les tems favorables, qui peuvent comprendre plus de 100 jours de l'année.

Régulierement elle ne pond qu'un Œuf dans chaque Cellule, & ce n'est qu'après l'avoir visitée, pour s'assurer si elle est bien vuide & bien nette. Si cependant il ne se trouve pas assez de Cellules pour suffire à la fécondité de la Reine, s'il y en a un trop grand nombre, remplies de provisions * de Miel déja faites pour l'Hiver, il y aura deux Œufs dans une même Cellule, très rarement trois, parce qu'en effet une Cellule n'a que l'espa- * Pag. 18. in 4.

ce

ce néceſſaire pour contenir la Mouche de la grandeur dont elle ſera quand elle viendra à en ſortir. Quelquefois des Cellules où l'on avoit vu deux Œufs, ſe ſont trouvées le lendemain n'en avoir plus qu'un. Les Abeilles pouvoient avoir tranſporté les Œufs ſurnuméraires dans des Cellules nouvellement conſtruites; elles pouvoient auſſi les avoir fait périr, car elles ſont cruelles en quelques occaſions, & la cruauté eût été excuſable en celle-là, où deux petits Animaux étoient en grand danger de périr l'un par l'autre, à moins qu'on ne ſacrifiât l'un des deux.

En deux jours il éclôt de l'Œuf un petit Ver blanc, qui ſe tient dans le fond angulaire de ſon Alvéole, & à meſure qu'il croit, ſe roule ſur lui-même, de ſorte que les deux extrémités de ſon corps ſe touchent. On le trouve couché ſur une eſpèce de Bouillie, ou de Gelée, qui lui fournit non ſeulement un lit bien commode & bien doux, mais encore, ſelon toutes les apparences, ſa nourriture. Elle lui doit être apportée par les Abeilles que l'on voit qui vont examiner avec ſoin les Cellules à Œufs, ou à Vers, & dont l'intention eſt d'autant mieux marquée, qu'il y a telles de ces Cellules où elles entrent & ſéjournent quelque tems, pendant qu'elles ne font que paſſer légerement ſur d'autres en y donnant ſeulement un coup d'œil; ce ſeront celles où il ne manque rien.

La quantité de nourriture eſt proportionnée à l'accroiſſement du Ver, nouvel indice d'intelligence. Bien plus, Mr. de Reaumur, en regardant de près cet aliment, & en le gou-

goutant même avec la langue, l'a trouvé différent & en couleur & en saveur selon l'âge des Vers. Il paroit qu'il ne peut être tiré que des entrailles des Abeilles, qui seront véritablement Nourrices, sans pouvoir jamais être Mères.

Le Ver parvenu à sa juste grandeur, devient Nimphe, & puis Mouche, & aussi-tôt débarrassé de sa dépouille, il sort de son Alvéole, & prend part au travail commun, dont il * n'a eu besoin de faire aucun apprentissage. Il n'y a qu'environ 20 jours d'intervalle entre sa naissance & son état parfait. * Pag. 19. in 4.

Il peut sortir en un jour 100 Mouches, chacune de son Alvéole. On en détermine le nombre par celui des Alvéoles, dont on voit d'un jour à l'autre que les Couvercles sont percés ou renversés, ces Couvercles de Cire que les Abeilles avoient eu soin d'y mettre, lorsque les Vers n'ayant plus besoin de nourriture, étoient prêts à se transformer en Nimphes & en Mouches.

Ce même soin s'étend jusqu'aux Alvéoles où sont renfermés les Vers qui deviendront Bourdons. On voit assez combien ils sont importans à l'Etat, & chers par conséquent aux judicieuses Abeilles Ouvrières.

Mais ils ne le sont que par leur fonction, & dès qu'ils l'ont suffisamment exercée, ce qui ne dure guère que trois mois, à compter du commencement du Printems, toute l'obligation qu'on leur a eue, est entierement oubliée, ils sont devenus inutiles, ils seroient desormais à charge, en consumant une partie des provisions, ils ne sont plus dignes de vivre,

vre, & on les maſſacre tous ſans miſéricorde. Ce procédé ingrat & barbare eſt encore lâche par le grand avantage de ces Abeilles armées de bons Aiguillons contre les malheureux Bourdons, qui n'en ont point.

Quelquefois ces mêmes Abeilles qui ne ſont qu'une ſeule famille, & qui paroiſſent ſi unies entre elles, ne laiſſent pas de ſe ſervir auſſi de leurs Aiguillons contre leurs propres Sœurs. Aſſez ſouvent ce ſont des Duels, deux Abeilles ſortent de leur Ville pour ſe battre plus librement, chacune cherche à ſe mettre ſur l'autre dans le deſſein de choiſir mieux l'endroit où elle la percera, & d'enfoncer mieux ſon Aiguillon. Le ſujet de leurs combats n'eſt pas aiſé à deviner. Mr. de Reaumur croit en avoir deviné un, par la manière dont la querelle ſe termina. Trois ou quatre Mouches en attaquoient une ſeule, dès que celle-ci eut ſuccombé, elle préſenta ſa Trompe pleine de Miel aux victorieuſes, qui la vinrent ſucer, & il ne fut plus queſtion de rien.

* Pag. 30. in 4. * Il y a auſſi des actions générales, des combats de deux Troupes plus ou moins nombreuſes, & c'eſt principalement dans le tems des *Eſſains* que s'allument ces ſortes de guerres.

La fécondité des Mères qui en ont le plus, a été ſuſpendue pendant l'Hiver, & de plus une Ruche a toujours perdu beaucoup d'habitans, ſoit par le froid, ſoit par la faim. Au retour du Printems la Mère reprend ſon emploi, & comme il ne faut à un Œuf que trois ſemaines au plus pour devenir Mouche

par-

parfaite, bientôt il se retrouve de nouvelles Ouvrieres qui raniment tous les travaux, & même, ce qui est encore plus important, il est né de ces nouveaux Œufs, & de jeunes Mères & de jeunes Bourdons, car il y avoit longtems qu'on s'étoit défait de tous ceux de l'année précédente, & toute cette jeunesse s'étoit vivement employée à la multiplication. Il ne sera donc pas étonnant qu'une Ruche ne puisse plus contenir & ses anciens Habitans & les nouveaux, & qu'il y en ait un grand nombre qui soient obligés d'en sortir pour aller s'établir ailleurs. C'est-là ce qu'on appelle un Essain, & on dit que la Ruche a *jetté*. Quand un Essain, qui cherche fortune, veut s'emparer d'un lieu déja occupé par d'autres Abeilles, d'une Ruche bien peuplée, il y trouve assez souvent une vigoureuse résistance, & c'est dans ces Guerres civiles que se donnent les grandes Batailles.

Un Essain ne sort point qu'il n'ait une Reine à sa tête, & cela est à tel point que Mr. de Reaumur ayant été surpris de n'en point voir sortir d'une Ruche si peuplée, qu'elle devoit être devenue une habitation très incommode, & ayant soupçonné que le manque de Reine en étoit la cause, trouva en effet par le bain de toute la Ruche, qu'une nouvelle Colonie ne pouvoit avoir de Chef, c'est-à-dire; de Mère qui leur assurât cette postérité dont elles sont si passionnées. Auroient-elles travaillé sans Mère, elles qui se laissent mourir quand elles n'en ont pas?

Mis la seule espérance d'une Reine ne suffi-

firoit-elle point pour les engager au travail? C'eſt une épreuve délicate dont leur Obſervateur les a jugées dignes. Il a pris un aſſez grand * nombre d'Abeilles ſans Reine, & il les a logées dans une Ruche avec quelques Cellules royales où un Œuf étoit enfermé. Les Mouches ont bientôt ſenti ce qu'elles avoient à eſpérer, elles ont travaillé, mais ſeulement ſur le pied d'une choſe incertaine, un peu mollement, & elles n'ont commencé à s'y comporter de la bonne ſorte que quand les Œufs royaux ont été éclos.

* Pag. 31. in 4.

Quand on voit que le travail eſt languiſſant dans une Ruche, c'eſt une marque qu'il en va ſortir un Eſſain. Il ſemble que la réſolution en ait été priſe dans un Conſeil de la Nation, le jour fixé, & que juſque-là il ſuffit de ſubvenir aux beſoins actuels & preſſants.

Quatre ou cinq jours après qu'une Fémelle eſt née, elle eſt en état d'être Reine, & de commander un Eſſain. Comme toute ſa dignité conſiſte dans ſa fécondité, il y a beaucoup d'apparence que dès qu'elle eſt ſortie du Nid, elle ſe fait rendre habile à porter la Couronne par le miniſtère des Bourdons, car il ne paroît pas qu'il en ſorte avec les Eſſains, du moins avec tous les Eſſains, & d'ailleurs dès que l'Eſſain eſt établi où il doit l'être, la Reine fait ſon devoir de pondre.

Il peut arriver qu'un Eſſain ne ſoit compoſé que d'une génération toute nouvelle, mais ce n'eſt pas-là une règle. De vieilles & de jeunes Abeilles ſortent enſemble pour aller fonder une Colonie ; on reconnoît leur âge

preſ-

preſque ſurement à leur couleur ſeule, les vieilles ſont plus rougeâtres. Les Reines mêmes ſont à cet égard comme les autres. Il eſt plus commun qu'un Eſſain ſoit conduit par une jeune Reine.

Mais il eſt poſſible qu'il le ſoit par deux, & même par trois. Qu'arrivera-t-il en ce cas-là ? on ne l'eût peut-être pas deviné ; il en coutera la vie aux Reines qui ſeront de trop, il n'en reſtera qu'une ſeule.

Sont-ce les Abeilles Ouvrières qui ont tué les Reines ſurnuméraires ? s'eſt-il paſſé un combat entre les Reines rivales ? on ne ſait encore ni l'un ni l'autre. Il y a pourtant plus de lieu de croire que c'eſt le prémier. Les Abeilles veulent de la poſtérité, c'eſt leur unique deſir, mais elles n'en veulent * qu'une proportionnée à la force qu'elles ont de travailler pour la loger & pour la nourrir. Le ſurplus les outreroit de fatigue ſi elles entreprenoient d'y fournir, & en cas qu'elles n'y réuſſiſſent pas, toute la Nation en ſouffriroit beaucoup. Elles ont mieux aimé prévenir ces inconvéniens, en ſe défaiſant de quelques Reines, qu'elles comptent qui n'étoient faites que pour le bien commun, & qui doivent y être ſacrifiées dans les occaſions.

* Pag. 32 in 4.

Si cette grande raiſon ne demandoit pas ce ſacrifice, pluſieurs Reines ſeroient donc ſouffertes dans un Etat ? Auſſi le ſont-elles quelquefois, & même des Reines étrangères auxquelles on n'étoit point accoutumé.

Les 15 prémiers jours du nouvel établiſſement d'un Eſſain dans une Ruche, ſont ceux du travail le plus vif, il ſe trouve quelquefois

autant d'ouvrage expédié dans ce peu de tems que dans tout le reste de la Saison propre à travailler.

Il peut sortir jusqu'à trois Essains d'une Ruche en une seule Saison.

Il y a tel Essain qui est de 40000 Mouches, le calcul en a été fait par une voye assez adroite, & pourra l'être plus simplement quand on voudra.

Une Ruche, dont on prendra les soins ordinaires, ne laissera pas de périr au bout de quelques années par différens accidens arrivés aux Mouches. Mr. de Reaumur parle d'une Ruche qui s'est conservée pendant 30 ans, le cas doit être rare, mais 9 ou 10 ans seroient fort possibles si l'on vouloit.

Communément on ne le veut pas. Tous les ans quand les froids commencent, on fait mourir toutes les Mouches d'une Ruche en les enfumant, l'habileté ne consiste qu'à les expédier bien surement & bien vite, & cela pour avoir les Gâteaux de Cire qu'elles avoient faits, & le Miel dont elles devoient subsister pendant l'Hiver.

Cette cruauté n'est à compter pour rien, nous en exerçons sans cesse de pareilles sur tous les Animaux qui ont le malheur de nous être utiles par leur mort, mais en cette * occasion nous sommes cruels contre nos propres intérêts. Nous voulons de la Cire & du Miel, & il est vrai que nous enlevons tout ce qu'une Ruche en contient, mais cette Ruche ne nous en fournira plus; si nous l'avions conservée, c'est-à-dire, si nous en avions laissé vivre les Mouches, il seroit sorti de cette mê-

* Pag. 33. in 4.

même Ruche un Essain, peut-être deux ou trois, qui auroient peuplé une nouvelle Ruche, & ces Essains en auroient produit d'autres; & quelle auroit été pendant dix ans, ou moins si l'on veut, l'étrange multiplication de Mouches toutes originaires de la seule prémière Ruche, & qui toutes auroient donné de la Cire & du Miel ?

A la vérité, il n'auroit pas fallu enlever de la prémière Ruche tout le Miel & toute la Cire, on n'auroit pu en prendre qu'une partie, pour laisser le reste aux Abeilles qui en avoient besoin, mais une avarice bien entendue auroit réprimé sa propre avidité dans la vue d'un très grand profit bien sûr, quoique moins présent.

L'entretien des Abeilles ne coute rien, il ne leur faut que des Campagnes bien chargées de Fleurs, & si elles sont en plus grand nombre, elles ne demandent que quelques Ruches de plus, qui ne sont d'aucune dépense lorsqu'elles ne sont destinées qu'à leur usage naturel, & non pas à des observations phisiques.

Les Abeilles n'ont pas besoin de beaucoup de nourriture pendant l'Hiver, où elles ne travaillent point, & même quand le froid est à un certain dégré, elles n'en ont plus aucun besoin, elles tombent dans un engourdissement, qui est une espèce de mort. Dès que le tems devient plus doux, elles ressuscitent, mais elles ne peuvent pas soutenir un grand nombre de ces alternatives, elles y succombent à la fin, & meurent véritablement.

Le plus sûr est donc, si l'on veut les con-

ſerver ; de les tenir chaudement pendant l'Hiver, & pour cela Mr. de Reaumur cherche les moyens les plus ſimples & les plus aiſés à pratiquer, qui rendront les Ruches impénétrables à l'air extérieur, car les Mouches ſauront bien entretenir la chaleur au * dedans, ne fut-ce que par le battement de leurs Ailes, qui à cauſe du grand nombre en excite une aſſez forte.

* Pag. 34. in 4.

Il y a des Païs où l'on tranſporte les Ruches d'un lieu où les Abeilles manqueroient de paturages, c'eſt-à-dire de Fleurs, dans un autre où elles en trouveront. Ces tranſports demandent encore beaucoup de précautions, dont le détail n'échappe pas à Mr. de Reaumur, qui veut appliquer, autant qu'il eſt poſſible, à la conſervation & à la multiplication des Abeilles la grande connoiſſance qu'il a aquiſe de ces Inſectes. Toutes les obſervations Phiſiques ne peuvent pas aboutir à ces utilités qu'on ne traite de réelles, que parce qu'elles ſont plus populaires & plus groſſières, il faut hazarder bien des Théories, dont le pis aller ſera de nous éclairer & de nous inſtruire beaucoup.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

(*a*) Les Observations du Baromètre sur différentes Montagnes, par Mr. de Thury.

(*b*) L'Ecrit de Mr. l'Abbé Nollet sur une Vapeur qui paroit dans le Vuide de la Machine Pneumatique, &c.

(*c*) Deux Ecrits du même sur les Instrumens propres aux Expériences de l'Air.

(*d*) Les Observations du Thermomètre par Mr. de Reaumur.

(*e*) Les Observations Météorologiques de Mr. Maraldi.

(*a*) V. les M. p. 103. (*b*) p. 341. (*c*) p. 544. & 785. (*d*) p. 753. (*e*) p. 848.



* Pag. 35. in 4.

# * ANATOMIE.

## SUR LES ACTIONS SIMULTANE'ES (a).

SI fur une ligne horifontale je veux décrire un demi-Cercle, en commençant par un point quelconque de cette ligne, & en conduifant ma main de droite à gauche, & fi je veux décrire en même tems avec ma main gauche un autre demi-Cercle tout pareil fur la même ligne horifontale, en commençant auffi la defcription par un point quelconque de cette ligne, cette action de mes deux mains enfemble s'appellera *fimultanée*. On voit affez qu'il peut y en avoir une infinité d'autres pareilles, d'un doigt & d'un doigt de l'autre main correfpondant, d'une main & d'un pié, d'un bras & d'une jambe. Nous avons pris pour exemple une action fimultanée des plus fimples.

Ce qu'elle a de remarquable, c'eft que fi dans le tems qu'on décrit de la main droite le demi-Cercle fuppofé, on n'a que le feul def-

(a) V. les M. de 1739. p. 18.

dessein d'en décrire un pareil de la main gauche sans y faire aucune autre attention, il se trouvera certainement que les deux demi-Cercles auront été décrits à contre-sens l'un de l'autre, c'est-à-dire, que celui de la main droite ou le prémier ayant été décrit selon la supposition de droite à gauche, le second le sera de gauche à droite. Et si l'on vouloit décrire ce second de droite à gauche, on s'appercevroit que le seul dessein général de faire cette opération ne suffiroit pas, qu'il y faudroit apporter une attention continuelle & pénible, & même de l'effort.

Pour mieux entendre que de la manière dont l'opération se fait *naturellement*, les deux demi-Cercles sont à contre-sens l'un de l'autre, il n'y a qu'à se représenter que s'ils sont posés du même sens, on aura sur la ligne horisontale quatre * points ainsi arrangés, origine du prémier demi-Cercle, fin du prémier, origine du second, & qu'au contraire dans la description naturelle la fin du prémier & la fin du second sont placées au milieu des quatre points. En effet dans cette description les deux mains qui étoient d'abord à une certaine distance l'une de l'autre, se sont toujours rapprochées, & viennent enfin à être dans la plus grande proximité possible en finissant l'opération, ce qui rend les deux fins des deux demi-Cercles consécutives sur la ligne horisontale.

* Pag. 36. in 4.

Dans la description que j'appellerai *forcée*, les deux mains au contraire auroient toujours été à même distance l'une de l'autre, ainsi que l'on peut aisément s'en convaincre, les origi-

nes & les fins des demi-Cercles auroient été rangées alternativement, & par conséquent les demi-Cercles posés en même sens.

Maintenant il s'agit de savoir pourquoi dans l'action simultanée de décrire les deux demi-Cercles, on les décrit naturellement & facilement à contre-sens l'un de l'autre, & avec peine seulement & par effort en même sens. Ce plus ou moins de facilité ne mérite pas le nom de phénomène, & quand on est dans le cas de s'en appercevoir, on ne daigne pas s'y arrêter pour en rechercher la cause; il y en a une cependant, & si on veut la trouver, on reconnoitra bien par le travail qu'il en coutera, qu'elle étoit digne de l'attention d'un Philosophe. C'est ce que prouvera le Mémoire de Mr. Winslow sur cette matière.

Ce que nous avons déja dit, quoique très légerement, peut nous mettre sur la voye des idées qu'il s'est faites. Dans la description forcée les deux mains sont toujours parallèles, dans la description naturelle elles ne le sont jamais, donc dans cette description en général les deux mains trouvent plus de facilité à ne pas garder le parallélisme entre elles qu'à le garder. Les mains ne sont que les instrumens apparens de l'action, les vrais ce sont des Nerfs qui ont mu les mains, & par conséquent les Nerfs qui ont mu en même tems la * main droite & la gauche, n'agissoient pas parallélement l'un à l'autre, du moins avec facilité. Or ils n'y seront certainement pas disposés s'ils ne sont pas parallèles l'un à l'autre. Il faut d'ailleurs qu'ils puissent agir ensemble, & pour cela qu'ils ayent une ori-

* Pag. 37. in 4.

gine

gine commune, il faut donc qu'étant partis de cette origine, où ils pouvoient être parallèles, ils viennent à se croiser, ce qui les met absolument hors du parallélisme. Cette conjecture, qui conduite par ces especes de degrés, ne seroit que vraisemblable, devient un fait par les recherches Anatomiques de Mr. Winslow sur le croisement des Nerfs en question, déja connu & bien établi par d'autres grands Anatomistes.

Nous n'appliquons ce principe qu'à une des plus simples d'entre ces actions simultanées, qui sont plus aisées d'une façon que d'une autre. Mr. Winslow le retrouve encore dans d'autres cas plus compliqués, mais le trouvera-t-on toujours par-tout? Il y sera peut-être sans se laisser appercevoir assez surement, peut-être sera-t-il mêlé avec quelqu'autre principe encore inconnu. Ceux qui ont les plus grandes connoissances sont les plus persuadés qu'il leur en manque toujours beaucoup.

## SUR LES MONSTRES.

CE sujet n'a été traité dans l'Académie (a) que par rapport à la Théorie de la formation des Monstres, & comme cette question, sur laquelle on se partageoit, produisoit plusieurs Ecrits de part & d'autre, nous avons at-

(a) V. les M. pages 153, 299, 609, 723, 811, & 840.

attendu qu'il y en eût une certaine quantité, afin que le tout ensemble pût être plus facilement vu d'un seul coup d'œil.

Avant que l'on eût découvert que toutes les générations se font par des Œufs, les Phisiciens n'ont rien dit sur les Monstres qui pût appartenir à la véritable Phisique, ils ne les ont traités que comme des erreurs & des méprises de la Nature, qu'il falloit en quelque sorte lui pardonner, & qui * ne méritoient pas leur attention, ou ne méritoient que de l'horreur.

* Pag 38. in 4.

Dans la suite, le Sistême des Œufs étant connu, on a vu que la formation générale des Monstres doubles pouvoit s'expliquer par deux Œufs que quelque accident auroit unis ou confondus dans la Matrice d'une Fémelle, & en effet cette formation s'offre d'elle-même aux yeux dans un grand nombre de Monstres, tels que deux Enfans unis ensemble par le Front, ou par le Dos, &c. & du reste bien séparés.

Mais il arrive souvent que cette formation ne soit pas si sensible. Des parties, soit externes, irrégulierement construites, mal arrangées entr'elles, déplacées, tantôt simples, tantôt doubles, &c. ne paroissent pas s'accorder avec ce Sisteme, & de grands Anatomistes, tels que Mrs. du Verney & Winslow, ne croyant pas y pouvoir appliquer tous les faits qu'ils avoient sous les yeux, ont supposé des Œufs originairement monstrueux, dont le développement aussi régulier que celui de tous les autres, donneroit ce que nous appellons des Monstres, & ces Monstres seroient

roient autant de la premiére intention de la Nature que les Animaux plus ordinaires qu'il nous plaît d'appeller parfaits.

On a vu ſur cette matière les Ecrits de Mr. du Verney en 1706 (*a*), de Mr. Lémery en 1724 (*b*), de Mr. Winſlow en 1733 (*c*) & 1734 (*d*), de Mr. Lémery en 1738. (*e*). Mr. Lémery a toujours combattu & combat encore ici pour le Siſteme des Monſtres devenus tels par l'union ou confuſion *accidentelle* de deux Œufs contre le Siſtême des Œufs *originairement* monſtrueux.

Le prémier Siſtême a beſoin d'être prouvé par la vraiſemblance qu'on y trouvera, par ſa convenance avec des vérités certaines, & ſur-tout par des réponſes nettes & ſatisfaiſantes à toutes les difficultés qu'on lui oppoſera, & qui ne manqueront pas de ſe préſenter en grand nombre & ſouvent très fortes dans la quantité prodigieuſe de faits ſurprenans & inouis dont on ſera accablé. Pour le ſecond Siſtême, il eſt exemt de toute cette incommodité & de tous ces embaras, * il n'a par lui-même rien à prouver, rien à éclaircir, il eſt établi dès qu'il a fait tomber l'autre. On ne rend pas plus raiſon pourquoi un Fœtus a deux Têtes, que pourquoi il n'en a qu'une; c'étoit la conſtruction primitive, on en eſt quitte pour ce mot, & l'on a vu encore en d'autres occaſions que des idées très peu philoſophiques ont réuſſi par la grande facilité qu'elles donnoient d'expédier tout à peu de frais

*Pag. 39. 104.

(*a*) V. les M. p. 538. (*b*) p. 63. (*c*) p. 508. (*d*) p. 623. (*e*) p. 366. & 427.

frais. Puisqu'il faut des preuves au prémier Sistême, & des réponses à ce qu'on lui objecte, nous allons tâcher de rassembler ici, mais fort en abrégé, tout ce qui en est répandu dans les Mémoires de Mr. Lémery.

Il y a des Monstres parmi les Plantes, deux Troncs, qui sont visiblement deux, & qui n'en font qu'un, des Branches qui se sont unies, quelquefois pour ne se plus séparer, quelquefois en se croisant, &c. La Greffe même, si commune & si usitée, peut passer pour quelque chose de monstrueux, puisque deux Plantes tout-à-fait différentes s'y unissent de la façon la plus intime. Il est bien certain cependant que tout cela ne se fait que par des causes accidentelles, & qui de plus ont agi sur des matières beaucoup plus dures, & par conséquent avec moins de facilité que celles qui auront produit les mêmes effets sur des Embrions d'Animaux.

Des Animaux de différente espèce, comme un Chat & une Chienne, font des Monstres. On ne peut attribuer cette production qu'à des causes accidentelles, on n'imaginera pas qu'il y eut des Œufs originairement monstrueux, préparés pour l'accouplement fortuit du Chat & de la Chienne, & qui l'attendissent. Il est même très difficile d'imaginer quelles ont été ces causes accidentelles, mais on est bien sûr qu'il ne peut pas y en avoir eu d'autres, & combien doit-on à plus forte raison les admettre dans le cas de l'accouplement de deux Animaux de même espèce, où elles sont quelquefois presque visibles?

Non seulement elles le sont assez souvent

dans

dans des cas simples, mais leur opération en général est très facile à concevoir. Quand un Œuf commence à se développer, l'Embrion * de l'Animal, qui n'a qu'un très petit volume, n'est presque qu'une goutte de liqueur, organisée cependant, ayant déja presqu'en infiniment petit, tout ce que l'Animal aura un jour en grand, avec les mêmes proportions & les mêmes connéxions. Tout cet Edifice, aussi composé que l'Animal, est donc d'une finesse & d'une délicatesse extrême, & de plus il est d'une matière assez glutineuse, ce qu'on n'aura pas de peine à supposer. Que deux Embrions pareils viennent à se rencontrer, un simple contact sans rien de plus suffira pour les coller ensemble, & si le point de leur rencontre étoit le front de l'un & de l'autre, il viendra au jour un Monstre, deux Enfans unis par le front.

* Pag. 0. in 4.

S'ils ne se sont pas simplement touchés, si quelque cause étrangère les a pressés l'un contre l'autre, les deux petites Machines s'endommagent, se brisent mutuellement, & enfin se détruisent totalement, si la pression a été assez forte ou assez continue; il ne restera que des ruines & des débris, dont tout le volume n'excédera peut-être pas celui d'une grosse tête d'Epingle.

Mais si la pression a été moins forte ou moins longue, il ne se fera de destruction mutuelle que dans un certain nombre des parties de l'un & de l'autre Embrion, tout le reste subsistera, & pourvu que ce reste puisse être conditionné de façon à prendre la vie pour quelque tems, il naîtra un Monstre composé

de parties, les unes ſimples, les autres doubles contre nature, de parties ou trop grandes, ou trop petites, déplacées, mutilées, &c. car on voit aſſez quelle infinie variété doit s'enſuivre de cette demi-deſtruction, ſelon la force différente de la preſſion, ſelon le tems qu'elle a duré, ſelon les endroits qui ont été ſucceſſivement attaqués.

Il ne faut pas ſe repréſenter les deux Embrions qui ſe détruiſent à demi l'un l'autre, comme deux Animaux qui ne diffèrent qu'en grandeur d'avec des Animaux venus au jour. Ils en diffèrent plus eſſentiellement, en ce qu'ils peuvent n'avoir pas encore toutes leurs
* Pag. 41. in 4. parties développées, ou en ce * qu'ils les auront plus ou moins développées les unes que les autres; car, comme on l'a vu dans l'Hiſt. de 1739 * d'après Mr. Lémery même, & dans celle de 1701 *, le développement du Fœtus eſt non ſeulement ſucceſſif, ainſi qu'il doit l'être naturellement, mais inégalement diſtribué entre ſes différentes parties; cela dépend de ſon âge. Par-là on conçoit aiſément que telle partie qui aura été détruite par la preſſion mutuelle de deux Fœtus, ne l'aura pas été par une preſſion parfaitement égale de deux autres, parce qu'elle n'exiſtoit preſque pas encore dans ces deux derniers, qu'on ſuppoſera plus jeunes. Il ſe peut auſſi que deux Embrions de différent âge, ſe choquent ou ſe preſſent de façon que ce qui aura été détruit dans l'un, ne le ſoit pas dans l'autre. Il ſuffiroit même de la ſeule différence

(a) p. 4, & ſuiv. (b) p. 24, & ſuiv.

ce de force avec un âge égal. Il doit naître encore de ces principes généraux beaucoup de variétés.

Les Monſtres le ſont ordinairement par un aſſemblage irrégulier de parties, les unes ſimples & uniques comme dans les Animaux parfaits, les autres doubles, au-lieu d'être ſimples, deux Cœurs, deux Foyes, &c. Ces parties doubles marquent aſſez évidemment l'union de deux Œufs ; pour les ſimples, on eſt d'abord frappé de l'idée qu'elles ne ſont que celles de l'un des deux Fœtus, les correſpondantes ou pareilles ayant été détruites dans l'autre. Cela eſt auſſi fort poſſible, & quelquefois vrai, mais il y a encore une autre manière de concevoir la formation des parties ſimples.

Que deux Cœurs, par exemple, poſés l'un à droite, l'autre à gauche, ſe preſſent de façon que la moité gauche du prémier agiſſe contre la moitié droite du ſecond, & réciproquement, ces deux moitiés pourront ſe détruire l'une l'autre ; & ſi la preſſion ceſſe préciſément quand les deux Cœurs ayant perdu chacun une moitié, ſeront parvenus à ſe toucher par leurs deux lignes du milieu ; ſi de plus on les ſuppoſe tous deux, comme il eſt vrai, d'une matière très propre à ſe coller enſemble, on verra aiſément qu'il en doit réſulter un ſeul Cœur, qui n'aura rien que de naturel. Sa Veine Cave* & ſon Artère Pulmonaire ſortiront de ſon Ventricule droit, ſa Veine Pulmonaire & ſon Aorte du gauche, &c. car c'eſt-là une ſuite de ce que le côté gauche du prémier Cœur & le droit du ſecond

* Pag. 42. in 4.

cond ont péri. Ce ne feroit plus la même chofe, fi les deux Cœurs n'avoient pas été d'abord pofés de manière que leurs deux faces correfpondantes, les antérieures, fi l'on veut, regardaffent du même côté ; cela eft affez clair pour peu qu'on y faffe attention.

Deux parties plus creufes que le Cœur, deux Eftomacs, deux Veffies, peuvent de même n'en avoir fait qu'une, pourvu que le hazard ait voulu que les conditions néceffaires pour cette jonction fi intime fe foient rencontrées affez jufte, que, par exemple, deux Veffies fe touchant latéralement, ayant leur Cou ou leur fond tourné du même côté, fe retrouvent, après avoir perdu chacune une moitié, appliquées l'une contre l'autre par deux efpèces de circonférences circulaires, & adaptées de façon qu'elles ne forment plus qu'une feule cavité égale à celle que renfermoit auparavant chaque Veffie entière en particulier.

Il n'eft pas furprenant qu'en ce cas-là les petits Vaiffeaux d'une des moitiés fubfiftantes s'anaftomofent, s'embouchent avec ceux de l'autre moitié fubfiftante auffi. Les Sucs, qui font en mouvement, puifque les Embrions fe développent, ne peuvent manquer d'entrer dans des routes qu'ils trouvent ouvertes, & c'eft-là ce qui identifie le plus, pour ainfi dire, ces deux moitiés, qui n'étoient pas faites originairement pour appartenir à un même Tout. Mais il faut pour cet effet que les deux Veffies, qui repréfenteront tous les autres cas femblables, fe foient rencontrées dans une certaine pofition affez précife, prefque unique entre

entre une infinité d'autres également possibles, & il doit être rare que le hazard soit si favorable à ces sortes d'unions, & par conséquent qu'il se forme des Monstres.

Quand il s'en forme, en qui quelque partie étant unique, a été composée de deux moitiés rapportées de deux différens Fœtus, il seroit trop difficile que cet assemblage fortuit * se fût fait avec tant d'exactitude, qu'il n'y parût point du tout. Un Cœur, une Vessie, ainsi construits, s'écarteront peut-être beaucoup de la figure naturelle qu'ils eussent dû avoir.

* Pag. 43. in 4.

Les Monstres vivent quelque tems, du moins dans la Matrice, sans quoi ils ne seroient pas Monstres, ou échaperoient entierement à notre connoissance. Si l'on imagine en général ce qui arrive dans le choc violent de deux Œufs, qui se pénetrent & se brisent mutuellement, on concevra plus aisément que toutes leurs parties se détruisent les unes les autres, & deviennent incapables de leurs fonctions naturelles, que l'on ne concevra qu'il y en ait dans ce débris un assez grand nombre qui se rassemblent assez heureusement pour composer un Tout vivant, quelque imparfaite & quelque courte que doive être sa vie. Cela arrive cependant, & c'est une preuve que la Nature a pris ses mesures bien juste, & s'est ménagé bien industrieusement des ressources pour ne pas manquer de donner la vie aux Animaux. Ceux qui n'ont pu jouir que de ses plus foibles moyens, & de ses dernières ressources, sont les Monstres, & comme on voit, ils ne peuvent être que ra-

rares. On remarque qu'ils le ſont moins dans les Eſpèces où les Fémelles ont ordinairement pluſieurs Petits à la fois, ce qui eſt bien conforme au Siſtême de l'union accidentelle des Œufs.

Quand une partie ſe forme de deux piéces rapportées, il eſt à préſumer que ce ſont deux piéces de deux parties ſemblables entr'elles; un Cœur, par exemple, ſera formé de deux demi-Cœurs, une Veſſie de deux demi-Veſſies; car la récompoſition doit être précédée de deux demi-deſtructions, & ces deſtructions ne peuvent être cauſées que par une pénétration mutuelle, qui aura rompu & anéanti tout le tiſſu eſſentiel à ces parties. Or comme elles ne ſont que de petits liquides, quoique déja organiſées, il ſe peut que deux parties diſſemblables, comme un Cœur & une Veſſie, ſoient deux liqueurs telles que l'Eau & l'Huile, qui ne ſoient pas propres à ſe pénétrer; & pour mettre l'exemple dans des parties qui puiſſent ſe rencontrer plus aiſément, un Eſtomac qui eſt tout * muſculeux, & un Foye qui eſt tout glanduleux, pourront être trop hétérogènes.

* Pag. 44. in 4.

Quant à la preſſion que nous avons toujours ſuppoſée pour cauſe des unions ou pénétrations, il eſt preſque inutile de dire qu'elle viendra ou des contractions fortuites de la Matrice, ou des Paſſions Hiſtériques, &c. car il ſuffit d'enviſager en général le grand nombre de manières dont cet effet peut être produit.

Pour prouver le Siſtême de la preſſion accidentelle, Mr. Lémery s'eſt principalement ap-

appuyé sur un Monstre, qui effectivement semble le présenter écrit par les mains de la Nature. C'est celui de 1724, à l'endroit cité ci-dessus, & dont nous ne répéterons point la description, qui suffira au moyen de quelqu'addition, & de quelque réflexion qu'on y va faire.

Deux Fœtus étant posés latéralement l'un contre l'autre, & pressés toujours également, de sorte que leurs Epines du dos en s'approchant l'une de l'autre, demeurent parallèles entr'elles, & par conséquent aussi les deux Cavités renfermées entre les Côtes qui s'attachent de part & d'autre à chaque Epine, il est évident que les deux Epines ne peuvent s'approcher sans que toutes les parties contenues entr'elles, & qui s'opposoient à leur approche, soient détruites; & si enfin les deux Epines viennent à se joindre, & que la pression cesse là, toute une moitié d'un Fœtus, & toute une moitié de l'autre, c'est-à-dire, les deux moitiés *internes* qui se sont touchées, auront péri, & les deux externes se seront conservées bien entières. Delà naît un Monstre à deux Têtes, car les Têtes ne se sont point rencontrées, & c'est tout ce qu'il a de monstrueux; du reste il n'a que deux Bras, deux Jambes, &c. un Cœur, une Vessie, &c. tout à l'ordinaire, car pour les Bras & les Jambes, par exemple, on voit assez que cela étoit dans la moitié externe de chaque Fœtus, & hors d'atteinte à l'égard du choc, & pour le Cœur, la Vessie, & autres parties situées au milieu du Fœtus, elles ont été faites de deux moitiés prises, l'une d'un Fœtus,

tus, ou d'un côté, * l'autre de l'autre. C'est cette formation proprement qui est monstrueuse, & ce qui en résulte ne le paroit point, les deux Têtes se sont formées très naturellement, & il n'y a qu'elles ici qui fassent le Monstre; tout le reste est parfaitement dans l'ordre.

* Pag. 45. in 4.

Mais si la pression n'a pas été aussi égale & aussi uniforme qu'on l'a supposée, si elle a été en augmentant ou en diminuant, mais avec uniformité, il viendra un Monstre différent. Les deux moitiés internes des deux Fœtus n'auront pas été dans toute leur étendue également détruites, mais toujours plus ou moins vers le haut que vers le bas des deux Epines, selon que la pression aura été en croissant ou en décroissant du haut vers le bas. Delà il arrivera que dans les endroits où elle aura été plus foible, il se trouvera des parties doubles, & par-là monstrueuses, qui dans la première supposition étoient simples, parce qu'alors elles étoient formées de deux moitiés rapportées de chaque Fœtus, au-lieu qu'ici ces parties se seront conservées entières chacune dans le sien. Que si la pression est parvenue jusqu'à elles, mais trop foible pour enlever une moitié ou à-peu-près de chacune, elle fera au moins des deux une partie unique, monstrueuse en grandeur.

Le Monstre de 1724 dont Mr. Lémery a conservé le Squelette, qui lui a été d'un assez grand usage, étoit un Monument remarquable de cette inégalité de pression. Les deux Epines plus éloignées d'abord l'une de l'autre par le haut, alloient toujours en se rapprochant

chant vers le bas, & finissoient par se joindre. La pression avoit donc été toujours en croissant du haut vers le bas, ou en décroissant du bas vers le haut, selon qu'elle avoit commencé par le haut ou par le bas, ce qui n'est de nulle conséquence quant à présent. Les parties qui occupoient le haut des deux cavités renfermées dans les Côtes des deux Epines, ont donc été moins poussées les unes contre les autres que celles d'embas, & c'est précisément ce qui est attesté par le fait; deux Poumons, deux Trachées, deux Œsophages. Le Cœur étoit unique, * mais beaucoup plus grand & de figure mois régulière que dans l'état naturel, marque évidente qu'à l'endroit où il est placé, la pression commençoit à être assez forte pour unir seulement ou confondre imparfaitement les parties. Passé le Cœur, presque tout étoit simple, la pression avoit été dans toute sa force.

* Pag. 46. in 4.

On a déja dit en 1724 de quoi étoit rempli l'intervalle que laissoient entre elles les deux Epines avant que de se toucher. Il partoit du côté interne de chaque Epine de petits Os plus longs dans le prémier ou plus haut rang que dans le second, dans le second que dans le troisième, & toujours ainsi de suite, qui sembloient s'être unis au milieu de l'espace où ils étoient, & s'y être arrêtés l'un l'autre, qui sortoient des endroits d'où doivent sortir des Côtes, & qui se trouvoient au nombre de douze comme des Côtes, restes évidens de Côtes qui s'étoient mutuellement détruites, mais non pas entierement, & dont la destruction imparfaite a été la prémière ori-

origine de tout ce qu'il y a eu ensuite de monstrueux.

Il naquit à Lyon un autre Monstre du même caractère ; deux Têtes, les parties supérieures doubles, les inférieures simples. Ses deux Epines étoient par le haut beaucoup plus écartées que celles du Monstre de Mr. Lémery, & on ne sera pas surpris qu'il eût deux Cœurs, & que le Diaphragme, qui étoit parfaitement simple dans le prémier, portât dans ce second une marque sensible d'avoir été fait de deux pièces ; c'étoient deux Centres nerveux au lieu d'un, & chacun d'eux devoit surement appartenir à un Diaphragme différent. Mr. Lémery a bien su profiter de la comparaison de ces deux Monstres, qui heureusement ne différoient que par la différente force des pressions qui les avoient produits. Ce que l'un pouvoit laisser douteux ou obscur, l'autre l'assuroit ou l'éclaircissoit.

Puisque dans les deux Monstres les parties inférieures étoient simples, les Intestins l'étoient aussi, c'est-à-dire, ce Canal unique six ou sept fois plus long que l'Homme n'est * haut, roulé de tous les sens, à droite, à gauche, en enhaut, en embas. Toutes ces circonvolutions, tous ces tours & retours étoient parfaitement dans l'ordre naturel & commun. On conçoit assez comment un Cœur peut se former de deux demi-Cœurs, une Vessie de deux demi-Vessies, deux moitiés se seront adaptées l'une contre l'autre du sens qu'il aura fallu ; mais on a plus de peine à imaginer que deux longs Canaux Intestinaux, pris dans leur tout, & avec toutes leurs circon-

* Pag. 47. in 4.

convolutions, ayant été coupés en deux, toutes les parties du Canal ouvertes d'un côté, & toutes les parties pareilles & correspondantes ouvertes de l'autre, viennent à s'aboucher & à s'unir ensemble, comme le demande le Sistême des Causes accidentelles de Mr. Lémery. Il est vrai que selon ce Sistême, les portions quelconques de circonvolutions, celles qui doivent être placées, soit à droite, soit à gauche, soit plus haut, soit plus bas, se trouveront précisément comme dans l'état naturel, les deux Fœtus étant supposés, ainsi qu'ils le sont toujours ici, regarder du même côté, & c'est déja une suite heureuse du Sistême. Mais il veut aussi qu'il se fasse un si grand nombre d'unions de bouts d'Intestin, & cela tout à la fois & avec une extrême justesse, que l'imagination en est effrayée.

Aussi d'habiles gens ont-ils bien appuyé sur cette difficulté en faveur du Sistême des Œufs originairement monstrueux, & d'autres sans abandonner le Sistême des Accidens, ont voulu prendre sur ce point une idée différente de celle de Mr. Lémery. Ils ont conçu que des deux Canaux Intestinaux qui doivent s'unir, l'un avec toutes ses circonvolutions alloit se poser exactement sur l'autre pour ne plus l'abandonner, & que par-là les membranes qui forment les tuyaux, se trouvant toujours doubles d'un côté du tuyau, & non du côté opposé, elles se confondoient par-tout où elles étoient doubles, & restoient simples par-tout ailleurs, de sorte qu'il périssoit toujours une moitié de chaque Canal total.

Mais Mr. Lémery n'adopte pas cette expli-

cation. Et en effet comment imaginer qu'un Canal Inteſtinal paſſe d'un * Fœtus dans l'autre ? pourquoi cette tranſmigration ? pourquoi un des Canaux la fera-t-il plutôt que l'autre, qui ſera demeuré à ſa place ? comment celui qui ſe déplace, a-t-il rompu les attaches, les ligamens qui l'arrêtoient où il étoit ? comment en trouve-t-il ou en prend-il dans ſon nouveau ſéjour ? Il paroît que cette idée fourmille de difficultés, & Mr. Lémery trouve que la formation qu'il a imaginée juſqu'à préſent pour des parties plus ſimples, lui ſuffit pour celle des Inteſtins. Il ſe fera, à la vérité, des anaſtomoſes en grand nombre, mais il s'en fait un grand nombre auſſi dans l'union de deux moitiés de Veſſies, tous les petits Vaiſſeaux de l'une s'aboucheront avec ceux de l'autre, & il y en a une infinité, ſeulement cette infinité n'eſt pas ſi ſenſible, & l'on ne compte que ſur l'union de deux moitiés de Veſſie, au-lieu qu'ici il y a pluſieurs bouts d'Inteſtin ſenſibles, du moins par rapport à leurs petits Vaiſſeaux, qui doivent s'unir. Mais ce plus ou ce moins dans une eſpèce préciſément la même, doit-il être compté ?

* Pag. 48 in 4.

Si l'on objecte que des parties molles, & même flottantes, telles que des Inteſtins, doivent difficilement ſe rencontrer aſſez juſte, Mr. Lémery répond par l'exemple du Monſtre de Lyon, dont le Diaphragme étoit viſiblement formé de deux Diaphragmes.

Ce que les Inventeurs ou les Défenſeurs des Œufs originairement monſtrueux ont trouvé de plus fort pour leur Siſtême, ç'a été

le

le Cadavre de ce Soldat des Invalides, dont on vit toutes les parties intérieures transposées, le Cœur à droite, le Foye à gauche, &c. on en a parlé en 1733 (a). Il n'y a nulle union ou confusion d'Œufs ou de Fœtus qui puisse rendre raison de ce fait singulier. Il commence cependant à n'être plus unique. Mr. Lémery le reçoit pleinement & sans restriction, & soutient en même tems qu'il n'appartient pas à la Question présente. L'Invalide n'étoit pas un Monstre.

Quoiqu'il ne le fût nullement à l'extérieur, il auroit encore pu l'être par des parties intérieures doubles, tronquées, * défigurées, déplacées, &c. mais rien de tout cela ; toutes les parties intérieures avoient leur figure, leur consistance, leurs fonctions, leur place, leurs connéxions mutuelles, &c. seulement tout ce qui est ordinairement à droite étoit ici à gauche, & réciproquement. Qu'on imagine deux Maisons parfaitement semblables en tout, hormis que l'une est tournée de façon que l'Escalier est à la droite de ceux qui entrent, & dans l'autre à la gauche ; la Mode sera, si l'on veut, pour l'Escalier à droite, mais l'autre Maison ne laissera pas d'être absolument aussi régulière, aussi commode, aussi bien entendue.

* Pag. 49. in 4.

Mr. Lémery prouve que les Monstres sont attaqués de maladies *organiques*, c'est-à-dire, qui viennent du vice de quelques Organes incapables par leur structure de bien faire leurs fonctions. Aussi les Monstres ne vivent-ils pas,

(a) V. les M. p. 519, & suiv.

pas, & dans la grande quantité qu'on en a vu, peut-être n'y en a-t-il pas eu un seul qui ait vêcu 30 ans. L'Invalide en a vêcu 72, & jamais il ne s'étoit apperçu, jamais on n'avoit soupçonné qu'il eût aucune conformation particulière. Ce sont les fonctions animales considérablement blessées qui font principalement l'essence des Monstres.

Mais l'Invalide étoit donc né d'un Œuf où originairement toutes les parties intérieures étoient transposées, & voila une conformation différente par elle-même de la conformation commune. Mr. Lémery l'avoue sans peine, mais il nie que ce soit une conformation monstrueuse, puisque les fonctions animales n'en étoient aucunement blessées.

On voit assez quelles sont celles que l'Auteur de la Nature a voulu que les différens Animaux exerçassent chacun dans son espèce. S'il en vient au jour quelques-uns avec une incapacité entière ou une extrême difficulté de les exercer, on peut être sûr qu'ils ne sont point de la prémière intention du Créateur, & que les mesures qu'il avoit prises selon des Loix générales, les seules dignes de sa Sagesse, ont été traversées par des Accidens auxquels il valoit mieux laisser leur cours que de prévenir leur action. Sur-tout, l'intention * la plus marquée de celui qui a fait l'Univers étant que les Animaux se perpétuent par la voye de génération, si l'on voit naître une sorte d'Animaux qui ne puisse se perpétuer, dont aucun n'ait jamais produit son semblable, & n'ait jamais trouvé avec qui le produire, enfin dont chacun est toujours un nouvel Animal,

* Pag. 5?. in 4

mal, différent du moins par des circonstances très remarquables de tous ceux qu'on avoit déja vus, comment croira-t-on qu'ils ayent tous été faits pour être tels qu'on les voit, tous dessinés avec soin dans des Œufs particuliers, tous essentiellement dissemblables entr'eux, tous uniques? Ne reconnoît-on pas là les effets de Causes accidentelles, irrégulières, aveugles, qui n'agissent pas de concert avec les Loix générales, & ne reviennent point deux fois à une même combinaison?

L'Invalide pouvoit certainement avoir des Enfans, & il auroit été curieux de savoir s'ils avoient les parties intérieures transposées comme lui, ou du moins si ses Parens les avoient eues. Mais il est bien visible qu'on n'avoit garde d'y penser, & en général le nombre des Dissections que l'on fait, est si prodigieusement petit par rapport à celui des Morts, qu'il n'est pas étonnant que des connoissances qui demanderoient un nombre beaucoup plus grand de Dissections, nous échappent. Il y a toute apparence qu'on trouveroit encore des Sujets pareils au Soldat, & qu'à la longue on en trouvera, & alors on pourra bien dire que l'Auteur de la Nature a voulu, en créant ces sortes d'Œufs, manifester son entière liberté de prendre différentes voyes pour une même fin. Cette fin aura été effectivement toujours la même, puisque l'on vit également bien avec des parties intérieures placées à droite ou à gauche, mais des Monstres ne vivent pas, & n'exercent pas leurs fonctions comme les autres Animaux, & s'ils avoient été faits immédiatement & directe-

ment pour être tels qu'ils font, il feroit impossible de voir à quelle fin ils se rapportent. On y auroit reconnu, si l'on vouloit, la Liberté du Créateur, mais non pas sa Sagesse. Les Attributs divins ne se séparent jamais.

* Pag. 51. in 4.

## * OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

### I.

Mr Kostremski, Polonois, mangeant avec Mr. Forst Officier Suédois, âgé de 50 ans ou environ, s'apperçut que dès que Mr. Forst mangeoit quelque chose de bien salé & de haut gout, il suoit abondamment de la Joue droite, la gauche étant fort sèche, & à plus forte raison le reste du Corps. Les mêts doux ne causoient point cette sueur.

Mr. Kostremski, curieux d'approfondir un phénomène si bizarre, fit bien des questions à l'Officier, & n'en apprit autre chose, sinon qu'il avoit eu cet accident dès son enfance, & qu'il ne savoit rien qui en pût être l'origine. Sa tête & sa face furent bien examinées, nulle tumeur, nulle cicatrice, seulement Mr. Kostremski remarqua qu'au côté droit de la Langue il y avoit un espace long de demi-pouce, où manquoit l'Epiderme qui doit couvrir toutes les Papilles nerveuses, & au rapport de Mr. Forst, cela avoit toujours été ainsi. Cet endroit nud, placé justement au côté droit, devoit donc être plus fortement ébranlé, plus vivement irrité par les

Sucs

Sucs piquans, & la Joue droite pouvoit s'en ressentir par la communication des Nerfs. C'est la conjecture de l'Observateur, qui a envoyé la rélation du fait à Mr. Winslow pour le communiquer à l'Académie.

II.

Mr. du Hamal a lu à l'Académie une Observation de Mr. Aubert, Médecin de la Marine à Brest, qui confirme exactement celle de Mr. Hunauld sur la Valvule du Trou Ovale dont nous avons parlé en 1735 (a). Toute la différence est que le Sujet de Mr. Hunauld avoit 50 ans, & celui de Mr. Aubert 30.

III.

Frère Modeste Cloupeau, Religieux de l'Observance & * Apothicaire du grand Couvent de Toulouse, a envoyé à l'Académie la Rélation suivante.

* Pag. 52. in 4.

Le Sr. Trebos, Habitant de la Paroisse de Daux, distante de Toulouse de près de deux lieues, tourmenté depuis deux ans de Coliques très violentes, d'envies excessives de vomir, & d'une faim presque insatiable, se sentant intérieurement rongé, & rendant des Vers plats en quantité, & quelquefois par pelotons, s'adressa au Frere Modeste, qui lui donna des Pilules à prendre les unes après les autres avec certaines Décoctions. Le Malade, impatient de se délivrer d'un mal qu'il ne pouvoit plus supporter, hazarda d'accourcir beaucoup les intervalles des Pilules, & fut en effet sur le point d'en mourir, il tom-

(a) p. 19.

tomba dans des défaillances & dans des évanouissemens qui n'annonçoient que la mort; on eût entendu facilement le bruit du grouillement de ses Boyaux à plus de trente pas. Mais enfin il rendit plusieurs Vers, quelques-uns assez longs, & un dernier plus remarquable que les autres, & que l'on crut avoir été son plus cruel ennemi.

Il étoit long de 16 pieds, tenant toujours la tête levée d'un pied & demi, soit qu'il se traînât sur la terre, soit qu'il se mît en peloton. On le mit dans un Pot plein d'eau, où il fit des mouvemens étonnans, toujours la tête levée d'un pied. Cette Tête étoit noire, ronde comme un Pois, le Cou fort étroit, avec des éminences qui ressembloient à des Vertèbres. Ce Ver avoit deux Yeux.

Depuis ce tems-là, le Malade se porte parfaitement bien, & il se fait bon gré d'une témérité qui peut-être étoit nécessaire, & du moins a hâté sa guérison.

IV.

Au mois de Juin 1738, une pauvre Fille de Metz, nommée Marguerite, badinant avec une de ses camarades, à l'occasion d'un Ecu de trois livres qui étoit plus large qu'à l'ordinaire, mit cet Ecu dans sa bouche, disant qu'il n'étoit pas si large qu'elle ne l'avalât bien; sa compagne paroissant avoir peur de perdre sa pièce, Marguerite fit un éclat de rire, * auquel succéda un mouvement d'inspiration, pendant lequel elle avala l'Ecu, qui se trouva engagé de façon qu'il ne pouvoit ni descendre ni remonter. Un Chirurgien du voisinage fit tout ce qu'il put pour le tirer, & n'en pou-

* Pag. 53. in 4.

pouvant venir à bout, il se servit d'un Poireau huilé qu'il poussa aussi avant qu'il put dans le gosier, sans pouvoir rien changer à la situation du corps étranger. Mr. du Luc, Chirurgien-Major du Régiment de la Marine, fut mandé au secours de cette Fille, qu'il trouva dans un état périlleux; & ayant rêvé un moment sur les moyens de la soulager, l'idée de lui faire avaler du Mercure se présenta à lui, il en fit venir deux livres, qui apres avoir été chauffées, furent avalées dans du Bouillon par la Malade. Cet expédient réussit; l'Ecu fut précipité dans l'Estomac, & les accidens cesserent. Mr. du Luc fit coucher la Malade sur le côté gauche, espérant par-là donner le tems à une partie du Mercure de s'attacher à l'Ecu, & le rendre plus propre à passer par le Canal intestinal. Deux heures après il voulut qu'on promenât la Malade, & qu'elle avalât trois onces d'Huile d'Amande douce; un moment après elle fut travaillée de cruelles douleurs à la région de l'Estomac vers le Pilore, accompagnées d'envies de vomir & de défaillances; alors on la mit dans un Carosse avec deux personnes, & on la fit cahoter dans des endroits raboteux, ce qui réussit, puisque l'Ecu descendit dans les Intestins, & qu'elle rendit tout le Mercure par les Selles. Mr. Verdier, Apothicaire de l'Hôpital, fit observer à Mr. du Luc que le Mercure rendu étoit d'une couleur plus plombée, & moins coulant qu'il n'est ordinairement; alors ils penserent tous deux que quelque partie d'Argent s'y étoit amalgamée; dans cette idée, ils passerent le Mercure par le Chamois, & il resta sur le Chamois environ un gros d'Argent; ils le mi-

rent sur une pelle à feu, ils en firent évaporer le Mercure, & ils virent que c'étoit réellement de l'Argent. Cependant la Malade souffroit toujours des douleurs de Colique insupportables, Mr. du Luc lui fit avaler une seconde fois du Mercure, elle avoit gardé le premier 60 heures, elle garda celui-ci * 36 heures, & ne le rendit que par le moyen du Carosse, où elle fut promenée comme la première fois. Tous les accidens cessèrent dès qu'elle l'eut rendu. Le même Mercure fut repassé par le Chamois, & il s'y retrouva à peu-près la même quantité d'Argent qu'à la première expérience. La Malade ne sentit plus aucunes douleurs, & se rétablit parfaitement, sans qu'on ait eu depuis aucune nouvelle de l'Ecu, qui vraisemblablement a été tellement pénétré par le Mercure, que ses parties en ont été desunies & confondues dans les grosses matières que la Malade a rendues dans la suite. On s'imaginera aisément que durant cette cure, les Saignées, les Lavemens & les Potions huileuses furent employées selon l'exigence du cas, & les différentes situations où se trouva la Malade. Cette Rélation a été donnée à l'Académie par Mr. Morand, qui la tenoit de Mr. du Luc.

* Pag. 54. in 4.

CEtte année Mr. Morand a aussi communiqué à l'Académie l'histoire de dix-sept opérations de la Taille, faites par la Méthode Latérale; savoir, une à Paris par lui, onze à Rouen par Mr. le Cat, Correspondant de

de l'Académie, une à Besançon par Mr. Vacher, aussi Correspondant, deux à Rochefort par Mr. de la Haye, une à Lille en Flandre par Mr. Planque, une à Perpignan par Mr. d'Arigran, Elève de Mr. Morand.

Quatorze de ces opérations ont parfaitement réussi; un des trois morts avoit dans les Intestins treize grands Vers. La Pierre tirée par Mr. Planque est d'un volume considérable, ressemble à une Pierre Echinite, & pese trois onces, & le Malade est parfaitement guéri.

Mr. Morand a appris que Mr. Grillet, son Elève, & Chirurgien du Grand-Maître de la Religion à Malte, la faisoit dans ce Païs-là avec grand succès, & il en a promis un détail à l'Académie.

---

NOus renvoyons entierement aux Mémoires * Pag. 55. in 4.

L'Ecrit de Mr. Winslow sur les incommodités, infirmités, &c. qui arrivent à l'occasion de certaines attitudes & de certains habillemens (*a*).

Un second Mémoire de Mr. Petit sur la Fistule Lacrimale (*b*).

La dernière partie du troisième Mémoire de Mr. Lémery sur les Monstres à deux Têtes (*c*),

Les Recherches de Mr. Hunauld sur la (*d*) struc-

(*a*) V. les M. p. 84. (*b*) p. 221. (*c*) p. 461. (*d*) p. 525.

ſtructure ſingulière qu'on rencontre quelquefois dans quelques parties du Corps.

* Pag. 56. in 4.

# * CHIMIE.

## *SUR UNE NOUVELLE ESPECE DE PORCELAINE.*

LE ſujet de la Porcelaine a déja été (*a*) traité par Mr. de Reaumur en 1727 (*b*) & en 1729 (*c*), & nous n'en parlons qu'aujourdhui dans cette Hiſtoire, parce que les trois différens Mémoires raſſemblés commencent à faire un corps que l'on verra plus aiſément & plus agréablement d'un ſeul coup d'œil.

La Porcelaine eſt une matière cuite au feu, & vitrifiée à demi. Elle tient le milieu entre nos Poteries de terre, ou nos Fayences & le Verre. Si elle étoit entierement vitrifiée, elle ne ſoutiendroit pas plus que ne fait le Verre, les liqueurs fort chaudes & verſées bruſquement, ce qu'on lui demande pourtant dans l'uſage ordinaire qu'on en fait. Elle eſt à demi tranſparente, parce qu'elle eſt à demi-vitrifiée. On veut de plus qu'elle ſoit d'une certaine blancheur, ce qui dépend entierement des matières qui la compoſent.

On

(*a*) V. les M. de 1739. p. 507. (*b*) V. les M. p. 261. (*c*) V. les M. p. 460.

On ne peut avoir que de deux façons une matière à demi-vitrifiée; ou 1. on l'aura saisie, enlevée du feu, avant qu'elle le fût entierement; ou 2. elle étoit composée de deux matières, dont l'une étoit vitrifiable, & l'autre ne l'étoit point, ou du moins ne l'étoit que plus difficilement & avec un plus long tems, de sorte que la vitrification de l'une étant faite, & celle de l'autre ne l'étant pas, on a enlevé le tout du feu.

Mr. de Reaumur a reconnu que toute la Porcelaine de la Chine & des Indes avoit été fabriquée de la seconde manière. Des instructions qu'il a reçues d'un habile Missionnaire Jésuite, portoient que les deux matières composantes étoient le Pe-tun-tse & le Kao-lin, & par un grand nombre * d'expériences & d'essais sur des échantillons qu'on lui en avoit envoyés, il est parvenu à entendre ces deux mots Chinois. Le Pe-tun-tse, ce sont toutes les terres, tous les Sables, Cailloux, qui se fondent au grand feu; le Kao-lin, qui a été plus difficile à entendre, c'est le Talc, incapable, ou très peu capable de vitrification.

* Pag. 57. in 4.

Toutes les Porcelaines d'Europe, comme celles de Saint-Clou, de Chantilli, de Saxe, appartiennent à la prémière manière ou espèce; ce sont des vitrifications qui auroient été parfaites, si on ne les eût arrêtées dans leur cours, & pour s'exprimer en Chinois, ce n'est que du Pe-tun-tse sans Kao-lin, des matières toutes vitrifiables, & à peu-près également.

Sur ces principes, Mr. de Reaumur a imaginé une troisième & nouvelle espèce de Por-

Porcelaine. Celle d'Europe, a-t-il dit, auroit été Verre, si on l'eût poussée jusqu'au bout, donc il y a apparence que le Verre a passé par un état où il n'étoit que Porcelaine, & de tout Verre on en feroit de la Porcelaine en le remettant dans cet état. Des Ouvrages de Verre, comme des Bouteilles à mettre du Vin, des Cloches à couvrir des Melons, deviendroient des Vases de parade.

Mais la vitrification est-elle le dernier effet du feu, le dernier état où l'on puisse porter une matière solide? Quand cela seroit vrai, il s'ensuivroit qu'on ne peut la porter plus loin, mais non pas qu'on ne pût l'en faire revenir, il ne paroît nullement impossible de rendre au Verre l'opacité qu'il a eue, & de lui donner en même tems une certaine blancheur, moyennant quoi il sera Porcelaine.

Il n'est plus question de possibilité, la chose est faite, mais comme on le croira facilement, ce n'est qu'après une infinité d'essais & de tentatives, qui ont demandé beaucoup de tems, de soins & de vues fines. Des Ouvrages de Verre ont été *recuits* par le moyen de certaines matières qui s'y sont incorporées, & leur ont rendu la demi-opacité qu'il leur falloit pour être Porcelaine, & même la blancheur qu'on a voulu qui fût nécessaire.

* Pag. 58. in 4. *Ce qui marque bien la transformation intime de ces Verres, c'est leur cassure; elle n'a plus du tout ce poli, ce luisant de celle du Verre, il est vrai qu'elle n'a pas non plus parfaitement les grains de celle de la Porcelaine, ce sont plutôt des fibres couchées les unes sur les

les autres que l'on apperçoit, mais enfin il suffit que la cassure de la nouvelle Porcelaine soit telle qu'on ne la prendroit jamais pour être celle d'un Verre.

Le choix du Verre n'est pas indifférent pour la perfection de l'ouvrage. Il est bizarre, si quelque chose l'est en Phisique, que les Verres les plus durs soient ceux qui se recuisent le plus aisément, & que ceux qui sont les plus desagréables à nos yeux, ceux, par exemple, de nos plus vilaines Bouteilles, donnent les plus belles Porcelaines de cette espèce. Jamais le Verre de la plus belle Glace n'en donneroit de pareille.

Le Gips, qui est une des matières de la recuite, est la principale cause de la blancheur. Celle de la surface est moins belle que celle de l'intérieur, ce qui n'est pas dans l'ancienne Porcelaine. Cette inégalité est malheureusement placée pour les yeux auxquels on défere tant, mais quel sujet n'y a-t-il pas d'espérer qu'un Art, à peine encore né, se perfectionnera?

Dans l'état où il sort présentement des mains de Mr. de Réaumur, cette Porcelaine peut déja tenir un second rang parmi toutes les autres. Elle pourra pécher par un endroit qui lui feroit grand tort, elle coutera trop peu, & par-là aura de la peine à orner les Appartemens.

En récompense on en pourra faire les plus excellens Creusets que l'on ait encore eûs, & les Chimistes lui pardonneront aisément de n'être pas chère.

* Pag. 59. in 4.

## * SUR LES TEINTURES (a).

MR HELLOT ayant été chargé par le Conseil, de suivre le travail que feu Mr. du Fay avoit entrepris par le même ordre, sur l'Art de la Teinture, s'est livré avec plaisir à tout ce que demandoit cette honorable commission, & donne ici un commencement de ses recherches. On a déja vu en 1737 (b), un pareil commencement de celles de Mr. du Fay, & nous supposons que l'on s'en souvienne. Les deux Auteurs sont parfaitement d'accord.

Toute Teinture est une matière étrangère *colorante*, appliquée à un *Sujet* quelconque. Il faut 1. qu'elle lui soit appliquée jusqu'en ses plus petites parties ; 2. qu'elle le soit partout également, 3. qu'elle le soit intimement, & non superficiellement.

Par-là on voit déja qu'il faut que la matière colorante ait été dissoute par un Dissolvant bien convenable, sans quoi elle n'arriveroit pas à la division de parties, à l'extrême finesse qui est nécessaire. Cette finesse doit être telle, que, comme il a été dit à l'endroit cité de 1737, deux corpuscules voisins ne puissent pas être distingués à l'Œil, & n'y fassent qu'une seule sensation.

La distribution égale des atomes colorans sur tout le Sujet, dépend & de l'uniformité d'action

(a) V. les M. pag. 176. (b) M. p. 353, & suiv.

d'action que pourra prendre par elle-même la matière colorante mise en mouvement, & d'une certaine justesse d'opération que l'expérience enseigne.

Les atomes colorans entreront d'autant plus profondément dans les pores du Sujet, que ces pores auront été plus ouverts, & non seulement le feu ou la fermentation peuvent les ouvrir, mais les atomes peuvent se les ouvrir eux-mêmes, soit en les corrodant un peu, ce qui est très possible, puisqu'il y a telle matière qui ronge la Laine, par exemple, au point de la détruire entierement, & de n'en laisser nul vestige.

* Si l'on joint à cela que les pores élargis se referment ou par leur ressort naturel, ou par le froid extérieur, on concevra aisément que les atomes colorans non seulement auront bien pénétré le Sujet, mais y seront encore bien retenus. *Pag. 60. in 4.

Toutes ces idées n'appartiennent qu'à la Teinture en général, mais il y a de plus le bon teint, qui exige deux nouvelles conditions & plus rigoureuses, que la matière colorante résiste & à l'Eau de pluye & au Soleil, c'est-à-dire, que l'Eau ne la dissolve point, & que le Soleil ne la desséche point jusqu'à la réduire en poudre, & la calciner; il est visible qu'en ces deux cas sa couleur disparoîtroit ou s'affoibliroit beaucoup.

Cela limite extrêmement le nombre des ingrédiens qui peuvent entrer dans le bon teint. Il est impossible de ne pas employer des Sels dans une Teinture, & tous les Sels ou se dis-

ſolvent à l'Eau, ou ſe calcinent au Soleil, excepté le Criſtal de Tartre & le Tartre vitriolé, inaltérables l'un & l'autre tant au Soleil qu'à l'Eau. Ils feront donc toujours, du moins l'un ou l'autre, & du moins pour certains Sujets, néceſſaires au bon teint.

On peut imaginer encore pour ſa perfection, que ces Sels enduiront d'une certaine glu les pores qui retiendront les atomes colorans, & que par-là ils les attacheront davantage au Sujet. Peut-être même couvriront-ils d'une petite lame tranſparente la partie des atomes qui ſe montre en dehors, ce qui donneroit au tout enſemble un certain éclat & un œil plus agréable. Il eſt très naturel que le Tartre, en ſe criſtalliſant à l'air froid, fourniſſe aux atomes cette petite couverture, qui d'ailleurs les défendra encore, s'il le faut, des impreſſions nuiſibles.

Sans doute on ne ſe figurera pas que cette Théorie générale de la Teinture ait précédé les opérations Chimiques de Mr. Hellot, elle n'en eſt que le réſultat, que nous donnons dépouillé des faits, dont le curieux détail feroit trop ample. Ces faits en grand nombre, tournés de pluſieurs façons * différentes, & qu'enfin on a trouvé l'art de bien voir, ont conduit à un méchaniſme qu'il étoit impoſſible de voir, & dont les ſimples Teinturiers ne s'embaraſſent pas.

* Pag. 61. in 4.

Mr. Hellot a travaillé d'abord ſur l'Indigo, qui fournit à l'Art de la Teinture ſon plus beau Bleu, & un Bleu qu'on prend pour baſe de preſque toutes les autres couleurs. C'eſt de toutes les obſervations faites ſur l'Indigo,

qu'eſt

qu'eſt née la Théorie que nous venons de rapporter.

Il eſt à remarquer que quand le *Bain* d'Indigo a été enfin mis dans le dernier état où il doit être pour teindre une Etoffe, il n'eſt bleu qu'à ſa ſurface ſupérieure qui touche l'Air, & verd dans toute ſa profondeur. Pourquoi n'eſt-il pas bleu par-tout? certainement l'Etoffe qu'il va teindre ne ſera que bleue.

Il faut que la matière de l'Indigo ſoit parfaitement diſſoute; or elle eſt végétale & diſſoute par un Alkali végétal, & c'eſt une Règle conſtante en Chimie, que quand un Alkali végétal diſſout une Plante bleue, la diſſolution eſt verte. Le Bain d'Indigo, qui n'eſt que la diſſolution d'une matière végétale bleue par des Alkali végétaux, devroit donc être entierement verd, & la merveille n'eſt plus que de ce qu'il a une première ſurface bleue. Mais il eſt aiſé de concevoir que dans cette ſurface touchée par l'Air, il ſe fait quelque changement qui ne lui eſt pas commun avec le reſte de la liqueur. Mr. Hellot l'explique plus à fond, & peut-être n'a-t-il été embaraſſé que dans le choix des explications conformes à la ſaine Phiſique.

CEtte année Mr. Malouin, Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, a lu à l'Académie un Ecrit ſur l'Union du Mercure avec l'Antimoine, avec l'Etain & avec le Plomb.

Le Mercure eſt ſi important en Chimie, qu'on

qu'on ne peut le connoître trop à fond, il y a longtems que pour y parvenir, on le tourmente en différentes façons, & on ne les a pas encore épuisées toutes. On ne l'a point jusqu'ici allié avec l'Antimoine, autre Minéral très important aussi. *On a bien purifié le Mercure avec l'Antimoine, mais on ne les a pas unis ensemble. Cette union paroîtroit devoir être aisée, parce que celle du Mercure & du Soufre l'est beaucoup*, & que l'Antimoine a beaucoup de Soufre, mais c'est cela même qui fait une difficulté que l'on n'eût pas devinée, le Soufre s'attache mieux à l'Antimoine qu'au Mercure, & il s'attache si fortement à l'Antimoine, qu'il l'a en quelque sorte saisi tout entier, & ne permet plus au Mercure de s'y attacher.

* Pag. 62. in 4.

Après bien des tentatives, dont le détail seroit instructif ou du moins curieux, s'il nous étoit permis ici, Mr. Malouin est enfin parvenu à unir si intimement le Mercure à l'Antimoine, que l'Antimoine en est devenu sensiblement plus dur, & cela par une opération assez directe & assez simple, c'est-à-dire, qui ne demande pas un certain circuit d'opérations préliminaires, ou préparatoires, mais en récompense elle demande beaucoup de précision dans tout le procédé & dans les circonstances, & il est aisé de la manquer. Mr. Malouin, pour achever de faire voir combien il s'étoit rendu maitre du Mercure à cet égard, l'a retiré entierement de ce même Antimoine, où il l'avoit fait si bien pénétrer. Il a trouvé en son chemin une *Neige* d'Antimoine, qu'un Chimiste Italien n'avoit découverte que

par

par un long & pénible travail qu'on n'auroit pas volontiers recommencé.

On convient que l'Etain seroit plus parfait s'il étoit plus blanc, plus dur, plus sonore, & s'il perdoit un certain *cri* qu'il a ordinairement quand on le plie. Quelques Chimistes l'ont perfectionné sur quelqu'une de ces qualités, d'autres sur une autre, aucun ne l'a fait sur toutes ensemble, & aucun n'a employé le Mercure à ces effets. Mr. Malouin qui en avoit vu le succès sur l'Antimoine, en a espéré un pareil sur l'Etain, & ne s'est pas trompé.

Il a réussi de même, & par le même moyen, à rendre le Plomb plus blanc & plus dur.

Le Mercure retiré de ces Métaux en a pris un peu la couleur, & peut-être, à ce que conjecture Mr. Malouin,* deviendroit-il violet, s'il avoit passé par quelque matière Minérale violette, comme le Cobalt.

* Pag. 63. in 4.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

L'Ecrit de Mr. Geoffroy sur un Moyen de préparer quelques racines à la manière des Orientaux (*a*).

L'Examen des Remèdes de Mlle Stephens contre la Pierre, par Mr. Morand (*b*).

L'Examen du Sel de Pécais, par Mrs Lémery, Geoffroy & Hellot (*c*).

(*a*) V. les. M. p. 135. (*b*) p. 251. (*c*) p. 511.

BO-



# BOTANIQUE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

L'Histoire du *Lemma*, par Mr. Bernard de Jussieu (*a*).

Les Expériences de Mr. de Buffon sur la force des Bois (*b*).

Les Observations de Mr. du Hamel sur le Guy (*c*).

(*a*) *V.* les M. p. 375. (*b*) p. 636. (*c*) p. 677.



* Pag. 64. in 4.

# *GEOMETRIE.

CEtte année Mr. Robillard, âgé de 16 ans, fils du Maître de l'Ecole d'Artillerie de Metz, présenta à l'Académie un Traité sur les Sections Coniques, où il examine non seulement ces Sections, & les Solides qui en peuvent naître, mais encore les nouvelles Sections qui peuvent naître de ces Solides, la dimension des Solides, & celle des Sur-

Surfaces planes & ſphériques de pluſieurs Courbes Géométriques, ou même Méchaniques, les Centres de Gravité & de Percuſſion de beaucoup de ces Surfaces & Solides. On a trouvé toutes les Propoſitions bien démontrées, la plupart curieuſes, & quelques-unes nouvelles. L'Auteur, quoique très jeune, a non ſeulement des connoiſſances en Géométrie, mais il poſſède aſſez bien le Calcul Différentiel & l'Intégral.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

L'Ecrit de Mr. Nicole ſur la Triſection de l'Angle (*a*).

L'Ecrit de Mr. Clairaut ſur la Spirale d'Archimède, décrite comme la Cycloïde (*b*).

Un Problême Phiſico-mathémathique du même (*c*).

Un Ecrit ſur l'Intégration ou la Conſtruction des Equations différentielles, &c. du même (*d*).

(*a*) *V.* les M. p. 140. (*b*) p. 208.
(*c*) p. 359. (*d*) p. 417.

ASTRO-



* Pag. 65. in 4.

# *ASTRONOMIE.

## SUR LES ECLIPSES DES SECOND ET TROISIEME SATELLITES DE JUPITER (a).

ON sait de quelle extrême utilité nous sont les Eclipses du 1er Satellite de Jupiter, qui, parce qu'il est le prémier, ou le plus proche de Jupiter, a presque tous les jours une Immersion ou Emersion, momens bien marqués dans le Ciel, & par-là très importans. On ne peut trop avoir de ces momens, & on en augmenteroit le nombre par les Eclipses des autres Satellites, quoique plus rares à proportion de l'éloignement où ils sont de Jupiter. Le second est celui qui après le prémier, fournira le plus d'Eclipses, & c'est aussi celui sur lequel on a le plus travaillé à l'Observatoire, en suivant ce qu'avoit fait sur ce grand sujet feu Mr. Cassini. Nous ne répéterons point ce que nous en avons déja rapporté en 1727 (b) & 1729 (c).

Pour

(a) V. les M. p. 94. (b) p. 149, & suiv.
(c) p. 89, & suiv.

Pour profiter des Eclipses du 2d Satellite, il faut les pouvoir prédire, comme on fait celles du prémier, & on a vu en 1727 quels étoient les Elémens ou connoissances nécessaires pour cette prédiction. Ce sont les mêmes que ceux qui entrent dans le calcul des Eclipses de la Lune, notre Satellite. L'inclinaison des Orbes des Satellites sur celui de Jupiter est un de ces Elémens, & très difficile à déterminer précisément. Feu Mr. Cassini l'avoit posée de 2° 55′ pour tous les Satellites, & constante pour chacun. En même tems il plaçoit les Nœuds ou intersections de ces Orbes des Satellites avec celui de Jupiter, au 14° 30′ du Lion & à l'opposite, & les y supposoit fixes. C'étoit le résultat de toutes ses * observations faites avec l'assiduité, le soin & l'adresse que l'on sait.

* Pag. 66. in 4.

Il a été dit dans les endroits cités, qu'en comparant la plus longue & la plus courte Eclipse d'un Satellite, on en tireroit l'inclinaison de son Orbe sur l'Orbe de Jupiter, & on l'a prouvé. Mais il faudroit donc voir des Eclipses entières pour en avoir la durée, & il est certain qu'à cause de la grande proximité où est le 1er Satellite à l'égard de Jupiter, on ne peut voir de ses Eclipses que l'un des deux momens extrêmes & essentiels, l'Immersion ou l'Emersion; & dans les Eclipses du second qui est plus éloigné de Jupiter, on peut voir ces deux momens appartenans à une même Eclipse, mais rarement & en certains cas favorables. Voila de quoi il s'agit présentement.

Que le Soleil, la Terre & Jupiter soient

 sur

ſur la même droite, que j'appellerai ligne des *Syzygies*, & qu'un Satellite quelconque tourne autour de Jupiter, on conçoit bien que quand ce Satellite rencontrera l'ombre de Jupiter, qu'il aura enſuite à traverſer, il pourra être inviſible à la Terre, & dans le moment de ſon Immerſion, & dans celui de ſon Emerſion, parce qu'il aura alors été caché à la Terre par le globe de Jupiter dont il étoit trop proche, & que de plus il ſera entré dans une Ombre Conique dont le diamètre étoit plus petit que celui de Jupiter, ce qui favoriſe encore l'occultation du Satelite dans les deux momens d'Immerſion & d'Emerſion. Je ſuppoſe que ſi le Satelllite avoit été un peu plus éloigné de Jupiter, il auroit été vu de la Terre dans ces deux momens, & je dis que cela étant, il pourra encore être vu de la Terre dans ces deux mêmes momens, ſans que ſa diſtance à Jupiter ſoit augmentée, pourvu ſeulement que Jupiter ne ſoit plus avec la Terre & le Soleil ſur la ligne des Syzygies, mais qu'il en ſoit à 90 dégrés, ou, ce qui eſt le même, ſur une ligne perpendiculaire à celle des Syzygies. La Terre qui dans le prémier cas ne pouvoit abſolument voir le Cone d'Ombre de Jupiter, ſur-tout à l'endroit où le Satellite y entroit, voit entierement ce Cone dans le ſecond * cas par la différente manière dont il lui eſt expoſé. Tout cela ſignifie, & peut-être l'entend-on déja aſſez, que dans les Conjonctions ou Oppoſitions de Jupiter au Soleil, la Terre ne pourra voir l'Immerſion & l'Emerſion d'une même Eclipſe de tel Satellite, dont elle verra l'un

* Pag. 67. in 4.

l'un & l'autre moment, quand Jupiter sera en Quadrature avec le Soleil.

Cette condition peut être de rigueur, c'est-à-dire, qu'on ne pourra voir dans une même Eclipse les deux momens ou les deux phases que dans la Quadrature précise; mais si cela se trouve, ce sera l'effet d'une certaine distance unique du Satellite à Jupiter, distance qui suivra immédiatement la dernière de celles où l'on ne voyoit qu'une des deux phases. A mesure que les distances augmenteront, il y aura plus de tems favorables avant & après la Quadrature, & enfin on verra toujours l'une & l'autre phase.

Quand on cherche la plus longue Eclipse, il la faut chercher à un des Nœuds de l'Orbe du Satellite avec l'Orbe de Jupiter. Plus l'Orbe du Satellite est incliné sur celui de Jupiter, plus cette plus longue Eclipse du Nœud est longue, & l'inclinaison peut être si grande, que des Eclipses arrivées à des distances fort sensibles du Nœud, ne laisseront pas d'être sensiblement égales à l'Eclipse du Nœud.

Toute cette petite Théorie s'applique aisément au 2d Satellite de Jupiter. Il en est presque exactement à la distance où les deux phases d'une de ses Eclipses seront vues de la Terre, lorsque Jupiter, vu de la Terre, sera en Quadrature avec le Soleil. Or Jupiter n'ayant qu'un mouvement de 1 dégré en 12 jours à-peu-près, il est longtems dans une Quadrature sensiblement & phisiquement, ce qui favorise les observations. Il faut donc, si l'on veut avoir la plus longue Eclipse de ce 2d Satellite, prendre Jupiter dans le tems où

il eſt en Quadrature avec le Soleil, ou aux environs.

Il faut de plus que Jupiter, vu du Soleil, ſoit à 25 dégrés de côté ou d'autre du lieu du Zodiaque où ſera un Nœud de ſon Orbe avec celui du Satellite.

Ces deux circonſtances néceſſaires ſe ſont trouvées unies * dans le Mois de Février 1740, Jupiter étant dans les Gémeaux; on a déja dit que les Nœuds des Satellites ſont fixes juſqu'ici au milieu du Lion & d'Aquarius. Mr. Caſſini obſerva d'un côté, & de l'autre Mr. Maraldi, Neveu de Mr. Maraldi, dont on a vu les recherches ſur ce même ſujet en 1727 & 1729.

* Pag. 68. in 4.

Les deux Aſtronomes obſervèrent que ſes Eclipſes du 2d Satellite, où l'une & l'autre phaſe eſt viſible, s'étendoient des deux côtés du limite à une plus grande diſtance que l'on ne croyoit, juſqu'à plus de 25 dégrés, ce qui marque une grande inclinaiſon de l'Orbe du Satellite; & en effet, ſelon feu Mr. Caſſini, l'angle n'en eſt pas de 3 dégrés entiers. On ne découvre pas non plus par ces obſervations ſi récentes, que les Nœuds des Satellites que ce grand Aſtronome a ſuppoſés immobiles, ceſſent de l'être, quoiqu'on s'y attende, & avec raiſon.

Mais une choſe remarquable & nouvelle, c'eſt que par la comparaiſon des anciennes Eclipſes du 2d Satellite avec les dernières, on s'apperçoit que des Eclipſes arrivées dans les mêmes circonſtances, ne ſont pas exactement de la même durée, & par conſéquent l'inclinaiſon de l'Orbe ne ſeroit pas conſtante.

Mr.

Mr. Maraldi trouve que cette inclinaison ne varieroit pas uniformément, mais tantôt en augmentant, tantôt en diminuant, ce qui seroit une source d'erreur dans le calcul des Eclipses. Il apperçoit même qu'il peut y en avoir une autre à craindre, qui paroitroit devoir être périodique. Mais il vaut mieux attendre la décision souveraine des Observations que Mr. Maraldi continuera toujours.

Le 3me Satellite étant plus éloigné de Jupiter, il n'est pas rare dans ses Eclipses, comme dans celles du second, que les deux phases y soient vues à la fois. Mr. Maraldi trouve que depuis qu'on les observe, leur durée va toujours en diminuant, effet qui s'ensuivroit de l'augmentation perpétuelle de l'inclinaison de l'Orbe de ce 3me Satellite sur l'Orbe de Jupiter. A ce compte ces deux Satellites différeroient beaucoup * entre eux, & l'on ne sait pas bien encore ce qu'une connoissance exacte du quatrième ajouteroit à la diversité des quatre Satellites comparés ensemble. Mais les Philosophes ne seront jamais surpris de voir tout extrêmement varié, & aussi varié qu'il le peut être sans sortir de certaines Règles inviolables.

* Pag. 69. in 4.

## DE LA MERIDIENNE DE PARIS

### PROLONGE'E VERS LE NORD, &c. (a).

ON a vu en 1737 (b) où en étoit l'Académie sur la fameuse Question de la Figure de la Terre. Il résultoit des opérations faites par les Académiciens envoyés sous le Cercle Polaire, que la Terre étoit un Sphéroïde applati vers les Poles, au-lieu qu'elle en devoit être un allongé dans ce même sens par le résultat de toutes les opérations faites précédemment dans l'étendue de tout le Royaume du Nord au Sud.

Dans cette incertitude, on résolut en 1739 de vérifier la longueur & la direction de la Méridienne de Paris, où étoit la source de l'erreur, s'il y en avoit du côté du Sphéroïde allongé, & Mr. de Thury, accompagné de Mr. l'Abbé de la Caille & de Mr. le Monnier le Médecin, Frère de l'Académicien qui avoit été au Nord, entreprit le travail de cette vérification. On la voulut commencer par la partie Méridionale de la Méridienne, beaucoup plus longue, à compter de Paris, que la Septentrionale. Comme l'affaire étoit non seulement difficile par elle-même, mais de

(a) V. les M. p. 393. (b) p. 123, & suiv.

de plus litigieuſe, on peut juger quel extrême ſoin Mr. de Thury apporta à tous les préparatifs néceſſaires, au choix des Inſtrumens les plus parfaits, & à celui des Méthodes les plus ſures. Il ſe preſcrivit, par exemple, comme des loix abſolument inviolables, deux pratiques qui ne ſont que plus avantageuſes, l'une de n'employer que des angles actuellement obſervés, & non des angles *conclus*, quoiqu'ils le fuſſent très géométriquement, * l'autre de n'employer point de petits angles, & qui ne fuſſent au deſſus de 30°.

* Pag. 70. in 4.

La raiſon de la première pratique eſt que ſi l'on n'a obſervé que deux angles, & qu'on ſe ſoit trompé aux deux, ou à un ſeulement, on en conclura auſſi-tôt le troiſième ſans ſe douter d'aucune erreur, au-lieu que quand on a obſervé les trois, on en trouve la ſomme plus grande ou plus petite que 180°, dès qu'il y a erreur quelque part, & on revient ſur ſes pas pour ſe corriger.

La raiſon de la ſeconde pratique eſt que ce ſont ici des lignes dont on veut avoir la longueur par le moyen d'angles dont elles ſont les baſes, & que les erreurs qu'on peut commettre ſur les angles obſervés, tirent moins à conſéquence pour les baſes quand les angles ſont grands, que quand ils ſont petits. Par exemple, un angle triple d'un autre peut avoir une baſe qui ne ſoit que double de celle du petit, & ſi une erreur de 1 Minute a été commiſe dans l'obſervation des deux angles, elle ne produit pas une erreur triple ſur la baſe du grand, mais ſeulement une double, & par conſéquent moindre par rapport

à la grandeur de l'angle. Ainsi les grands sont à préférer.

Mr. de Thury auroit pu vérifier la Méridienne de Paris, en recommençant les opérations qui avoient été déja faites, & en examinant avec une attention nouvelle tous les Triangles qui entroient dans sa construction. Ce fut aussi ce qu'il fit d'abord, & jusque vers Orléans; mais la grande rigueur qu'il s'étoit imposée, ne lui permit pas d'aller plus loin de cette façon, des Triangles trop petits qu'il trouva sur son chemin, & qu'il ne vouloit plus admettre dans son travail, l'obligèrent à se détourner de la Méridienne pour en former d'autres, qu'il y lioit pourtant toujours, & qui servoient également à la vérifier.

Toute l'étendue de Paris à Perpignan fut partagée en trois grandes Stations, à chacune desquelles on vérifioit par la mesure actuelle de la plus grande base qu'on pût tirer sur le terrein, tous les Triangles qu'on avoit construits depuis la * Station précédente. La 1re fut à Bourges, la 2de à Rhodes, la 3me à Perpignan On faisoit à chacune les observations Astronomiques nécessaires pour connoitre le rapport de l'espace terrestre mesuré à l'arc céleste correspondant. On ne manquoit pas d'avoir égard à ce phénomène si délicat de l'Aberration apparente des Fixes, dont nous avons parlé en 1737 (*a*), & on reconnut cette attention pour être d'autant plus importante, que quelquefois deux Etoiles peuvent avoir leurs Aberrations en sens con-

* Pag. 71. in 4.

(*a*) p. 104, & suiv.

contraires, ce qui augmente beaucoup leur fausse distance.

Quoique suivant les nouveaux Triangles que l'on fit, la longueur & la direction de la grande Méridienne fussent un peu différentes de celles qui avoient été établies précédemment, le dégré moyen de latitude qui résultoit de ces secondes opérations, fut le même que celui des prémières, car s'il se trouvoit des différences, elles étoient trop légères pour être comptées.

Mais en prenant les résultats particuliers des opérations de chacun des trois intervalles des Stations, & en les comparant ensemble, on s'appercevoit que la grandeur du dégré de latitude n'étoit pas toujours égale comme elle le seroit sur une Sphère; qu'elle varioit de 10 à 11 Toises, ce qui, quoique très léger par rapport à une étendue de 57060 Toises, méritoit pourtant alors d'être bien remarqué: que cette variation étoit une diminution du Pole vers l'Equateur, ce qui indiquoit un Sphéroïde applati; & qu'enfin la diminution n'étoit pas uniforme, comme elle auroit dû l'être sur un Sphéroïde régulier, mais croissante après avoir été décroissante, ou au contraire.

Si la Terre est non seulement un Sphéroïde, au-lieu d'être une Sphère, mais encore un Sphéroïde qui ne soit ni allongé ni applati régulierement & uniformément, la Question de sa figure se complique beaucoup, & la décision en pourroit devenir très difficile, & peut-être impossible. Il est vrai que 2 Secondes d'erreur dans les opérations Astronomi-

miques, quantité dont on ne peut jamais répondre, suffiroient pour * causer l'irrégularité qu'on a trouvée dans la variation du dégré de latitude, mais d'un autre côté cette irrégularité pourroit être réelle; car qui nous assure que la Terre doive être un Sphéroïde régulier? y a-t-il dans la Nature quelque figure qui le soit absolument?

* Pag. 72. in 4.

De plus, l'irrégularité peut venir, non des erreurs fortuites des opérations Astronomiques, mais de causes phisiques sur lesquelles on ne comptoit pas, & qui n'ont pas laissé d'agir dans ces opérations, & de troubler leur cours naturel.

On y suppose que le Fil à plomb est exactement perpendiculaire à la surface de la Terre; cependant Mr. Bouguer a depuis peu fait au Pérou des observations qui prouvent qu'en certaines circonstances ce Fil s'écarte de la perpendiculaire.

On suppose que le centre de la Terre auquel se dirigent les Perpendiculaires à la surface, & qui doit être son centre de gravité, est le même que son centre de figure, ce qui ne peut presque pas être phisiquement vrai. De plus, le centre de gravité est changeant, selon les changemens visibles ou invisibles qui arrivent à la constitution du globe terrestre.

Enfin on suppose que les Etoiles fixes n'ont aucun mouvement réel les unes par rapport aux autres, & loin que cela soit certain, le contraire, beaucoup plus probable par lui-même, commence déja à le devenir aussi par quelques observations.

Pour éviter ces sources d'erreur, ou seule-

lement, si l'on veut, pour tenter une autre voye, Mr. de Thury & ses Associés prirent le parti de mesurer quelque dégré de longitude, au-lieu de dégrés de latitude. Dans la Terre Sphérique, les dégrés de latitude & de longitude étant d'une certaine grandeur, ils en changent si elle devient Sphéroïde, ceux de latitude deviennent plus grands qu'ils n'étoient, & ceux de longitude plus petits, si la Terre est un Sphéroïde allongé vers les Poles, & au contraire si c'est un Sphéroïde applati. Voila le principe sur lequel on se fonda.

* On détermina par le grand nombre d'observations que l'on avoit, un dégré de latitude moyen, qui fût sans erreur sensible celui de la Terre Sphérique. Ensuite il fallut prendre un dégré de longitude sur un Parallèle dont la distance à l'Equateur fût bien connue, & comparer sa grandeur à celle qu'il auroit eue sur la Terre Sphérique. Plus grand ou plus petit, il décidoit quelle espèce de Sphéroïde étoit la Terre. * Pag. 73. in 4.

La grande difficulté étoit d'avoir ce dégré de longitude. La meilleure méthode, & peut-être la seule bonne, est de les avoir par des Phénomènes célestes, tels que des Eclipses quelconques vues en même tems de différens lieux, qui comptoient alors différentes heures; mais on sait que cette méthode demande des lieux fort éloignés entr'eux, parce qu'autrement les moindres erreurs sur le tems y tirent trop à conséquence. Ici on ne la pouvoit pratiquer que dans une petite étendue de Païs, & on se crut

heureux de trouver deux Montagnes, l'une en Languedoc, l'autre en Provence, éloignées l'une de l'autre de 40 lieues, & si élevées, que de l'une on pouvoit voir un feu allumé sur l'autre. Ce feu tenoit lieu d'un Phénomène Céleste, & comme il étoit nécessaire qu'il parût subitement, & ne durât qu'un instant, on le faisoit avec une certaine quantité de Poudre à Canon. On avoit dans chacun des deux lieux une Pendule réglée avec un extrême soin pour l'heure du lieu. Les tems que l'on comptoit dans chaque lieu à l'instant que le feu parut, furent donc différens à cause de la distance assez grande, & on en tira la différence de longitude entre ces deux lieux, ou l'arc qui y répondoit dans le Parallèle où l'on étoit.

Cet arc se trouva plus grand qu'il n'eût été sur la Terre Sphérique, & par conséquent la Terre seroit un Sphéroïde applati.

En 1740 Mrs. de Thury & Maraldi avec Mr. l'Abbé de la Caille qui fut aussi de ce second voyage, allerent vérifier la Méridienne de Paris jusqu'à Dunkerque, & quoiqu'elle soit beaucoup moins étendue de ce côté-là, le travail n'en fut pas moins pénible dans la même proportion; il se trouva * des difficultés nouvelles à cause de quelques changemens considérables dans les lieux, & l'on ne put s'accorder exactement avec une ancienne base actuellement mesurée par feu Mr. Picard, peut-être parce que ses Instrumens n'avoient pas été si parfaits que ceux dont on se servoit.

* Pag. 74. in 4.

A prendre cependant le résultat général, le

le dégré de latitude alloit en augmentant vers le Pole, & par conséquent la Terre étoit encore un Sphéroïde applati.

On détermina même que son grand axe, qui seroit alors l'Equateur, seroit au petit ou au Méridien comme 601 à 600, c'est-à-dire, plus grand d'une 600me partie, ou d'environ 5 lieues sur les 3000 qu'on peut donner au diamètre de la Terre Sphérique. C'est-là à peu-près le rapport que mettoit entre les deux axes Mr. Huyghens, prémier Auteur du Sphéroïde applati.

Que la Terre soit un Sphéroïde en ce sens ou en l'autre, elle le sera toujours si peu, que toute cette Question peut paroître plus curieuse qu'importante; mais elle a beaucoup contribué à faire entreprendre des travaux dont l'importance est plus sensible, & l'utilité plus marquée. On a vu dans les Volumes précédens combien on a tiré de perpendiculaires ou de parallèles à la grande Méridienne de la France, il y faut ajouter des parallèles tirées par Mr. Maraldi dans toute la Frontière du Royaume, & des perpendiculaires dans la Septentrionale, de sorte que des lignes dont la grandeur est géométriquement connue, enferment toute la France, & en suivent tout le contour, sans compter celles qui sont encore tirées dans l'intérieur, & assûrent le détail des grandes parties. 400 Triangles principaux, terminés à des objets remarquables, & les plus éloignés entr'eux qu'il se puisse, ont été formés sur 18 Bases de plusieurs milliers de Toises actuellement mesurées, & l'on peut avancer sans

crainte que jamais la Géométrie-pratique n'a opéré si en grand. Si on se contente de la Terre Sphérique, & apparemment il faudra s'en contenter dans l'usage, ce sera la France qui en donnera la grandeur précise, du moins pourra-t-elle * avoir des Cartes Géographiques de tout ce qui lui appartient, plus justes que celles d'aucun autre Païs.

* Pag. 75. in 4.

## SUR LES EXCENTRICITES DES PLANETES EN GENERAL (a).

CE sujet déja traité en 1738 (b), seulement pour la Terre & les Planètes inférieures, s'élève maintenant à sa plus grande généralité.

Mr. de Fouchy suppose le lieu de l'Aphélie & du Périhélie de chaque Planète assez précisément connu, comme il l'est effectivement aujourdhui, & il ne s'agit que de savoir le plus exactement qu'il soit possible, quel est le rapport des deux parties inégales de la ligne des Apsides, ou du grand axe de l'Orbe de la Planète, dont l'une est la distance de l'Aphélie au Soleil, & l'autre celle du Périhélie.

L'essentiel de la Méthode générale de Mr. de Fouchy consiste en un Triangle, dont les trois côtés sont, le 1er la distance de la Terre, d'où se fait toujours l'opération, au So-

(a) V. les M. p. 334. (b) p. 87, & suiv.

Soleil, le 2^d^ la distance de la Terre à la Planète quelconque, le 3^me^ la distance de la Planète au Soleil. Les angles que font ces 3 lignes entr'elles, sont differens selon la position qu'ont entr'eux les 3 Corps placés aux sommets des 3 angles, & on a du moins deux de ces angles par observation, le prémier côté est toujours connu, & delà suit la résolution de tout le Triangle.

Quand la Planète, dont on a donc la distance au Soleil, a été prise dans son Aphélie, ou aux environs dans une certaine étendue, cette distance est la grande moitié du grand axe de l'Orbe, & il n'y aura, pour en trouver la petite moitié, qu'à former un autre Triangle pareil quand la Planète sera dans son Périhélie; alors sa distance au Soleil sera la petite moitié du même axe, & le rapport de ces deux moitiés ou leur différence sera l'excentricité de la Planète.

Puisqu'il faut la prendre & dans son Aphélie & dans son * Périhélie, il est clair que l'opération totale ne se peut faire qu'une fois dans le cours d'une révolution de la Planète autour du Soleil, & qu'entre les deux opérations partiales, il y aura toujours un tems égal à la moitié de la durée de la révolution. Pour Jupiter, par exemple, il y aura 6 ans, 15 pour Saturne, plus de 3 mois ½ pour Vénus.

* Pag. 76. in 4.

Par le moyen du Triangle posé, on pourroit absolument mesurer de dessus la Terre l'excentricité de la Terre même, il ne faudroit qu'avoir bien exactement dans ce Triangle la grandeur de la distance d'une Planète

te quelconque au Soleil ; mais on a vu en 1738 une autre Méthode plus sûre, qui se borne à la Terre, & qui, si l'on veut compter cela pour quelque chose en fait de Science, est plus fine & plus adroite.

Il faut toujours avoir le plus précisément qu'il se puisse, les lieux où sont dans le Ciel le Soleil & la Planète observée. Jamais le lieu de la Planète ne sera si certain pour nous que quand nous la rapporterons au même point du Ciel où elle seroit rapportée par un Spectateur placé dans le Soleil, or c'est ce qui ne peut arriver que quand le Soleil, la Terre & la Planète, ou le Soleil, la Planète & la Terre sont sur la même ligne droite; dans le cas du prémier arrangement, le Soleil & la Planète sont en opposition, dans le cas du second en conjonction, ce sont donc là les tems les plus propres pour les opérations de l'Excentricité, si on les y peut employer.

Mais d'abord les Planètes inférieures ne peuvent jamais être en opposition avec le Soleil; elles sont deux fois dans une même révolution en conjonction avec lui, mais dans l'une elles sont cachées derrière son disque, dans l'autre on les voit sur ce même disque, ou trop proches pour pouvoir entrer dans notre Triangle. Delà suit au contraire qu'on ne les peut prendre trop éloignées de la conjonction, ce qui s'accorde parfaitement avec une remarque faite à leur sujet en 1738.

Les Planètes supérieures dans leur conjonction, sont effacées par les rayons du Soleil, &

& deviennent inviſibles. Il ne * reſte donc pour elles que l'oppoſition, qui effectivement eſt à ſouhait. * Pag. 77. in 4.

A ſon défaut, la Quadrature de la Planète avec le Soleil ſeroit presqu'auſſi favorable, car c'eſt un arc de 90 dégrés précis, tiré du point où a été l'oppoſition, dont on peut s'être bien aſſuré.

La Méthode générale de Mr. de Fouchy pour les Excentricités, peut être appuiée par une autre qu'il ne donne que comme ſubſidiaire. Les Planètes ne ſe meuvent pas dans le plan de l'Ecliptique, mais dans des plans qui y ſont tous inclinés, & différemment; c'eſt ce qu'on appelle leurs *latitudes*. La latitude de chaque Planète eſt conſtante, du moins ſenſiblement, & pendant une longue ſuite de ſiècles, mais il eſt clair que ſi une même Planète vue de la Terre en eſt tantôt plus éloignée, tantôt plus proche, ſa latitude, quoiqu'elle ne change point réellement, ſera vue tantôt moindre, tantôt plus grande, en raiſon renverſée des diſtances à la Terre. Donc en obſervant les latitudes apparentes d'une Planète dans ſon Aphélie & dans ſon Périhélie, on aura leur rapport, & ce rapport renverſé ſera celui des diſtances de la Planète à la Terre.

Il n'eſt pas beſoin de dire que cette Méthode ne s'appliquera qu'à des Planètes dont la latitude réelle ſoit aſſez grande pour être ſuſceptible de différences qui ſe faſſent ſentir par les différens éloignemens. On ſait que cette latitude eſt un arc décrit de l'Orbe de la Planète perpendiculairement ſur l'Eclipti-

que

que à 90 dégrés des Nœuds de l'Orbe & de l'Ecliptique.

Comme la latitude eſt nulle dans les Nœuds, il faudra que la Planète, tant à l'Aphélie qu'au Périhélie, ſe trouve encore dans le plus grand éloignement de ſes Nœuds, c'eſt-à dire, à 90 dégrés. Il étoit poſſible que l'union de ces deux circonſtances fut rare, mais une eſpèce de hazard heureux a voulu que dans la plupart des Orbes des Planètes, l'Aphélie & le Périhélie fuſſent à 90 dégrés des Nœuds, ou à peu près, & que par conſéquent les Planètes euſſent leur plus * grande latitude, ou plutôt leur latitude entière à l'Aphélie & au Périhélie.

* Pag. 78. in 4.

Mr. de Fouchy, qui avoit traité des Planètes inférieures en 1738, ne traite maintenant que des ſupérieures.

Il commence par Mars, auquel il applique ſes deux Méthodes.

Il les applique de même à Jupiter. Les deux opérations partiales que demande l'Excentricité, y ſont éloignées entre elles, comme on l'a dit, d'un intervalle de 6 ans, c'eſt-là tout ce qui eſt abſolument néceſſaire, mais Mr. de Fouchy donne un moyen aſſez facile de les fortifier ou vérifier toutes deux; il ne faut qu'attendre 6 mois après la prémière, & prendre de nouveau la diſtance de Jupiter au Soleil. Jupiter, qui ne fait 1 Signe qu'en 1 an, n'aura fait que 15 dégrés en 6 mois, & ſera encore preſque autant à ſon Aphélie qu'il y étoit 6 mois auparavant, & cela ſera encore plus vrai s'il étoit alors un peu endeçà de l'Aphélie. On fera la même choſe pour

pour l'opération du Périhélie. Que si la différence des lieux de Jupiter produit à cet égard un effet sensible, Mr. de Fouchy sait encore en tirer parti, ce seront différentes distances de Jupiter au Soleil, que l'on comparera au même axe de l'Orbe terrestre, & le changement de leurs rapports à cet axe servira à conduire jusqu'aux rapports extrêmes, qui sont ceux que l'on cherche, ou l'Excentricité même de Jupiter. Et si l'axe de l'Orbe terrestre étoit alors la ligne de ses Apsides, il est évident que l'on auroit en même tems & l'Excentricité de Jupiter & celle de la Terre.

Saturne a si peu de latitude, qu'il ne peut admettre que la méthode principale de Mr. de Fouchy.

Il ne manque pas de calculer les erreurs dont les nouvelles pratiques qu'il propose sont susceptibles. On est obligé d'employer des Elémens douteux quelquefois jusqu'à un certain point, & des Instrumens qui ne peuvent jamais être absolument parfaits. L'Astronomie moderne s'est imposé le devoir d'évaluer le dégré de certitude qu'on doit attendre des uns & des autres. Il se trouve, après les calculs de Mr. * de Fouchy, que les erreurs ou inévitables ou inconnues qui pourront se glisser dans ses Méthodes, ne les empêcheront pas d'arriver à leur but. Puisqu'il faut toujours craindre de s'être trompé, quelques précautions qu'on ait prises, on sera bienheureux du moins si on sait qu'on se seroit trompé impunément.

* Pag. 79. in 4.

CEtte année Mr. Caſſini donna au Public deux Volumes, intitulés l'un *Elémens d'Aſtronomie*, & l'autre *Tables Aſtronomiques du Soleil, de la Lune*, &c.

Nous avons déja rendu compte en 1702 (a) des Tables Aſtronomiques de feu Mr. de la Hire. Ce que nous dîmes alors à cette occaſion, eſt aujourdhui plus vrai que jamais par rapport à un Ouvrage du même genre qui ſort auſſi de l'Académie, & de plus la ſomme ou la quantité de ce vrai eſt encore augmentée. Non ſeulement les vérités communes aux deux Ouvrages, ſont plus exactes dans le ſecond, parce qu'il eſt le dernier, mais par la même raiſon il contient plus de vérités.

Ce n'eſt pas la peine de prouver que l'exactitude des calculs Aſtronomiques eſt proportionnée au nombre plus ou moins grand d'Obſervations ſur leſquelles ils ſont fondés; que par conſéquent les Siècles, en augmentant ce nombre, augmentent cette exactitude; que quoique les deux derniers ſiècles ſeuls puiſſent en valoir pluſieurs des précédens, & peut-être tous les précédens, par l'avantage qu'ils ont tiré des Inſtrumens de nouvelle invention, & des excellentes Méthodes modernes, ils enchériſſent pourtant toujours ſur eux-mêmes, & perfectionnent toujours l'Aſtronomie; tout cela eſt trop inconteſta-

(a) P. 100, & ſuiv.

testable & trop connu. Mais on ne sait pas si communément que le Ciel change beaucoup plus qu'on ne pensoit.

Les prémiers Observateurs ont été frappés de l'uniformité, de la régularité, de la constance des mouvements célestes, & en partant delà, on a été jusqu'à croire le Ciel inaltérable,* privilège qui convenoit bien à sa dignité. Les Astronomes Grecs dûrent être bien surpris quand ils s'apperçurent que les Etoiles fixes avoient un mouvement si lent, à la vérité, qu'à peine a-t-on encore bien déterminé la durée de sa révolution, mais enfin un mouvement, qui, quoique simplement apparent dans les Fixes, est très réel dans l'Axe de la Terre. On commence à s'appercevoir d'un autre mouvement, beaucoup plus lent encore, par lequel le plan de l'Ecliptique s'approche toujours de celui de l'Equateur de la Terre, & plus ces mouvemens sont lents, plus nous sommes éloignés de savoir s'ils feront des révolutions entières, ou s'ils se réduiront à n'être que de simples librations, mais ce seront toujours des mouvemens exécutés sur de très grands corps, dans de très grands espaces, & qui feront très légitimement croire qu'il y en a de pareils par-tout où il peut y en avoir, c'est-à-dire, dans tout l'Univers.

* Pag. 80. in 4.

Aussi les Tables de Mr. Cassini commencent-elles déja à indiquer cette possibilité, non sur le mouvement des Etoiles fixes, établi depuis longtems, mais sur celui de l'Ecliptique, nouvellement observé, ou du moins soupçonné avec beaucoup de fondement, & qui

qui tirera extrêmement à conséquence, surtout étant combiné avec l'autre. Ce n'est pas ici le lieu de nous étendre sur cet article, il nous suffira de dire que Mr. Cassini à eu égard à la variation ou présente ou future de la position de l'Ecliptique par rapport à l'Equateur, & que c'est-là un exemple des avantages des Tables nouvelles, précisément parce qu'elles sont nouvelles.

Celles de Mr. Cassini en fournissent encore un qui n'est pas moins considérable, c'est le Calcul des 4 Satellites de Jupiter & des 5 de Saturne, que nous ne connoissons, à les prendre tous ensemble, que depuis 150 ans, espace de tems assez court par rapport à tout le travail qu'ils ont demandé.

En général, les Tables de Mr. Cassini ont l'avantage d'être fondées en grande partie sur ce grand amas d'Observations faites depuis plus de 70 ans à l'Observatoire de Paris, sans * aucune interruption, avec un soin toujours égal, avec d'excellens Instrumens, par des mains habiles & exercées. C'est en ce genre le plus riche trésor qui soit au monde.

* Pag. 81. in 4.

On communique ici tout l'art dont on s'est servi pour en profiter, toutes les Méthodes nécessaires aux différentes opérations, tantôt choisies selon les lumières d'une longue expérience, tantôt rendues plus simples & plus faciles, tantôt inventées de nouveau, & de tout cela se forme un corps complet des *Elémens d'Astronomie*, qui manquoit encore à cette Science. Il y a plus à savoir que jamais pour être Astronome, mais aussi on le deviendra plus facilement.

Cette

CEtte même année Mr. de Gamaches publia aussi une *Astronomie Phisique*, ou des *Principes généraux de la Nature, appliqués au Méchanisme Astronomique, & comparés aux Principes de la Philosophie de Mr. Newton.* Quelque magnifique que soit tout ce que promet ce titre, le Livre en tient peut-être encore davanagte, & n'embrasse pas moins qu'une Phisique générale Cartésienne, mais Cartésienne seulement par la méthode & par les principes fondamentaux de Descartes. Ce n'est donc qu'en ce sens qu'on soutient ici la Philosophie de ce grand Homme, & sans aucun égard aux opinions & aux explications particulières qu'il auroit sans doute abandonnées lui-même, s'il avoit pu profiter des lumières qu'ont produites les observations & les expériences faites depuis sa mort.

Soutenir aujourdhui le Cartésianisme, ou réfuter Newton, c'est presque la même chose. Cependant Mr. de Gamaches, plus attentif à ce ce qu'il convient de rejetter ou d'admettre, indépendemment de tout esprit de parti, qu'à justifier ou à critiquer ce que Descartes & Newton on rejetté ou admis, paroît vouloir accorder à ce dernier plus qu'aucun Cartésien ne lui avoit accordé jusqu'ici; conduite qui ne peut que faire honneur à son discernement, & lui concilier beaucoup de confiance de la part de ses Lecteurs.

* Les Tourbillons sont devenus le point capital de la Phisique de Descartes, & celui sur

* Pag. 82. in 4.

ſur lequel ſes Diſciples ont principalement inſiſté dans ces derniers tems, parce qu'il n'en eſt point contre lequel les Newtoniens ayent fait de plus fortes objections. La Théorie des Tourbillons ne ſauroit auſſi être traitée ſans toucher aux grandes Queſtions du Plein & du Vuide, de la Loi & de la Règle de Képler, & à pluſieurs autres queſtions incidentes qui s'y mêlent, & qui comprennent preſque toute l'Aſtronomie Phiſique. Nous nous ſommes déja aſſez expliqués ſur cette matière, à l'occaſion des Leçons de Phiſique de Mr. l'Abbé de Molières, dans les Hiſtoires de 1734 (*a*), 1736 (*b*), 1737 (*c*), & nous y renvoyons le Lecteur. Mais c'eſt dans le Livre même de Mr. de Gamaches qu'il faut voir tout ce qu'il ajoute, ou qu'il change aux idées qu'on s'étoit faites ſur ce ſujet. Il admet une matière Ethérée, circulante, dans laquelle les Planètes principales ſe meuvent autour du Soleil, & autour de celles-ci les Planètes Secondaires, ou les Satellites. Mais c'eſt ſans aucune impreſſion ſenſible de la part de la matière Ethérée, tant ſur les Planètes principales que ſur les Secondaires ; elles s'y meuvent avec elle, chacune dans le lieu & à la diſtance du point central qui lui convient, ſans être entraînées par elle, en un mot comme le Vuide, quoique Mr. de Gamaches admette le Plein, & qu'il le juſtifie de pluſieurs manières auſſi nouvelles qu'ingénieuſes. Il compte s'être mis par-là à couvert de ce qu'il y avoit de plus embaraſſant dans les difficultés, qu'on a for-

(*a*) p. 129. (*b*) p. 51. (*c*) p. 50.

formées contre les Tourbillons, & qui se trouvent répandues dans les Principes mathématiques du Philosophe Anglois. Notre Auteur n'a pu se prêter à la pesanteur réciproque, & il fait peser les Planètes vers le Soleil, &, comme Newton, en raison inverse des quarrés de leurs distances ; mais il refuse au Soleil de peser vers les Planètes, & il démontre que si la pesanteur étoit réciproque, les phénomènes en feroient très sensiblement défigurés. Il donne aussi un tour nouveau à quelques démonstrations des principales propositions de ce Philosophe, & rélativement * au Sistême général d'Astronomie Phisique. Car Mr. de Gamaches n'a pas négligé de faire sentir l'excellence de l'esprit de Sistême, esprit qui caractérise, selon lui, les Savans de notre Nation, & les vrais Philosophes.

* Pag. 83. in 4.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

L'Observation de l'Eclipse Solaire du 30 Décembre 1739, par Mrs. Cassini & Maraldi (a).

L'Ecrit de Mr. de Fouchy sur un nouvel Instrument pour observer en Mer les hauteurs & les distances des Astres (b).

(a) V. les M. 305. (b) p. 656.

# GNOMONIQUE.

CEtte année Mr. de Parsieux a présenté à l'Académie un Traité de Gnomonique, qu'il veut mettre à la suite de celui de Trigonométrie rectiligne & sphérique, dont il a été parlé en 1735 (a). Ce second Ouvrage contient un abrégé méthodique des principes de la Gnomonique, la description de quelques Instrumens pour décrire les Cadrans avec beaucoup de précision & de justesse, & des Tables des Angles horaires de tous les Cadrans Déclinans de 15 en 15 Minutes pour la Latitude de Paris. On a cru que ce travail seroit très utile.

* Pag. 84. in 4.

# * OPTIQUE.

## *DE LA DIFFRACTION OU INFLEXION DES RAYONS.*

NOus supposerons comme connu, ce qui a été dit sur ce sujet en 1738 (b), & nous entrerons dans un plus grand détail & du phénomène & des causes.

Tou-

(a) p. 108. (b) V. l'Hist. p. 110, & suiv.

Toute Diffraction ou Infléxion des Rayons se fait avant qu'ils ayent touché le Corps à l'occasion duquel elle se fait, & c'est en quoi elle diffère, du moins en apparence, de la Réflexion ou de la Réfraction, qui demandent toutes deux un contact immédiat.

Il y a deux cas opposés de la Diffraction. Le prémier & le plus marqué, où les Rayons arrivés à une certaine petite distance du Corps diffringent, prennent une nouvelle direction en s'écartant de lui; le second, observé & découvert par Mr. Newton, où le Rayon tourne en quelque façon autour du Corps; voici le fait. Un Rayon reçu sur un côté, d'un Prisme triangulaire de verre, entre dans ce Prisme, tombe sur le côté voisin, sort par-là du Prisme, & y rentre par le même côté, en traverse de nouveau une épaisseur égale à celle qu'il avoit traversée d'abord, ressort & retourne dans l'air sous le même angle sous lequel il étoit entré. Il est certain que ce Rayon paroît bien attiré par ce Prisme qu'il ne peut se résoudre à quitter, & que les anciens Scholastiques, & ceux qui leur ont fait l'honneur de renouveller leurs idées, ont ici un grand sujet de triomphe. Mais Mr. l'Abbé de Molières ne desespère pas de ramener ce fait singulier au simple Méchanisme que l'on auroit tant d'envie de décréditer, & qui est encore plus visible & sans comparaison mieux constaté que toutes les attractions du monde.

* Mr. l'Abbé de Molières adopte ces mêmes petites Atmosphères dont nous avons déja parlé en 1738 à l'endroit cité d'après Mr. de Mairan. Mr. Newton a observé finement & heu-

* Pag. 85. in 4.

heureusement selon sa coutume, qu'un Rayon qui tombe obliquement sur un Verre plat, n'y arrive pas précisément selon la ligne droite de sa direction, mais en se courbant avant que d'y entrer, après quoi il le traverse en ligne droite, & en resortant il reprend en dehors la même petite courbure de l'entrée, mais en sens contraire. Il ne faut qu'imaginer une Atmosphère autour du Verre, & la raison de ce petit phénomène saute aux yeux. Cette Atmosphère, qui se présente au Rayon qui va entrer, ne sera pas un Milieu uniforme; quelque peu épaisse qu'elle soit, elle le sera beaucoup par rapport à un Rayon qui est d'une finesse presque infinie, & qui sentira, pour ainsi dire, les moindres différences de densité qu'il pourra y avoir entre les couches de l'Atmosphere; or il y en aura toujours, puisque ce sera une émanation de différentes particules du Verre qui s'arrangeront entr'elles selon leurs densités ou pesanteurs. Le Rayon ne pourra donc traverser cette Atmosphère qu'en décrivant une Courbe. Il faudra de même qu'ayant passé du Verre dans l'Atmosphère, il y décrive une Courbe, & l'Atmosphère étant supposée d'une égale épaisseur tout à l'entour du Verre, & ses différentes couches disposées par-tout entr'elles de la même manière, ce qui est assurément le plus naturel, ces deux Courbes ne seront que la même renversée, & puisque ce sont des Courbes, leurs côtés infiniment petits représenteront les différentes directions du Rayon à chaque instant qu'il sera dans la partie, soit supérieure, soit inférieure, de l'Atmosphère.

En

En sortant par la partie inférieure, il sort avec la direction du dernier côté de la Courbe qu'il décrivoit, & n'entre dans l'Air par qu'avec cette direction qu'il ne quittera plus, puisque l'Air est un Milieu uniforme, ou considéré ici comme tel.

Les différentes directions des côtés de la Courbe décrite par le Rayon dans l'Atmosphère du Verre, dépendent de * l'ordre général des Couches entr'elles, c'est-à-dire, de ce que les inférieures, plus proches du Verre, seront plus denses que les supérieures, ou au contraire, car le Rayon qui souffre à chaque instant dans cette Atmosphère une Réfraction nouvelle, prendra une direction différente selon qu'il passera d'une Couche plus dense dans une moins dense, ou au contraire. La Courbe du Rayon s'inclinera donc toujours vers un certain côté, quel qu'il soit, & tendra au parallélisme par rapport à ce côté-là. Le Rayon qui vient de sortir par un côté du Prisme, & traverse encore la partie inférieure de l'Atmosphère, peut donc s'incliner toujours vers ce côté du Prisme, & lui devenir enfin parallèle, & il le deviendra si l'Atmosphère est assez épaisse pour le lui permettre, & lui en donner le tems, ou s'il y est entré d'abord assez incliné pour devenir bien vite parallèle, ce qui ne dépend que de l'angle sous lequel il a été reçu dans le Prisme, & cet angle peut toujours être tel qu'on voudra.

* Pag. 86. in-4.

Le Rayon devenu parallèle à ce côté du Prisme avant que d'être sorti de l'Atmosphère, n'a plus une direction à pouvoir en sor-

tir, il ne peut plus que faire un chemin contraire à celui qu'il avoit fait dans cette même partie inférieure, & par conséquent il rentrera dans le Verre par le même côté du Prisme par où il en étoit sorti, le traversera de nouveau, & retournera dans l'Air, ce qui est l'explication du cas de Mr. Newton sans aucun secours de principes imaginaires.

Le chemin que le Rayon a fait dans l'Atmosphère selon cette explication, demande qu'en sortant du Verre, il ait toujours passé d'une Couche plus dense dans une moins dense jusqu'à ce qu'il soit devenu parallèle, après quoi en retournant vers le Verre, il passera toujours d'une moins dense dans une plus dense, & il est très vraisemblable que les Atmosphères étant des émanations du Corps qu'elles enveloppent, elles aillent toujours en diminuant de densité à mesure qu'elles s'en éloignent, puisque leurs particules plus grossières & plus massives, doivent être poussées avec moins de vitesse.

* Pag. 87. in 4. * Cependant comme tout ce qui n'implique pas une contradiction formelle est possible, & même se trouve quelque part, il pourroit y avoir quelque Atmosphère, dont la disposition des Couches seroit toute opposée. Par exemple, les particules les plus éloignées, dont le mouvement par conséquent auroit été moindre, auroient été d'ailleurs de nature à s'accrocher aisément ensemble, & par-là seroient devenues plus denses, sans néanmoins retomber, parce qu'elles n'auroient pas la force de surmonter la résistance des inférieures. Cela conviendroit à l'Atmosphère d'un Corps gras,

gras, tel qu'un Cheveu ; aussi se trouve-t-il par l'expérience que l'Inflexion qu'il cause aux Rayons, est contraire à celle que leur cause le Verre. Qui sait s'il ne se découvre point ici quelque rapport avec les deux Electricités, l'une Vitrée, l'autre Résineuse, dont nous avons parlé ailleurs ? Il est toujours sûr qu'elles naissent d'Atmosphères différentes entr'elles, & les mêmes que nous venons de concevoir pour les Rayons.

Il y a toujours quelque difficulté à comprendre comment un Rayon qui passe d'un Milieu dans un autre où il doit se mouvoir plus aisément, en augmente sa vitesse, car elle ne doit qu'y diminuer moins qu'elle n'eût fait dans le prémier Milieu. Nous avons dit en 1738, que le Sistême de la *pression* sauvoit entierement cette difficulté, mais non pas celui de l'*émission*. Maintenant Mr. l'Abbé de Molières la leve aussi par le Sistême des petites Atmosphères.

Mr. Huyghens, dont nous avons rapporté en 1706 (*a*) de très belles découvertes sur le Choc des Corps à ressort, a démontré que si des Globes élastiques inégaux sont rangés de façon qu'ils aillent en augmentant de masse, & que l'un des deux extrêmes soit choqué, la vîtesse qui se communiquera de lui à tous les autres de la file, ira toujours en diminuant de l'un à l'autre, en cas que le plus petit Globule ait été choqué, & en augmentant au contraire, si ç'a été le plus grand. Cela s'applique aisément aux Atmosphères, où l'on conçoit une disposition assez régulière de Cou-



(*a*) p. 156, & suiv.

ches. Qu'un Rayon passe de l'Air dans le Verre, qu'on suppose * plus favorable à son mouvement, il a traversé auparavant une Atmosphère où les Couches qu'il rencontre les prémières, sont toujours moins denses que les suivantes, & par conséquent il n'est arrivé au Verre qu'avec une vitesse augmentée.

* Pag. 88. in 4.

Et si l'on veut suivre cette idée plus loin, il traverse le Verre avec cette vitesse augmentée qui sera uniforme, parce que le Verre n'est pas composé de Couches différentes en densité ; mais au sortir du Verre, il retrouve l'Atmosphère dont les Couches sont à son égard dans un ordre contraire à celui où elles étoient de l'autre côté ; il y perd toute sa vitesse aquise, & ne rentre dans l'Air qu'avec celle qu'il avoit lorsqu'il en est sorti.

Ce n'est pas une pure supposition que l'élasticité des petites Atmosphères. Elle sera bien constatée, s'il est vrai que ces Atmosphères s'étendent, s'aggrandissent, dès qu'elles sont moins comprimées par le ressort de l'Air qui les renferme de toutes parts, & agit contr'elles. Or c'est ce que l'on voit dans la Machine du Vuide, en y mettant ce Prisme dont nous avons parlé (a), & d'où un Rayon qui y a été reçu sous un certain angle, sort dans l'Air en ligne droite. Il ne sort plus du Prisme quand l'Air a été pompé à un certain point ; mais il rentre dans le Prisme à la manière de celui qui sembloit y être porté par attraction. C'est manifestement parce que l'Atmosphère du Verre est devenue plus grande.

Se-

(a) p. 117.

Selon l'idée que nous propoſons, le Rayon a eu réellement plus de viteſſe en traverſant le corps du Verre qu'il n'en avoit eu dans l'Air, mais cette augmentation de viteſſe, il ne la tenoit que de l'Atmoſphère du Verre qu'il avoit traverſée, & il la perd en repaſſant de nouveau dans l'Atmoſphère pour rentrer dans l'Air, où il ſe retrouve préciſément tel qu'il étoit auparavant.

S'il y avoit une Atmoſphère dont la diſpoſition fût contraire à celle du Verre, ce ſeroit la même choſe renverſée; le Rayon arriveroit au Corps qu'elle envelopperoit avec * moins de viteſſe qu'il n'en avoit eu dans l'air, mais il répareroit entierement cette perte par ſon ſecond paſſage dans cette Atmoſphère, &c. Tout cela eſt bien recherché, mais il y règne une analogie aſſez ſatisfaiſante. Il y a bien de l'apparence que tous les phénomènes fins de la Phiſique, ceux qui nous échappent le plus, tiennent à des cauſes de cette eſpèce.

* Pag. 89. in 4.

---

## SUR LES ANACLASTIQUES OU REFRACTOIRES,

### NOUVELLE ESPECE DE COURBES.

TOut ce qu'on a vu de Mr. de Mairan en 1722 (a), 1723 (b), & 1738 (c), ſur des ſu-



(a) V. les M. p. 7. (b) p. 489, & ſuiv. (c) p. 1. & ſuiv.

fujets qui appartiennent à la (a) Théorie fondamentale de l'Optique, lui a fait naître plusieurs vues incidentes, & en quelque sorte épisodiques, qui lui ont paru dignes d'être suivies. Voici le prémier exemple qu'il en donne.

Un Bassin étant plein d'une Eau claire & tranquille, si d'un point placé à quelque hauteur au-dessus de la surface de cette Eau, on regarde le fond du Bassin, qui est un plan horisontal, on le voit comme une surface concave, qui depuis le point où tombe la perpendiculaire tirée de l'Œil sur la surface de l'Eau, ou l'Axe de la Vision, s'éleve toujours vers les bords du Bassin, & s'y termine, & qui s'élevera uniformément tout autour de cet Axe, s'il tombe sur le milieu du Bassin. Et si le Bassin ou la surface supérieure de l'Eau a une assez grande étendue, & l'Eau une assez grande profondeur, on verra cette surface apparente du fond, concave d'abord vers l'Œil, devenir toujours moins concave, s'applanir, & enfin devenir convèxe vers ce même côté, ou faire au moins douter si elle ne l'est pas devenue.

Il est très évident que ce phénomène est causé par les Réfractions des rayons du fond du Bassin, qui ont passé de l'Eau dans l'Air, mais voila une génération de Courbure * bien réelle, qui ne doit pas être vue indifféremment par les Géomètres, & que l'on ne fait pas cependant qui ait été examinée par aucun d'eux, quoique quelques-uns l'ayent remarquée. Mr. de Mairan a trouvé le sujet assez

* Pag. 90. in 4.

neuf

(a) p. 114, & suiv.

neuf & assez curieux pour l'approfondir.

Comme toute cette surface apparente du fond du Bassin est la même tout autour de l'Axe de la Vision, il suffit d'en considérer une Section verticale qui passera par cet Axe, & même dans cette Section une seule moitié qui s'étendra depuis l'Axe vers un bord du Bassin. Cette demi-Section sera terminée par une Courbe qui, partant d'un point de l'Axe au fond de l'Eau, s'élevera toujours vers le bord du Bassin. Mr. de Mairan la nomme *Réfractoire*. Voici comme elle se forme.

Si de l'Œil pris pour un seul point, & placé à une hauteur finie quelconque au-dessus de l'Eau, on tire des droites à tous les points d'une ligne horisontale quelconque prise sur la surface de l'Eau, depuis l'Axe de la Vision jusqu'au bord du Bassin, il est visible que toutes ces droites seront autant de Rayons visuels qui iront frapper l'Œil, & en même tems ce seront les parties supérieures, mais rompues, d'autant de rayons qui du fond du Bassin auront été frapper en dessous la surface supérieure de l'Eau aux mêmes points d'où partent les lignes supérieures. Les rayons pris dans l'Eau, partent tous d'une même ligne du fond parallèle à celle qu'on a déterminée sur la surface, & comprise dans le même plan vertical.

Chaque point de cette ligne du fond de l'Eau rayonne sur toute la ligne de la surface, & la couvre toute entière des rayons qu'il lui envoye. Chacun des rayons partis d'un seul point du fond, va donc rencontrer sur la surface un de ces rayons supérieurs qui

vont tous à l'Œil, mais un seul point du fond ne se fait pas sentir à l'Œil par cette infinité de rayons à la fois, tant inférieurs que supérieurs, & dont chaque inférieur a son supérieur correspondant ; car certainement dans le passage de l'Eau à l'Air où est l'Œil, il a * dû se faire une Réfraction, & comme cette Réfraction détermine l'angle que feront ensemble au passage de l'Eau dans l'Air la partie inférieure & la supérieure d'un rayon total quelconque du fond, chaque point du fond ne se fait sentir à l'Œil que par un rayon tel que sa partie inférieure fasse précisément cet angle avec la supérieure, & il la va choisir, pour ainsi dire, entre toutes ces lignes supérieures que nous avons conçues tirées de la surface de l'Eau à l'Œil. Chacune de ces lignes supérieures appartient donc à un rayon inférieur avec lequel elle n'est point en ligne droite; il n'y a d'exception que pour les deux parties de l'Axe de la Vision perpendiculaire à la surface de l'Eau & au fond.

* Pag. 91. in 4.

Les lignes supérieures par lesquelles l'Œil est frappé, étant toutes, horsmis une, obliques à la surface de l'Eau, elles appartiennent ou correspondent chacune à une ligne inférieure moins oblique à cette même surface; car dans le passage de l'Eau à l'Air, milieu qui constamment résiste plus à la Lumière que l'Eau, le rayon a dû perdre de sa vitesse verticale, selon ce qui a été expliqué amplement en 1723 à l'endroit cité, & par conséquent il devient dans l'Air plus oblique à la surface de l'Eau qu'il ne l'étoit dans l'Eau. On se le représentera bien claire-

rement, si l'on imagine que la partie de l'Axe qui va du point fixe où est l'Œil à la surface de l'Eau, & est la première de toutes les lignes supérieures, est en même tems celle qui exprime leur vitesse verticale à toutes, & puisqu'elle est constante, leur vitesse verticale ne peut diminuer rélativement à l'horisontale que par l'augmentation de l'horisontale, ou, ce qui est le même, par une plus grande obliquité du rayon à la surface de l'Eau.

Il est vrai que ce n'est pas là exactement la première idée qu'on pourroit prendre. Le passage de l'Eau dans l'Air demande que la vitesse horisontale du rayon dans l'Eau ayant été 4, sa vitesse verticale dans l'Air soit 3, & par conséquent l'horisontale étant supposée constante pour tous les rayons, leur vitesse verticale diminueroit toujours à mesure qu'ils viendroient de plus loin. Mais ici où l'on a supposé * l'Œil fixe, & par conséquent la vitesse verticale de tous les rayons constante, il faut prendre l'horisontale toujours croissante; les deux idées ne sont réellement que la même.

* Pag. 92. in 4.

Que l'Œil soit frappé par une ligne qui ait autant de parties qu'on voudra, différemment posées les unes à l'égard des autres comme un zig-zag, il ne sentira le coup que selon la direction de la dernière partie qui l'aura touché immédiatement, & ne le rapportera qu'au bout de cette partie le plus éloigné de lui, c'est selon la pensée ingénieuse de Descartes, une espèce d'Aveugle qui ne s'apperçoit point de tout le reste du zig-zag. Ainsi dans le cas présent, un point quelconque du fond du Bas-

fin n'eſt vu que par la partie ſupérieure & rompue de ſon rayon, & il eſt toujours vu ſous l'angle que fait la direction de cette partie avec la ſurface de l'Eau; & comme cette direction eſt toujours plus oblique ou plus inclinée à l'Eau que n'étoit celle du rayon du même point ſous l'Eau, il ſera rapporté par l'Œil, ſuivant cette ſeconde direction, à un point plus élevé que le fond du Baſſin, où il eût été rapporté ſelon la prémière, ce qu'il eſt très facile de voir.

Ce point plus élevé eſt dans la même ligne verticale ou perpendiculaire à l'Eau dans laquelle l'Objet eût été vu, s'il n'y eût pas eu de Réfraction, car la Réfraction ne change rien, quant à la poſition, dans tout ce qui eſt vertical. Nous venons de le voir dans les deux manières équivalentes de concevoir la Réfraction, l'une laiſſe ce qui eſt vertical, ſans en altérer ni la grandeur ni la poſition, l'autre n'en altère que la grandeur; & en effet, que l'on remette au-lieu des deux viteſſes, l'une verticale, l'autre horiſontale, les deux Sinus d'Incidence & de Réfraction qu'elles repréſentent, on trouvera que pour conſerver de part & d'autre les mêmes rapports, il eſt néceſſaire que les deux Sinus ſe rapportent à la même verticale. Cela eſt même devenu en Dioptrique un principe qu'on ne prend plus la peine de prouver.

Tous les points de la ligne droite tirée au fond du Baſſin ſont donc vus plus élevés, ou au-deſſus de ce fond, & * comme c'eſt l'obliquité de leur rayon rompu au-deſſus de l'Eau, qui cauſe leur élévation apparente, plus cette

* Pag. 93. in 4.

cette obliquité est grande, plus l'élévation l'est aussi. Or l'obliquité des rayons rompus est d'autant plus grande, qu'ils partent d'un point de la surface de l'Eau plus éloigné de l'Axe de la Vision; donc à compter depuis cet Axe, les points du fond du Bassin sont toujours vus plus élevés, & la ligne qui contient tous ces lieux apparens, s'éleve toujours vers un bord du Bassin, & enfin y arrive.

Si les lieux apparens s'élevoient toujours également les uns par rapport aux autres, la ligne qui les contient tous seroit une droite, & l'hipoténuse d'un Triangle Rectangle, comme il est aisé de s'en assurer; mais les lieux apparens ne s'élevent pas uniformément, ils s'élevent de plus en plus.

Ce sont les différentes obliquités des rayons rompus sur la surface de l'Eau, ou, ce qui est le même, les Sinus des différens angles qu'ils font sur cette surface, qui règlent les différentes élévations des lieux apparens. Je prens une Suite de ces angles tels qu'ils différeront tous entre eux d'un dégré, la Suite de leurs Sinus sera telle que ceux des grands angles différeront moins entre eux que ceux des petits. Cela est évident dans un Quart de Cercle, dont toutes les Ordonnées tirées sur l'un des deux rayons qui comprennent l'angle droit, sont les Sinus de tous les angles depuis o jusqu'à 90; car l'ordonnée égale à la moitié du Rayon, est le Sinus de l'angle de 30, & la somme de toutes les différences des Sinus qui ont été depuis l'angle o jusqu'à celui de 30, & par conséquent l'autre moitié du Rayon, qui ajoutée à celle-ci, fera le Rayon ou le

le Sinus de 90, sera la somme des différences de tous les Sinus qui sont depuis 30 jusqu'à 90. Or de ces deux sommes égales, l'une contient la moitié moins de grandeurs qui la composent que l'autre ; donc les grandeurs composantes de la prémière, ou les différences des Sinus des petits angles sont plus grandes que les différences des Sinus des grands.

Dans le cas présent, la ligne des lieux aparens des points * du fond s'élève toujours, parce que les rayons que nous y considérons, sont toujours plus obliques à la surface de l'Eau, ou font avec elle des angles plus aigus ; mais parce que ces angles étant supposés plus aigus ou plus petits d'une même quantité, les différences de leurs Sinus ne sont pas pour cela égales, mais croissantes, la ligne des lieux aparens s'élève de plus en plus, & ne peut plus être une droite.

* Pag. 94. in 4.

Ce sera donc une Courbe *Réfractoire* ou *Anaclastique*, & si on prend pour son Axe la ligne du fond du Bassin, dont tous les points ont été élevés par la Réfraction, & pour son origine un point de l'Axe de la Vision, il est visible que ses Ordonnées croitront toujours, & même de plus en plus, ce qui rend les Courbes convexes vers leur Axe, & par conséquent celle-ci concave en même tems vers l'Œil.

Cette Courbe ne peut jamais s'élever plus haut que le bord du Bassin, ou la surface supérieure de l'Eau, & si le Bassin & l'Eau, dont la profondeur seroit toujours finie, avoient une étendue ou surface infinie, la Courbe auroit donc un cours infini par lequel elle ne s'é-

s'éleveroit que finiment, ce qui, selon les principes établis par les *Elémens de la Géométrie de l'Infini*, produiroit nécessairement un Asimtotisme, & donneroit pour Asimptote à la Courbe une ligne horisontale tirée sur la surface de l'Eau parallélement à son Axe. Or, selon ce qui vient d'être dit, la Courbe seroit concave vers cette Asimptote qu'elle joindroit par un cours infini, & cependant, selon les principes du Livre cité, une Courbe ne peut jamais joindre son Asimptote par son côté concave.

Le dénouement, très facile & très naturel, est que la Courbe a une Infléxion. Convèxe d'abord vers son Axe, & concave vers l'Asimptote qui lui est parallèle, elle a un point où elle devient concave vers l'Axe, & convèxe vers l'Asimptote.

Delà vient que si le Bassin est assez grand, on voit la concavité apparente du fond du Bassin vers l'Œil, diminuer toujours jusqu'à ce qu'enfin elle devienne convéxité. Il est * aisé de concevoir ce que produit à cet égard l'augmentation de l'étendue du Bassin. S'il étoit infiniment grand, on verroit la Réfractoire changer sensiblement, après un certain cours fini, sa concavité vers l'Œil en convéxité, continuer ensuite de s'élever vers la surface de l'Eau ou son Asimptote, & ne la joindre qu'au bout d'un cours infini. Il est évident par-là que tant que le Bassin est fini comme il l'est toujours réellement, on n'en voit point le fond s'élever jusqu'à la surface de l'Eau, & qu'on le voit s'élever d'autant plus que le Bassin est plus grand.

* Page 95. in 4.

On sait par la Géométrie de l'Infini, que

quand

quand les Ordonnées d'une Courbe croiſſent de plus en plus, comme ſont celles de la Réfractoire en partant de ſon Origine, cela vient de ce que leurs Différences prémières ſont croiſſantes. Mais ces Différences peuvent n'être croiſſantes que juſqu'à un certain point, & avoir un Terme de grandeur, après lequel elles décroiſſent. En ce cas-là il y a une Différence ſeconde qui devient ou infiniment plus petite ou infiniment plus grande qu'elle n'étoit, & la Courbe alors a un point d'Infléxion ou un point de Rebrouſſement. Il eſt viſible que la Réfractoire a un point d'Infléxion; donc après ce point, ſes Ordonnées continuant de croitre, leurs Différences prémières ne peuvent que décroitre, ce qui eſt parfaitement conforme à l'Aſimptotiſme qu'elle ne commence à prendre qu'à ce point d'Infléxion. Ces Différences prémières décroiſſantes conduiſent la Courbe à s'approcher toujours, mais très lentement, de ſon Aſimptote, à lui être toujours plus parfaitement parallèle, & à ſe confondre avec elle au bout d'un cours infini, ſelon ce qui a été dit dans les *Elémens* cités.

Le cours Aſimptotique de la Réfractoire ne commençant qu'à ſon point d'Infléxion, après lequel elle tend toujours à devenir parallèle, & même plus exactement parallèle à la ſurface de l'Eau, on voit clairement que cette tendance lui vient de l'extrême petiteſſe des angles que les rayons rompus ſont alors ſur cette même ſurface, & qu'elle ne prend cette
* Pag. 6. in 4. * tendance que quand ces angles toujours décroiſſans, ſont parvenus à un certain dégré de petiteſſe. D'où il ſuit que s'ils étoient origi-nai-

nairement plus petits, ce qui arriveroit nécessairement si l'Œil étoit moins élevé au dessus de l'Eau, ils parviendroient plutôt au dégré de petitesse qui cause l'Inflexion, & ce point d'Infléxion seroit plus proche de l'Origine de la Courbe, & si enfin l'Œil n'étoit qu'à une très petite distance, la Courbe n'auroit presque plus que son cours Asimptotique; on verroit le fond du Bassin presque parallèle dans toute son étendue à la surface de l'Eau.

Si au contraire l'Œil étoit infiniment élevé au-dessus de l'Eau, tous les rayons rompus tirés de la surface de l'Eau jusqu'à lui, seroient, à cause de cet éloignement infini de l'Œil, parallèles entre eux & à l'Axe de la Vision, & l'Œil ne verroit par cette infinité de rayons, que le seul point du fond du Bassin où se termineroit cet Axe.

Puisque dans le cas de la plus petite élévation l'Œil voit presque tout le cours infini de la Réfractoire, & que dans le cas de l'élévation infinie il n'en voit qu'un point, il faut que ce ne soit qu'à une certaine élévation finie que l'Œil commencera à voir quelque petite portion de la Réfractoire, tout le reste, quoique supposé infini, lui en étant absolument inconnu; ensuite l'Œil en verra, si l'on veut, toute la partie concave, pourvu qu'il descende d'une certaine quantité; ensuite viendra le point d'Infléxion, &c. En effet, nous avons dit que ce point d'Infléxion, par exemple, n'étoit causé que par des rayons rompus très obliques, & s'ils le sont à un certain point, ils ne pourront aller frapper un Œil trop élevé.

Le Bassin étant fini, sa différente grandeur produit tout ce qu'auroit produit la différente élé-

élévation de l'Œil. Car dans un Bassin infiniment petit les rayons rompus qui iroient à l'Œil finiment élevé, seroit tous parallèles entr'eux, comme si l'Œil étoit infiniment élevé; on n'a qu'à partir delà pour trouver tout le reste.

La Réfractoire n'est une Courbe qu'à cause de la Réfraction * qui produit un changement de raport de la vitesse horisontale des rayons à la verticale. Donc plus la Réfraction sera forte, ou, ce qui est le même, plus la changement dans ce rapport sera grand, plus la Réfractoire sera courbe, étant comparée à une autre Réfractoire causée par une moindre Réfraction.

* P. g. 97. in 4.

Mais la Réfraction étant supposée telle qu'on voudra, si on veut considérer la courbure d'une Réfractoire quelconque en elle-même, on trouvera très facilement que puisqu'elle est Asimptotique depuis son point d'Infléxion, ou tend toujours à devenir ligne droite, sa courbure est toujours décroissante depuis ce point: qu'à ce point même, puisque c'est une Infléxion, elle a dû avoir deux côtés infiniment petits, exactement posés en ligne droite; que par conséquent depuis son origine jusque-là, elle a toujours eu ses petits côtés consécutifs plus approchans d'être posés en ligne droite; & qu'enfin depuis son origine jusqu'à son extrémité, sa courbure a toujours été décroissante.

Donc, à compter depuis l'origine, plus la partie de cette Courbe que voit l'Œil différemment élevé, est petite, plus ce qu'il voit de la Réfractoire, ou plutôt la Réfractoire

qu'il

qu'il voit est courbe. Donc quand il voit la Réfractoire entière, ce qui lui arrive à peu-près quand il est très peu élevé, il la voit la moins courbe en son total qu'il se puisse; & en effet nous avons trouvé qu'il ne la voit presque alors que comme une ligne droite.

Nous n'avons point encore fait entrer dans cette Théorie la profondeur du Bassin, qui paroît cependant en être un des Elémens. Si cette profondeur est infinie, & qu'on ne laisse pas de concevoir l'Œil à une distance finie de la surface supérieure de l'Eau, on trouvera que deux rayons partis du même point du fond dans l'Axe de la Vision, & dont l'un sera perpendiculaire, & l'autre oblique à la surface de l'Eau, y sont tous deux perpendiculaires à cause de la distance infinie d'où ils viennent; qu'il en sera de même de tous les autres rayons pris deux à deux; que par conséquent * ils sortiront tous de l'Eau parallèles entr'eux, & que l'Œil ne verra qu'un seul point du fond qui sera dans l'Axe de la Vision, ce qui revient exactement au cas de l'Œil posé à une distance infinie d'un Bassin de profondeur finie; & en effet l'Œil est encore ici à une distance infinie du fond du Bassin; & c'est ce fond dont il s'agit.

* Pag. 98. in 4.

Si au contraire, l'Œil étant toujours à une distance finie, la profondeur du Bassin est infiniment ou extrêmement petite, il est évident que la Réfractoire du fond, où ne pourra pas s'y former phisiquement, ou ne sera géométriquement qu'une ligne à peu-près toute droite, comme dans le cas d'une très

petite

petite distance de l'Œil à un Bassin de profondeur finie.

Les deux cas extrêmes de la profondeur du Bassin ayant les mêmes effets que ceux de la distance de l'Œil, on peut compter que les effets des cas moyens seront aussi les mêmes de part & d'autre, & il suffira, pour avoir tout ce qui concerne la Réfractoire, de supposer la profondeur du Bassin constante avec tous les autres Elémens variables.

Tout ce sujet, dont nous n'avons exposé que les simples principes, a été revêtu par Mr. de Mairan d'une forme sans comparaison plus géométrique, & telle que les savans Géomètres la pouvoient desirer. Il a cherché quelle Courbe engendreroit la Réfractoire conditionnée comme elle doit l'être, & il a trouvé que ce seroit une Ellipse dont il détermine l'espèce. L'Equation algébrique de la Réfractoire monte au 4me dégré, ce qui lui donne une *Compagne*, c'est-à-dire, une autre Courbe qui n'aît avec elle de la même Equation; car comme cette Equation est du 4me dégré, elle peut produire 4 Branches de Courbe, & la Réfractoire seule n'a pas épuisé toute sa fécondité.

On a toujours supposé un Bassin dont le fond horisontal étoit parallèle à la surface de l'Eau, & par conséquent les deux lignes prises dans ces deux plans, droites & parallèles. Mais si le fond du Bassin étoit une surface courbe, si la surface de l'Eau, ou plutôt du Milieu refringent en général, * étoit courbe aussi, & même d'une autre courbure, il est certain qu'il en viendroit des Réfractoires

* Pag. 99. in 4.

toires différentes, & si différentes, qu'il y en auroit telle qui ne seroit qu'une ligne droite. Ces trois lignes, celle du fond du Bassin, celle de la surface où se fait la Réfraction, & la Réfractoire, peuvent être toutes trois courbes, & non pas toutes trois droites, car l'accroissement inégal des Sinus que la Réfraction donne à des angles également croissans, produira nécessairement des inégalités quelque part, & tout au moins dans l'une des trois lignes, les deux autres ayant compensé entr'elles les inégalités par une certaine combinaison unique.

Que la Réfractoire soit droite ou courbe, ce sera toujours une ligne élevée en apparence au-dessus du fond du Bassin, & cela dans toute son étendue, c'est-à-dire, que son point même du milieu, ou son sommet, ce point qui est en même tems l'extrémité de l'Axe de la Vision sera vû plus élevé que s'il n'y avoit point eu de Réfraction, ou de différence de Milieux réfringens. Mais comment accorder ce phénomème avec ce grand principe de Dioptrique, si incontestable, si universellement reçu, *Qu'il ne se fait point de Réfraction dans la Perpendiculaire?* Il faudra convenir que ce principe n'est pas tout-à-bien énoncé, quoiqu'on l'entende bien, & qu'on ne l'ait jamais mal appliqué. On entend naturellement par le mot de Réfraction un détour, un changement de direction, & il est vrai qu'il n'en arrive jamais dans la Perpendiculaire, mais il n'est pas vrai que la différence des Milieux qui auroit causé ce détour dans toute ligne oblique, soit alors absolument

lument ſans effet, elle cauſe une élévation apparente ſans détour, & par-tout ailleurs détour avec élévation.

Toute cette Théorie enviſagée de tous les côtés, & promenée dans tous les cas différens, offre un vaſte champ à la Géométrie ; mais il devient encore beaucoup plus vaſte, quand cette même Théorie eſt priſe du ſens contraire, c'eſt-à-dire, quand au lieu de ſuppoſer, comme on a toujours fait juſqu'ici, l'Œil dans un Milieu plus réfringent que l'Objet, * on ſuppoſe l'Objet dans un Milieu plus réfringent que celui où eſt l'Œil, par exemple, quand on conſidérera la Réfractoire de la ſurface inférieure du Couvercle d'un Puits, vue par un Œil plongé dans une Eau, au deſſus de laquelle il y aura de l'Air.

* Pag. 100. in 4.

Pour deviner les effets de cette ſeconde ſuppoſition, il ne faut que renverſer convenablement ceux de la prémière. La Réfractoire du Couvercle ſera d'abord convèxe vers l'Œil, puiſque celle du fond du Baſſin y étoit concave; la nouvelle changera ſa convéxité vers l'Œil en concavité, puiſque l'autre changeoit ſa concavité en convéxité; toutes deux recevront un point d'Infléxion, toutes deux une Aſimptote, &c. Mais la Géométrie, qui n'admet pas les plus fortes conjectures, prouve tout cela à la rigueur, & porte même cette analogie perpétuelle plus loin qu'on ne l'eût peut-être deviné. L'Ellipſe étoit la génératrice de la prémière Réfractoire; l'Hiperbole eſt celle de la ſeconde, & on ſait combien ces deux Courbes ont d'affinité, & combien elles ſe changent aiſé-

aisément l'une en l'autre. Cette occasion même a fait naître à Mr. de Mairan l'idée d'une nouvelle manière de décrire ces deux Courbes, qui ont passé par les mains de tous les Géomètres.

Mr. de Mairan trouve encore de l'analogie entre ses Réfractoires & les Caustiques par Réfraction, & en effet il est bien naturel que ces Courbes, nées les unes & les autres des propriétés de la Réfraction, tirent de cette origine commune quelques conformités.

Quoique les Réfractoires de la 2[de] espèce paroissent avoir une génération plus forcée que celles de la 1[re], car il est beaucoup plus facile & plus ordinaire de regarder, par exemple, de l'Air dans l'Eau que de l'Eau dans l'Air, cependant il y a une Réfractoire de la 2[de] espèce qui nous est très familière, mais il est vrai qu'on n'y pense presque pas, c'est celle de la concavité apparente de la Voute du Ciel étoilé; certainement notre Rayon visuel passe de notre Atmosphère dans l'Éther, d'un Milieu dense dans un autre qui l'est presque infiniment moins.

* Sans l'inégale densité de ces Milieux, le Ciel nous paroîtroit une surface Sphérique concave, dont on ne pourroit déterminer le rayon par rapport à nos sens, qu'en le posant égal à la plus grande distance où un Objet terrestre pût être apperçu à l'extrémité de l'Horison, car le rayon vertical seroit nécessairement de la même grandeur que cet horisontal, ce qui n'iroit qu'à quelques Lieuës.

* Pag. 101. in 4.

Mais nous ne sommes pas dans ce cas-là, il est bien sûr que le Ciel nous paroît une

Voute surbaissée à compter du Zénit, & la Réfraction ne peut manquer d'avoir au moins quelque part à cette apparence, puisque le Rayon visuel a traversé deux Milieux très différens.

Mr. de Mairan cherche quelle Réfractoire doit naître delà, seulement pour un grand Cercle de la Sphère, ce qui suffiroit; mais la Réfractoire qu'il trouve par sa Théorie est si peu différente du Cercle, qu'elle ne pourroit pas satisfaire au phénomène. Un Savant Anglois, au défaut de la certitude entière qu'on ne peut avoir sur la quantité du surbaissement de la Voute du Ciel, a calculé par des tâtonnemens très ingénieux, que le petit Axe de cette Voute pouvoit être au grand comme 3 à 10, différence trop grande d'avec la Voute Sphérique. Il y a donc là, outre la Réfraction, quelque autre cause qui agit.

C'est celle dont nous avons parlé en 1707 (a), qui fait paroître la Lune plus grande à l'Horison qu'au Zénit, le jugement naturel & involontaire par lequel l'Ame croit un Objet plus éloigné, quoiqu'il soit à même distance, quand il y a une longue suite d'autres Objets interposés entre lui & l'Œil. Cela s'applique de soi-même à la Voute apparente du Ciel.

Par cette même raison la surface inférieure du Ciel couvert de Nuages, nous paroît faire la même Voute surbaissée que celle du Ciel étoilé. Les Nuages sont si peu élevés, & dans un Air si peu différent du nôtre, que la

(a) p. 174, & suiv.

la Réfraction ne doit pas ici avoir lieu, ou que du moins elle ne s'y feroit pas sentir.

* Les Réfractoires générales des deux espèces que Mr. de Mairan a déterminées, sembloient l'inviter d'elles-mêmes à les renfermer toutes deux dans une formule algébrique encore plus générale, où l'on verroit leurs ressemblances, leurs oppositions, leurs changemens mutuels de l'une en l'autre, enfin tout leur jeu possible: aussi n'a-t-il pas manqué de pousser sa Théorie jusque-là; & même comme les Réfractions ne sont qu'une branche du même Tronc qui produit les Réfléxions, il auroit fait entrer dans une formule devenue encore plus générale, des Courbes *Anacamptiques* ou *Réflexoires* avec ses Anaclastiques ou Réfractoires, mais il a été obligé d'interrompre ce travail en faveur de l'Académie elle-même. Ces sortes de formules sont un assemblage du plus grand nombre d'idées qu'il se puisse, roulées les unes dans les autres, pour ainsi dire, avec beaucoup d'industrie, de manière à ne leur laisser occuper que le moindre espace possible.

* Pag. 102. in 4.



* Pag. 103. in 4.

# *MECHANIQUE.

## SUR UN PROBLEME DE STATIQUE QUI A RAPORT AU MOUVEMENT PERPETUEL (a).

UNe Roue chargée de poids égaux à l'extrémité de tous ses Rayons, étant posée verticalement sur son Essieu horisontal, il est très évident qu'à cause de l'égalité de tous les poids qu'elle porte, elle demeurera immobile. Mais si l'on conçoit seulement que les Rayons de la droite de la Roue deviennent plus longs, tout le reste étant le même, on imagine assez naturellement que les poids de ces Rayons exerçant l'action de leur pesanteur par un plus long Levier, ils auront plus de force pour descendre que les poids des Rayons de la gauche n'en auront pour leur résister, & s'empêcher d'être élevés, & que par conséquent la Roue tournera.

Si

(a) V. les M. p. 287.

Si ces Rayons de la droite étant arrivés à la gauche par le mouvement de la Roue, pouvoient s'accourcir par rapport à ceux qui seroient alors à la droite, la Roue continueroit de tourner, & le même jeu recommençant toujours, ce seroit le Mouvement perpétuel. Il n'y a plus qu'à trouver l'équivalent de l'allongement & du raccourcissement successif & continuel des Rayons, & on l'a trouvé par des poids égaux mobiles dans des canaux ou rainures. Pour en prendre quelque idée, on peut concevoir que chaque poids, au-lieu d'être attaché à l'extrémité du rayon qui le porte, peut & doit, quand la Roue tourne, passer de ce Rayon sur son voisin, parce qu'il y trouve une cavité ménagée pour le recevoir, & dans laquelle il tombe. Comme chaque Rayon en a une, * la suite de ces cavités fait une rainure totale qui traverse tous les Rayons, & est une Courbe rentrante en elle-même. Par rapport au dessein que l'on a, elle est en ses différentes parties inégalement éloignée du centre de la Roue, afin que les mêmes poids ayent tantôt un plus long Levier, tantôt un plus court, quoique les Rayons de la Roue ne changent pas de longueur. Il n'est pas nécessaire d'expliquer en détail la construction de la Machine, on en voit assez l'esprit, & nous la supposons exécutée dans toute la perfection possible. Il est certain que si les principes en sont bons, le Mouvement perpétuel est trouvé, & ceux qui ont eu les premiers cette idée, ont pu s'en applaudir.

* Pag. 104. in 4.

Mais Mr. Camus la croit fausse, si l'on vient

à l'examiner de près. Que l'on conçoive la Roue dans l'état où elle doit tourner, c'est-à-dire, chargée dans le haut de sa moitié droite de poids qui, en vertu de la place qu'ils ont dans la rainure courbe, agissent par des Leviers plus longs que les poids qui sont dans la moitié gauche de la Roue, il est bien sûr que les poids de la 1re moitié auront de l'avantage sur ceux de la 2de, que par conséquent leur pesanteur qui tend à les approcher toujours du centre de la Terre, les fera descendre, ce qu'ils ne peuvent sans faire tourner la Roue de droite à gauche, & on imagine aisément que les poids qui étoient d'abord à gauche, ayant pris la place des premiers, & la même supériorité de Levier sur ceux qui seront alors à gauche, la Roue continuera de tourner de droite à gauche, & toujours ainsi de suite, cela est vrai jusque là, & ce seroit réellement le Mouvement perpétuel s'il n'y avoit rien de plus à considérer.

Quand, en vertu de la figure de la rainure, les poids de la moitié droite de la Roue ont des Leviers plus longs que ceux de la moitié gauche, c'est parce qu'alors la portion de cette rainure qui est à droite, est plus éloignée du centre de la Roue, point d'appui de tous les Leviers. Or ces poids de la droite, plus éloignés du centre de la Roue, étant comparés à ceux de la gauche qui en sont moins éloignés, si * on les comprend les uns & les autres dans un même espace ou entre deux parallèles, où ils feront de part & d'autre également éloignés du centre de la Terre, il se trouve

* Pag. 105. in 4

trouve que les prémiers ſont en moindre nombre que les ſeconds, & cela préciſément parce que les prémiers ſont plus éloignés du centre de la Roue que les ſeconds, & par conſéquent en raiſon renverſée de leurs diſtances à ce centre. C'eſt ainſi qu'on voit un moindre nombre des parties d'un Objet, quand il eſt plus éloigné de l'Œil, & au contraire. Si les poids qui ont les plus longs Leviers, ſont en même raiſon moins forts par leur nombre, & réciproquement, voila un Equilibre parfait, & loin que les eſpérances du Mouvement perpétuel ſubſiſtent, la Roue ne commence pas ſeulement à tourner.

## SUR LES FUSÉES VOLANTES.

ON a vu en 1702 (*a*) quel eſt le principe général de l'élévation des Fuſées volantes, c'eſt le même que celui du recul d'un Canon. L'Air contenu dans la Fuſée, & dont tous les reſſorts ſont violemment & ſubitement bandés par l'inflammation de la Poudre, fait effort en tous ſens pour s'étendre, & par conſéquent pour s'échapper de ſa priſon. Il ne le peut que par le bout inférieur de la Fuſée toujours ouvert, & par où ſort la matière enflammée qu'il pouſſe avec lui. Mais en même tems il agit auſſi, & avec la même force contre le bout ſupérieur de la Fuſée, qui

 eſt

(*a*) p. 11, & ſuiv.

est fermé, & il agit en s'appuyant sur l'air extérieur placé sous le bout inférieur, parce que cet air ne peut lui céder assez promtement, à cause de l'extrême soudaineté de l'inflammation. Ainsi le bout supérieur est poussé en enhaut, & monte d'une grande vitesse. C'est ce qui a été expliqué plus amplement.

Cela suppose qu'il y ait de l'air *étranger* renfermé dans la Fusée, c'est-à-dire, un autre air que celui qui peut se trouver naturellement enveloppé dans chaque grain de Poudre, car celui-là ni ne seroit en assez grande quantité, ni ne pourroit, * étant dispersé dans tous ces grains qui ne s'enflammeront que successivement, faire agir assez promtement tous ses ressorts pour produire les plus grands effets possibles. La Fusée monteroit toujours, puisque les ressorts de l'air se débanderoient toujours en tous sens, mais ni elle ne monteroit si haut à beaucoup près, à cause du petit nombre de ces ressorts, ni elle ne commenceroit sitôt à monter, parce qu'il faudroit qu'une quantité suffisante d'air eût le loisir de se dégager de l'intérieur des grains de poudre. Il est vrai qu'une *composition* plus *vive* de la Poudre ou matière inflammable pourroit réparer ces défauts, mais dans la comparaison que nous faisions, il falloit sousentendre que toutes choses étoient d'ailleurs égales.

* Pag. 106. in 4.

Il sera donc avantageux de mettre & de conserver, s'il se peut, dans la Fusée de l'air étranger, quoique d'un autre côté il soit nécessaire que la Poudre ou la matière inflammable en soit la plus serrée, la plus comprimée

mée qu'il se puisse, & que dans ce dessein on la batte avec force. L'expédient est qu'une Broche de fer, attachée au *Culot* ou base sur laquelle on charge la Fusée, pénètre dans son intérieur aussi avant qu'elle le peut, moyennant quoi quand la Fusée part, elle emporte la cavité où la Broche se logeoit, & cette cavité se remplit d'air, & subsiste au moins quelques momens dans la forme que la Broche lui avoit donnée, parce que la matière qui l'environne, a été liée par une assez forte compression. C'est un réservoir d'air que l'on a ménagé pour le besoin de la Fusée.

Mais on conçoit naturellement que ce réservoir ne durera qu'un instant. L'air de la cavité fera son effet sur l'air extérieur par une dilatation très brusque, la Fusée en sera poussée en enhaut avec plus de vitesse, mais passé ce prémier instant, tout s'enflamme, la cavité s'efface, puisque la Broche qui la formoit n'y est plus, étant demeurée attachée au Culot immobile, & la Fusée est dans le même état que si elle avoit été d'abord toute pleine, à cela près qu'elle contient un peu plus d'air, qui pourra ne lui être pas inutile, & qui au moins ne l'aura pas été d'abord.

* Ces idées ne seroient pas tout-à-fait précises; la Fusée étant conçue divisée en couches horisontales, elle s'enflamme successivement dans chacune, quoique très rapidement, & à parler à la rigueur, il n'y en a qu'une qui brule dans un instant quelconque, toutes les précédentes sont consumées, & les suivantes sont encore entières. La Broche de fer interrompt un certain nombre de couches, & rend

* Pag. 107. in 4.

 plus

plus petite l'étendue où elles prennent feu. Il y a plus, sans cette Broche, un grain de Poudre pris solitairement, enflammeroit toujours le grain supérieur qui seroit dans la même ligne que lui parallèle à l'axe de la Fusée; si la Broche est cilindrique, ce sera la même chose, mais si elle est conique, le même grain n'enflammera plus que le grain supérieur, posé dans une ligne parallèle, non à l'axe de la Fusée, mais au côté du Cone incliné à cet axe. Ainsi la Broche conique déterminera dans l'inflammation successive de grain en grain, une direction différente de celle qui eût résulté d'une Broche cilindrique.

Quand la Fusée s'éleve, la cavité formée par la Broche ne se détruit pas aussi-tôt, & il en reste encore une qui contient de l'air d'où l'on tire les avantages qu'on desiroit. La cavité, après avoir perdu son Moule, ne laisse pas de suivre la Fusée & de s'élever avec elle, en conservant quelque tems la figure que le Moule lui avoit imprimée, car la direction d'inflammation que la Poudre avoit prise selon ce même Moule, ne change pas en un instant, & c'est à cette direction que tient la figure de la nouvelle cavité. Il est évident que plus cette cavité sera de figure à se maintenir longtems, plus la Fusée sera parfaite, & c'est-là le principal objet d'une petite Théorie géometrique que Mr. de Buffon a donnée.

Ce qui a été déja dit, suffiroit presque pour prouver que la figure conique doit être ici préférée à la cilindrique. La direction d'inflammation que la Broche conique donne à

la Poudre, est assûrément moins naturelle que celle que lui donneroit la cilindrique, elle est en quelque sorte forcée, * & par conséquent il faut plus de tems pour la changer, puisqu'il faut d'abord celui de la détruire entierement avant que de lui en substituer une autre. Il ne s'agit ici que de tems extrêmement courts, dont la petitesse échape à notre imagination, mais enfin ils existent, & peuvent encore être inégaux.

* Pag. 108. in 4.

De plus, quand la cavité est conique, sa base étant en embas, il y a une moindre quantité de Poudre dans une couche inférieure que dans une supérieure, & par conséquent moins de matière enflammée en bas qu'en-haut, lorsque le bas & le haut sont enflammés. La cavité ne peut s'effacer que quand tout est également enflammé autour d'elle, & il faut un tems pour surmonter cette inégalité d'inflammation, & amener tout à l'uniformité. La Broche cilindrique ne causeroit pas cette inégalité que l'on recherche ici.

Mr. de Buffon prouve que la cavité conique l'emporte à cet égard, non seulement sur la cilindrique, mais sur celles de toute autre figure possible. Ce qui vient d'être dit, peut le faire presque suffisamment appercevoir.

L'expérience, qui est la Souveraine en Phisique, a confirmé les raisonnemens. Des Fusées à Broches coniques se sont élevées à 8 & 900 pieds en 5 Secondes. Il est vrai qu'on y avoit aussi apporté toutes les autres attentions plus connues que leur construction peut demander.

Cet-

CEtte année Mr. du Lacq, Capitaine dans le Régiment d'Artillerie du Roi de Sardaigne, Commandant des Ecoles de Campagne du même Corps à Turin, apporta à l'Académie un Ouvrage intitulé, *Nouvelle Théorie sur le Méchanisme de l'Artillerie*. L'Académie y a trouvé en effet assez de nouveauté avec la solidité géométrique nécessaire, des recherches & des expériences curieuses. Voici quelques exemples que nous détachons du tout.

En plein air, un tas de Poudre d'un certain diamètre étant enflammé, enflammera toujours un autre tas de Poudre qui * ne sera pas éloigné de lui plus de 8 fois ce diamètre.

* Pag. 109. in 4.

Les formules de l'Auteur donnent le rapport de la vitesse du Boulet, qui ne commence à se mouvoir qu'après l'inflammation de toute la Poudre, à la vitesse qu'il a, s'il se meut plutôt.

Il faut toujours de la meilleure Poudre, parce qu'une moindre quantité équivalente à une plus grande de Poudre médiocre, est plutôt enflammée toute entière, & que le Boulet en partira plus surement avec toute la force qu'il peut avoir. De plus, les Pièces pourront être moins longues, & on mettra moins de tems à charger.

La forme la plus avantageuse des Chambres pour les Mortiers est la Sphérique, & pour les Canons c'est la cilindrique, un peu arrondie en Entonnoir dans le fond.

Dans les Mines, les rayons des Entonnoirs peuvent excéder de beaucoup la distance du

Fourneau au niveau de la Terre qu'on doit faire sauter, ce que les anciens Mineurs ne croyoient pas possible.

Pour le Jet des Bombes, Mr. du Lacq, outre des Méthodes simples, & même nouvelles, quoique dans une matière si traitée, donne un Instrument beaucoup plus commode encore aux Artilleurs, qui leur montre la Parabole que doit décrire la Bombe pour aller frapper au point donné.

Toutes les démonstrations géométriques de Mr. du Lacq ayant supposé que la Poudre s'enflammoit dans le Vuide, & par conséquent sans éprouver aucune résistance de la part de l'Air, il est certain qu'il faudroit ensuite joindre à cette prémière Théorie celle des Mouvemens faits dans des Milieux résistans, & la Géométrie va sans doute jusques-là, mais il se fait une complication qui n'est plus qu'à l'usage des Savans, & qui s'élève trop au-dessus de la pratique. Mr. du Lacq, qui n'a eu que cette pratique en vue, a eu l'art d'y amener les principaux cas, sur des principes, non pas démontrés à la dernière rigueur, mais que l'on a jugés suffisamment approchans du vrai. Par-là il a mis les Artilleurs en état d'agir, & plus & autrement qu'ils n'auroient fait, * & nous pouvons espérer qu'il nous viendra de ce côté-là des connoissances dont nous aurions été privés.

* Pag. 110. in 4.

MR.

MR. Thiout l'aîné, Maître Horloger à Paris, présenta à l'Académie un *Traité d'Horlogerie*, qui contient une description détaillée & exacte de tout ce qui appartient à cet Art, & parmi tout cela plusieurs inventions nouvelles de l'Auteur. L'Académie a cru que cet Ouvrage seroit d'autant mieux reçu du Public, qu'il y a longtems qu'on en souhaitoit un pareil, & que non seulement les Savans ou les Curieux ordinaires, mais même plusieurs Maîtres de l'Art pourroient y puiser des connoissances utiles.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

Un moyen proposé par Mr. de Fouchy, de se servir d'Horloges de moyen volume au lieu de grosses, &c. (a).

L'Ecrit de Mr. de Maupertuis sur le Repos des Corps (b).

Une seconde suite de la nouvelle Théorie des Pompes de Mr. Pitot (c).

(a) V. les M. p. 171. (b) p. 242. (c) p. 715.

# MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXL.

## I.

UNe Pendule de Mr. Gallande, où le nombre des Roues est moindre qu'à l'ordinaire, & où par conséquent les frottemens sont diminués; ils le sont encore d'ailleurs par le moyen de quelques petits Rouleaux. Tout l'Ouvrage a paru exécuté avec grande précision, & on a trouvé qu'il marquoit dans l'Auteur beaucoup de génie & de connoissance des principes de l'Horlogerie.

## * I I.

* Pag. 111. in 4.

Une Pompe de feu Mr. du Puys, Maître des Requêtes. On a trouvé par l'expérience, que son produit étoit du moins aussi grand que celui d'aucune autre Pompe qui eût été vue par l'Académie, qu'elle étoit estimable par sa simplicité & par l'avantage de pouvoir être aisément transportée par-tout à peu de frais, n'étant que de bois, qu'enfin elle étoit très bonne.

## I I I.

Des Additions ou Corrections faites par Mr. de Moura, Gentilhomme Portugais, aux

aux Pompes à feu. Il a voulu, 1. diminuer la grande quantité d'eau qu'on fait bouillir pour exciter la vapeur, & qui demande un trop grand feu, trop de bois & trop de tems pour s'échauffer suffisamment; 2. épargner un homme chargé de tourner à propos les Robinets des Vapeurs & du Réfrigérant, & que l'on sait par expérience qui manque toujours de l'attention nécessaire, & qui ne peut guère même éviter d'être quelquefois surpris. Mr. de Moura diminue la quantité d'eau, en conservant la grandeur des surfaces d'où part la vapeur; & à la place de l'homme des Robinets il substitue un Levier qui agira nécessairement selon le besoin du moment. Les moyens qu'il employe, ont paru très ingénieux, conformes de tout point aux principes de Phisique & de Mécanique, d'une exécution qui demande encore beaucoup d'attention & d'exactitude, mais non pas d'une difficulté qui doive les faire rejetter.

## IV.

Une manière de faire agir des Scies, inventée par Mr. Chambon. C'est un Pendule ou Balancier chargé d'un gros poids, qui les met en mouvement par ses vibrations alternatives, & cette idée est neuve. Quoique la force appliquée devienne fort petite, on a cru que la Machine de Mr. Chambon pouvoit avoir des applications utiles, sur-tout pour scier & refendre en feuilles minces.



# MEMOIRES
## DE
## MATHEMATIQUE
## ET
## DE PHYSIQUE,
### *TIRÉS DES REGISTRES*
### *de l'Académie Royale des Sciences,*
### De l'Année M. DCCXL.

### *QUATRIEME PARTIE,*
### *DES RECHERCHES PHYSICO-MATHEMATIQUES SUR LA REFLEXION DES CORPS.*

Par Mr. DE MAIRAN (*).

JE n'ai pu travailler aux Mémoires que je donnai en 1722, 1723 & 1738, sur la Réflexion & sur la Réfraction des Corps en général, & en particulier de la Lumière, sans qu'il ne me

(*) Décembre 1739.

me soit venu plusieurs idées dépendantes de la Théorie que j'y ai suivie, mais qui s'écartoient * trop du plan que je m'étois fait dans chacun de ces Mémoires, pour y être insérées. Cependant quelques-unes de ces idées concourent si bien à confirmer, ou à éclaircir ce que j'y ai avancé, que je ne crois pas les devoir passer sous silence. J'en vais exposer ici une des principales ; & s'il s'en trouve à l'avenir quelques autres qui méritent d'être communiquées à l'Académie & au Public, ce sera toujours en les rapportant à cette 4me. Partie: c'est pourquoi je la partagerai en Sections & en N°., pour la rendre plus propre à recevoir des matières détachées du reste de l'Ouvrage, & pour la distinguer des autres.

* Pag. 2. in 4.

## SECTION I.

### DES ANACLASTIQUES ou REFRACTOIRES,

*C'est-à-dire, des Courbes apparentes qui résultent d'un fond opaque vu à travers un milieu réfringent. Idée générale de ces Courbes, & examen particulier de celle du fond de l'eau.*

1. Il n'y a personne, sans doute, qui n'ait pris garde, en voyant le fond d'un bassin plein d'une eau claire & tranquille, qu'elle y paroît toujours moins profonde qu'on ne la trouve en effet, lorsqu'on vient à la sonder. On pourroit aussi avoir remarqué, ou l'on ne manquera pas de s'en appercevoir, quand on

on voudra y faire attention, qu'en regardant tout autour, ou qu'en embrassant de l'œil une plus grande partie de la surface de l'eau & du fond du bassin, tout ce fond paroît courbe, au-lieu de plan & parallèle à l'horison & à la surface de l'eau, qu'il est d'ordinaire, & que nous le supposons, sans qu'on puisse trop distinguer si on le voit concave ou convexe, parce qu'en effet il doit paroitre concave à un endroit, & convexe à l'autre. Cette courbure apparente du fond de l'eau dans un bassin plan a été connue, je ne saurois dire jusqu'à quel point, de quelques Auteurs du siècle passé. Le P. *Mersenne*, au rapport d'*Isac Vossius* dans sa réponse à *J. de Bruyn*, avoit demandé à *Descartes*, d'en déterminer la nature: & l'on trouve en effet * une Lettre de *Descartes* à ce Pere, où il paroît vouloir se dispenser de cette recherche, par l'incertitude du lieu apparent de l'image réfractée. Selon le même *Vossius* la *Réfractoire* ou ligne apparente du fond de l'eau avoit été décrite par *Snellius*, sur le principe de la raison constante des Sécantes des angles de Réfraction & d'Incidence, & *J. de Witte* avoit aussi donné cette Courbe. Mais soit que rien de tout cela n'ait été imprimé, ou que les traces en soient légères, j'avoue que j'ai parcouru envain, pour m'en instruire, & les Lettres de *Descartes*, & sa *Dioptrique*, & les *Elémens des Courbes* de *Witte*, inserés dans le second Volume de la Géométrie de *Descartes*, publiée par *Schooten* avec les Commentaires de divers Auteurs. Quoiqu'il en soit, j'ignore ce qu'on pourroit

* Pag. 5. in 4.

avoir fait là-dessus en ces tems-là, & je ne me rappelle pas davantage qu'aucun des Modernes les plus célèbres pour la connoissance des Courbes, ait rien donné sur celle-ci, qui étoit cependant également digne de l'attention des Géomètres & des Phycisiens, comme j'espère qu'on le verra par ces Mémoires.

2. Le fond de l'air, dans le cas où le rayon visuel passeroit de l'eau dans l'air, qui n'est que l'inverse du précédent, donne un fond de bassin tout autrement configuré, puisqu'on doit le voir sous l'apparence d'un Conoïde convèxe dans toutes ses parties, compris dans un angle d'environ 7 dégrés plus grand que le droit, & qu'il s'y écarte de plus en plus de la surface réfringente. On peut s'en faire une idée, en imaginant l'œil de l'Observateur submergé quelques pieds au-dessous de la surface de l'eau d'une vaste Citerne, dont le platfond seroit parallèle à cette surface, & qu'on regarderoit au travers. Et c'est, je l'avoue, ce que je ne pense pas que le hazard, dénué de théorie, ait encore appris à personne.

3. Pour découvrir & déterminer la cause de tous ces effets, je supposerai l'œil de l'Observateur placé à une distance connue au-delà de la surface réfringente du nouveau milieu; & abaissant ou élevant une perpendiculaire de ce point, j'imaginerai que le fond apparent est formé par la révolution d'une ligne droite ou courbe autour de cette perpendiculaire, qui en sera * l'axe, & qui en ira rencontrer le sommet. Car il est évident que

* Pag. 4. in 4.

que de quelque côté que l'on regarde de ce point, comme centre de la vision, chaque section verticale du bassin apparent par cet axe, doit être la même. Et lorsque par la figure du fond réel, ni ce fond, ni l'apparent ne pourront être réduits à des surfaces engendrées de cette manière, je ne ferai attention qu'à la section verticale donnée. Car ce sont des lignes à tracer sur un plan, qui font proprement l'objet de ma recherche, & non des surfaces à considérer dans le solide, comme il faudroit faire alors, chaque section pouvant donner des lignes différentes.

4. La ligne, droite ou courbe, & ce sera presque toujours la dernière, qui résulte d'une telle section, est donc ce que j'appelle l'*Anaclastique* ou la *Réfractoire*. Je la nomme aussi *la Courbe apparente du fond du bassin* en général, & dans le cas du passage de l'air dans l'eau, *la courbe apparente du fond de l'eau*, ou dans le cas inverse, *la courbe apparente du fond de l'air*, ou *de l'Ether*, si le rayon visuel passoit de l'air dans l'Ether, comme il arrive quand nous regardons le Ciel. Ces deux sortes d'*Anaclastiques* ne différant qu'en vertu du passage réciproque d'un milieu moins ou plus réfringent, dans son contraire, le rayon s'approchant de la perpendiculaire dans le prémier cas, & s'en écartant dans le second, seront encore quelquefois désignées par *prémière* & *seconde* espèce, & dites *opposées*; parce qu'en effet elles sont toujours placées l'une en deçà, l'autre au-delà du fond du bassin, & que les convéxités de leurs sommets sont toujours opposées.

5. Je me bornerai dans cette Section à la description de la Courbe apparente du fond de l'eau, & à ses propriétés. C'étoit tout ce que j'envisageois d'abord, quand je cherchai cette Courbe : cependant je ne l'eus pas plutôt trouvée, que je pensai à la manière d'en généraliser la théorie, tant par la prémière méthode que j'y avois employée, que par une autre qui est, si je ne me trompe, tout ce qu'on peut souhaiter sur ce sujet, de plus général & de plus simple. L'ordre des choses & une certaine élégance demanderoient peut-être que l'on * commençât par cette dernière, ou même qu'on s'y arrêtât uniquement; mais l'ordre & le détail de l'invention m'ayant paru dans cette occasion plus instructifs, & en même tems plus conformes au reste de l'ouvrage dont celui-ci fait partie, je me suis déterminé à leur donner la préférence. J'avouerai aussi que les solutions & les constructions dont le sujet ainsi traité, devenoit susceptible, m'ont rappellé quelquefois le souvenir de celles que demandoit *Fermat*, dans l'exhortation qu'il adresse aux Géomètres de son tems (*a*), & que Mr. *Newton* semble avoir renouvellée en plus d'un endroit de ses Ecrits. Réservant donc pour la fin de cette recherche la Méthode générale dont je viens de parler, je suivrai ici entierement

* Pag. 5. in 4.

(*a*) *Monemus tantùm viros clarissimos, ut sepositis tantisper speciebus analyseos, Problemata Geometrica viâ Euclideanâ & Apolionianâ exequantur, ne pereat paulatim elegantia & construendi & demonstrandi, &c.* Epist. D. *Fermatii* ad D. *Ken. Digby.* p. 859. Tom. 2. Oper. *Wallisii.*

rement la conduite que j'ai tenue pour y arriver.

6. Ma prémière méthode appliquée d'abord aux exemples les plus ſimples de l'une ou l'autre des Réfractoires oppoſées, conſiſte à trouver une Génératrice (*a*) *GR*, autour du centre *O* de la viſion, & ſur l'axe *GOX*, perpendiculaire à la ſurface ou à la droite réfringente *FZ*, telle, qu'ayant mené d'un de ſes points quelconques *M*, & par le centre *O*, le rayon *MOB*, indéfiniment prolongé vers *N*, au-delà de la réfringente *FZ*, ſa partie *BN*, égale à *OM*, donne le point *N* à la Réfractoire cherchée, & ſoit avec la ligne *BK*, menée du point *B*, au point *K*, où la perpendiculaire *PNK* rencontre le fond du baſſin *DS*, en raiſon réciproque des ſinus de Réfraction & d'Incidence, ou, ce qui revient au même, en raiſon directe de leurs ſécantes.

7. On voit par-là que j'adopte pour principe de mes conſtructions, qu'un point quelconque *K*, de l'objet ou du fond du baſſin *DS*, vu à travers le milieu réfringent *SZ*, y eſt vu ſur la perpendiculaire menée de ce point à la réfringente *FZ*.

Je n'ignore pas ce qu'on allègue contre cette détermination * du *lieu apparent de l'image*; que nous ne jugeons des diſtances que par le concours des rayons viſuels qui partent des deux yeux ou des extrémités de la prunelle; que le concours de tous ces rayons ne ſauroit être exactement ſur la perpendicu-

* Pag. 6. in 4.

(*a*) Fig. 1 & 2.

culaire, & remplir les conditions de la Réfraction, &c. Mais quoiqu'il en ſoit de cette queſtion, que je crois avec Mr. *Newton* une des plus épineuſes de la Dioptrique (*a*), j'admets la détermination du lieu de l'image à la perpendiculaire, comme hypothèſe géométrique, & je l'ai choiſie préférablement à toute autre, parce qu'elle eſt la plus généralement reçue, & qu'elle m'a paru la plus approchante de la nature, & la plus ſimple. Car il faut ſe faire une hypothèſe ſur ce ſujet, comme on le voit encore dans l'endroit cité de Mr. *Newton*, pour ne pas tomber dans le cas d'un Problème, ſelon lui, *très difficile*, & peut-être inſoluble : C'eſt que le concours ou foyer exact en *N* de tous les rayons viſuels qui viennent de la prunelle, de part & d'autre de l'axe optique *ON*, étant incompatible avec le concours unique & exact en *K* des rayons rompus, ou avec le point radiant *K*, celui-ci étant ſuppoſé unique, comme on le ſuppoſe d'ordinaire, il faut néceſſairement que les concours des rayons incidens viſuels qu'on imagine partir de la prunelle, occupent un eſpace ſenſible ſur l'axe optique *ON* (*b*). Mais comment la viſion diſtincte pourra-t-elle naître de cet eſpace

(*a*) *Puncti verò illius accurata determinatio, cùm omnium radiorum* (à puncto radiante) *verſùs oculi pupillam refractorum habenda ſit æſtimatio, problema ſolutu difficillimum præbebit, niſi hypotheſi alicui ſaltem veriſimili, ſi non accuratè veræ, innitatur aſſertio.* Lect. Opt. Schol. Prop. VIII. p. 80.

(*b*) *Adeò ut reſpectu oculi per cujus pupillæ centrum radius* [ON] *tranſit, locus imaginis* [puncti ſc. K] *per totum ſpatium* [N, &c.] *diffundi debeat.* Ibid.

pace ou de cette multiplicité de points de concours qui répondent à un point unique radiant? Comment les pinceaux optiques qui en résultent, s'assembleront-ils exactement dans un même point du fond de l'œil, ainsi que le requiert la vision parfaite? Ne seroit-il pas plus à propos de rejetter cet espace inévitable pour l'un ou l'autre des deux foyers, autour du point *K*, sur le fond du bassin, & de faire du point *N* un concours exact & unique de tous les rayons visuels? Car c'est le point *N* qui est l'objet immédiat * de la vision, l'image directement apperçue, & de laquelle doivent résulter les pinceaux optiques, & la vision distincte. J'ai calculé quelques exemples d'après cette idée, en supposant le point physique *K*, ou l'espace qui l'entoure sur le bassin *DS*, d'environ une ligne de diamètre, la hauteur *FO* de la prunelle, de 5 pieds, son ouverture ou son diamètre de 3 lignes, la profondeur *FD* du bassin d'environ 8 pieds, l'angle d'incidence ou d'inclinaison *OBF* de 45 à 40, &c. dégrés, & le rapport de la Réfraction : : 3, 4, qui est le cas du passage des rayons visuels de l'air dans l'eau; & j'ai trouvé que la perpendiculaire *KP*, menée du centre *K* de cet espace à la réfringente *FZ*, ne s'écarte pas du concours exact des rayons visuels incidens, supposé en *N*, d'une 100000me. partie de *ON*, tous ces rayons, de quelque point qu'ils partent de la prunelle, répondant exactement à autant de points radians autour du centre *K*, dans cet espace d'une ligne.

* Pag 7. in 4.

Si l'on imagine que par quelque mouve-

ment interne de l'œil, & par le sentiment naturel qui dispose toujours ses parties de la manière la plus avantageuse pour la vision parfaite, il se fasse ici une compensation entre les deux foyers, par le tempérament réciproque de la régularité de l'un avec l'irrégularité de l'autre, on retrouvera encore le lieu de l'image sensiblement sur la perpendiculaire *KP*. C'est sans doute sur la possibilité d'un semblable méchanisme de l'œil que se fonde Mr. *Newton* dans le milieu qu'il propose de prendre sur l'axe optique; car sans cela ce point de milieu devient purement idéal, & ne peut rien sur l'organe.

L'expérience du fil d'un Pendule plongé dans l'eau par sa partie inférieure, & soutenu dans l'air par la supérieure, l'une & l'autre étant vues sur une même ligne droite, prouveroit l'opinion commune sans replique, si tout le fil & l'œil se trouvant également dans le plan de la Réfraction & de la Réfléxion ne rendoient équivoque le jugement des sens. Mais encore moins justifieroit-on par-là que le lieu de l'image n'est pas sur la perpendiculaire. On voit l'image du fil & du plomb du Pendule sensiblement au-delà de la perpendiculaire, lorsqu'on approche horisontalement les deux yeux sur le bord * du vase, chaque œil étant par cette proximité dans un plan de Réfraction fort différent de l'autre. Mais c'est alors un phénomène particulier qui sort de la question, & qui a été expliqué par *Kepler*, & par quelques autres Opticiens attachés d'ailleurs à l'opinion commune sur le lieu de l'image.

* Pag. 8. in 4.

II

Il ſuit de tout ce que nous venons de dire, que les Réfractoires tracées ſur le principe ou l'hypothèſe de la perpendiculaire, ne différeront pas ſenſiblement de celles qui ſeroient décrites d'après les Théories précédentes ; & c'eſt tout ce dont j'avois beſoin ici, par rapport aux inductions phyſiques que j'en pourrai tirer, & pour répondre à quelques objections que l'on m'a faites ſur ce ſujet.

*DE LA COURBE APPARENTE DU FOND DE L'EAU, ou de la Réfractoire dans un milieu plus réfringent que celui où eſt placé l'œil, & dans lequel le rayon ſe rapproche de la perpendiculaire en ſe rompant.*

## CONSTRUCTION DE SA GENERATRICE.

8. On peut toujours avoir un arc de cercle (a) $BC$, dont le ſinus $CD$, ſoit à ſon rayon $AB$, en raiſon donnée de $n$ à $m$. Car ayant ſuppoſé $AB$ égal ou proportionnel à $m$, pris $AD$ égal ou proportionnel à $\sqrt{mm-nn}$, & élevé en $D$ une perpendiculaire, il eſt clair qu'elle ira couper le cercle en $C$, & que $DC$ ſera égal ou proportionnel à $n$.

Cela poſé, & que $\frac{n}{m}$ exprime le rapport des ſinus de Réfraction & d'Incidence de la Lumière, dans ſon paſſage d'un milieu moins ré-

(a) Fig. 9.

réfringent dans un plus réfringent ($m$ étant $> n$) soit du rayon $AB$ de l'arc $BC$, de sa tangente $BR$, & de sa sécante $AR$, formé le Triangle $ABR$, semblable à $ADC$.

Ayant divisé $DC$ en autant de parties quelconques que l'on voudra, & par autant de points tels que $X$, mené par chacun de ces points une parallèle $\mathcal{Q}XE$, au rayon $AB$, & qui coupe l'arc $BC$ en $E$, & continué cet arc vers $G$, soient du centre $A$, & des points $\mathcal{Q}$, élevées les perpendiculaires $AG$, $\mathcal{Q}I$, au rayon $AC$, * qui se confond avec la sécante $AR$. Si de tous les points $I$, où ces perpendiculaires coupent le cercle $GC$, on mene sur $AG$, les sinus $In$ des angles $GAI$, qui font partie du quart de cercle $GC$, il est évident (*hyp. & constr.*) que tous ces sinus auront le même rapport avec leurs correspondans $FE$, dans l'arc $BC$, que le sinus total $AC$, $AG$ ou $AB$, avec le sinus $CD$: car $In = A\mathcal{Q}$, & $FE = DX$. Or $A\mathcal{Q} . DX :: AC . DC$; par conséquent les sinus $In$, sont aux sinus correspondans $FE$, comme $AC$ à $DC$, ou comme $m$ à $n$.

* Pag. 9. lin 4.

Je prends maintenant sur les rayons $AI$, dans le quart de cercle $GC$, prolongés en $M$, autant de parties $AM$, égales aux sécantes correspondantes $AEY$, de l'arc $BC$, & joignant tous les points tels que $M$, y compris $G$ & $R$, je décris la courbe $GMR$, qui aura son sommet en $G$, & une branche semblable de l'autre côté de l'axe $AG$; & je dis que cette courbe sera la génératrice que l'on cherche, conformément à la méthode énon-

cée

cée N°. 6, & comme on va voir par la conſtruction de la Réfractoire.

J'appellerai auſſi la courbe *GMR*, *Courbe des ſécantes ouvertes en éventail*, ou ſimplement, *Courbe des ſécantes ouvertes*, pour la diſtinguer des *Courbes des ſécantes* qui ont été imaginées juſqu'à préſent, & qui ſont toutes tracées par les extrémités des ſécantes élevées perpendiculairement ſur la circonférence du cercle dans un plan qui lui eſt perpendiculaire, ou ſur une autre ligne, droite ou courbe, & toujours parallelement entr'elles. *BC* ſera nommé *ſon arc générateur*, & par même raiſon, *ABR* ſon *triangle*, & *CD* ſon *ſinus générateur*.

## CONSTRUCTION DE LA REFRACTOIRE.

9. Soit (*a*) *FZ* la ſurface de l'eau, *DS* le fond du baſſin, l'une & l'autre parallèles à l'horiſon; *FD*, qui leur eſt perpendiculaire, la profondeur de ce fond ou ſa diſtance de *FZ*, & *FO*, priſe ſur le prolongement de *DF*, la hauteur de l'œil au deſſus de la ſurface de l'eau.

Ayant mené par *O* la ligne *VR* parallèle à *FZ*, & fait ſur le prolongement de *FO* vers *G*, *OG*, *FD*::*n*. *m*, qui eſt le * rapport du ſinus de l'angle de Réfraction à celui d'Incidence, & qui, dans le cas dont il s'agit, eſt environ::3,4, je décris ſur le diamètre *OG*, la courbe des ſécantes ouvertes, *GMR*,

* Pag. 10. in 4.

(*a*) Fig. 4.

*GMR*, ainſi qu'il a été enſeigné ci-deſſus, je mene à cette courbe par le centre *O*, les rayons *MO*, *mO*, &c. indéfiniment prolongés vers *DS*, je prends ſur ces prolongemens, & de la ſurface réfringente *FZ*, vers *DS*, les parties *FA*, *BN*, *bN*, *βN*, &c. égales aux rayons *GO*, *MO*, *mO*, &c. & je dis que la ligne qui paſſe par tous les points *A*, *N*, *N*, *N*, &c. & qui a ſon ſommet en *A*, eſt la courbe apparente du fond du baſſin *DS*, ou la Réfractoire de tout milieu, dont la force réfringente eſt à celle du milieu d'où part le rayon viſuel, en raiſon de *m* à *n*.

## DEMONSTRATION.

10. Par le principe ci-deſſus, N°. 7, tout objet *K*, apperçu du point *O*, dans un milieu de différente réfringence, *ZS*, y doit être vu ſur la perpendiculaire *KNP*, menée de l'objet *K*, à la ſurface réfringente *FZ*. Et ſi c'eſt au point *N*, par exemple, que cet objet eſt vu, & ſur le rayon viſuel *OBN*, on ſait que les lignes *BN*, *BK*, menées du point de rencontre, *B*, du rayon avec la ſurface réfringente, ſeront entre elles dans le rapport donné de *n* à *m*, qui eſt celui des ſinus des angles de Réfraction & d'Incidence, rapportés à l'axe de Réfraction, ou, ce qui revient au même, des ſécantes de leurs complémens.

Cela poſé, il s'agit ſeulement de faire voir, que *BN* & *BK*, ſont entr'elles dans le raport donné de *n* à *m*.

Pour ne point compliquer davantage la Figure

gure 4, de la Réfractoire (a) $AN$, reprenons la génératrice dans la Fig. 5, à côté de sa semblable Fig. 3. Ayant tracé du centre $A$, & de l'ouverture $AT$, prise du point $A$, à un point quelconque $T$, de la tangente $BR$, l'arc de cercle $TMt$, qui coupe $GR$ en $M$, & la tangente $GT$ en $t$, il est clair par la construction, & par tout ce qui a été dit ci-dessus, que $AM=AT=At$ est la sécante d'un angle, $BAT=GAt$, dont le * sinus $FE=su$, est au sinus $In$, de son correspondant, $GAM$, dans le quart de cercle $GCA$, en raison de $n$ à $m$. Supposant donc $AG.AH::n.m$, menant $HK$ parallèle à $GT$, & prolongeant $At$ jusqu'en $k$, où elle rencontre $HK$, les triangles semblables $GAt$, $HAk$, donneront toujours $At.Ak::AG.AH::n.m$, c'est-à-dire, comme les sinus $su$, $In$, des angles $GAt$, $GAM$, ou, réciproquement, comme les sécantes de leurs complémens $CAt$, $CAM$. Donc si l'on mene par $k$ & par $M$, la droite $kML$, elle sera parallèle à $HA$, & perpendiculaire à $AR$.

* Pag. 12. in 4.

Donc (Fig. 4.) ayant décrit semblablement un arc $Mt$ du centre $O$ par un point quelconque, $M$, de la génératrice $GR$, & le quart de cercle $GC$ dans l'angle droit $GOC$, & mené semblablement la tangente $Gt$, & les lignes $GH$, $Hk$, $Ok$, $kL=Bb$, il est évident, par l'égalité de $BN$ à $OM$ (*constr.*) qui donne le triangle $BPN$ égal & semblable au triangle $LOM$, & le parallélogramme $PBbK=LOHk$; il est, dis-je, évident que $BK$

(a) Fig. 5.

$BK = Ok$, de même que $BN = OM$. Mais $OM$ égale à $Ot$, est à $Ok$ :: $OG.OH$, :: $su.in$ :: $n.m$. Donc $BN.BK$ :: $n.m$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Un fil coloré, tendu horisontalement à quelques pouces au-dessous de la surface de l'eau, ou le tranchant d'une Regle, dans une grande cuvette remplie d'eau, feront voir la courbure de la Réfractoire que nous venons de déterminer, & d'autant plus sensiblement que l'œil sera plus proche de la surface réfringente; & il sera plus aisé de faire ainsi cette expérience, que de trouver un grand bassin dont le fond soit exactement plan, & l'eau parfaitement tranquille. Il faut y regarder par un petit trou fait à une carte dans le plan du fil, ou quelques lignes à côté.

*De la nature des Courbes des Sécantes ouvertes, ou de la Génératrice* GR.

11. Supposant la description de cette courbe, (a) $GMR$, comme ci-dessus, & les lignes dont elle résulte, ou qui * l'accompagnent, désignées par les mêmes lettres; soit le diamètre $AG = AC = c$, & par conséquent $AH$ (N°. 8.) $= \frac{m}{n}c$.

* Pag. 12. in 4.

Ayant nommé l'Abscisse $AP$, $x$, & l'ordonnée $PM$, $z$, les triangles semblables $AGt$, & $ALk$ égal & semblable à $kHA$, donneront $Lk$ $\left(\frac{m}{n}c\right)$. $AG$. $(c)$ :: $AL$ $(z)$.

Gt

(a) Fig. 6.

$Gt\left(\frac{n}{m}z\right)$ & $At=\sqrt{cc+\frac{nn}{mm}zz}$. Mais $At$ (*constr.*) $=AY=AM=\sqrt{xx+zz}$. Donc $\overline{At}^2\left(cc+\frac{nn}{mm}zz\right)=\overline{AM}^2(xx+zz)$; d'où l'on tire $cc-xx=\frac{mm-nn}{mm}zz$, qui est une Equation à l'Ellipse, dont le petit axe $AG$ ($c$) est au grand axe $AR$ $\left(\frac{m}{\sqrt{mm-nn}}c\right)$ comme la racine de la différence des quarrés des deux termes du rapport $\frac{n}{m}$ est au plus grand terme, $m$; c'est-à-dire (N°. 8.) comme le sinus du complément de l'arc générateur au sinus total, ou, plus directement, comme le rayon à la sécante de cet arc.

Ainsi la Courbe des Sécantes ouvertes, & la Génératrice de l'Anaclastique dont il s'agit, ne sont autre chose qu'une Ellipse; & voila une propriété de l'Ellipse, & une manière de la décrire dont je ne sache pas qu'il eût été fait mention nulle part.

## REMARQUES ET COROLLAIRES.

12. Il suit de la propriété démontrée, qu'une Ellipse quelconque étant donnée, on aura réciproquement le triangle, l'arc & le sinus générateurs, qui déterminent ou renferment les sécantes dont elle exprime l'expansion; car il n'y a pour cela qu'à décrire le

le demi-cercle *ABR*, ſur le grand demi-axe *AR*, de l'Ellipſe, prendre ſur ce demi-cercle la corde *AB* égale au petit axe, &c.

Mais pour avoir la valeur analytique, & du ſinus, & du rapport de réfringence, $\frac{n}{m}$, que les diamètres donnés de cette Ellipſe renferment, & dont on ſait ſeulement que $m > n$, il * faut ſuppoſer ſon grand axe ou diamètre *AR*, exprimé par le petit, *AG*, multiplié par une fraction dont le numérateur ſoit le plus grand des deux termes du rapport inconnu, & le dénominateur la racine de $\overline{mm-nn}$, différence des quarrés des deux; ce qui donne $AR = \frac{m}{\sqrt{mm-nn}} AG$, trouvée ci-deſſus. Remarquant enſuite que le ſinus qu'on cherche eſt au ſinus total dans le rapport indéterminé de *n* à *m*, & faiſant ce total, ou $m=1$, on aura $AG . AR :: \sqrt{mm-nn} . m :: \sqrt{1-nn} . 1$; d'où l'on tirera $n = \frac{\sqrt{AR^2 - AG^2}}{AR}$ qui devient auſſi l'expreſſion de $\frac{n}{m}$, *m* y tenant la place de l'unité, qui ne change rien au ſecond membre de l'Équation, ſi elle le multiplie. Ainſi les deux axes de l'Ellipſe étant ſuppoſés être, comme ils le ſont en effet dans le cas préſent, en raiſon de 1 à $\frac{4}{\sqrt{7}}$ la formule $\frac{\sqrt{AR^2 - AG^2}}{AR}$, ſe

* Pag. 13. in 4.

: transformera en $\frac{n}{m} = \frac{\sqrt{\frac{16}{7} - 1}}{\frac{4}{\sqrt{7}}} = \frac{3}{4}$; d'où l'on
aura que la réfraction indiquée ici, ou le
apport des fécantes dont l'expanfion a pu
ormer une telle Ellipfe, eft $\frac{3}{4}$.

13. Cette manière de confidérer l'Ellipfe,
ar les fécantes ouvertes, ou, ce qui revient
u même, par les finus d'un arc donné, qui
orment fon aire, d'aller du rapport connu
e fes axes au rapport qui regle l'ouverture
e ces fécantes, qui deviennent autant de fes
ayons, ou réciproquement du rapport gé-
érateur qui regle la grandeur & la direc-
on de fes rayons, à celui de fes axes, de
éduire ce rapport à celui de la Réfraction,
il s'agit d'un problème de ce genre, ou de
appliquer à la valeur des angles que fes ra-
ons font avec fes axes, s'il s'agit d'une po-
tion ou d'un mouvement angulaires; cette
nanière, dis-je, de confidérer l'Ellipfe, me
aroît une fource féconde de folutions, &
'une pratique très commode pour le calcul
: l'ufage des Tables, foit dans la recherche
es Réfractions, foit dans certains * problè- * Pag. 14. in 4.
nes de l'Aftronomie Elliptique: & j'efpère
: montrer quelque jour plus particuliere-
nent par des exemples.

J'ai conftruit auffi d'après cette idée des
écantes ouvertes, plufieurs autres courbes
e différent ordre, & de différentes claffes,
lgébriques, & Méchaniques, engendrées
ous une autre loi; comme, par exemple, en
fe

se servant de la corde, ou d'une autre ligne rélative au cercle, au-lieu du sinus de l'arc générateur; ou par la division ou la bissection immédiate & continuelle de cet arc, indépendemment de son sinus, ou de sa corde, &c. qui auront en cette qualité des usages curieux & utiles. Mais ce n'est pas ici le lieu d'en parler.

14. Au reste il est clair que la droite *HkK* parallèle & égale à *AR*, dont la distance $AH = \frac{m}{n} AG$, représente celle de la surface réfringente au fond du bassin, est le lieu de tous les sommets de triangles, tels que *AkL*, & dont le dernier, *AKR*, déterminé par le prolongement de la sécante $AT = AR$, donne la dernière sécante *bK* (Fig. 4.) du fond *DS*, *Fb* étant supposée infinie, & le plus petit angle *bKD*, qui peuvent résulter du rapport $\frac{n}{m} = \frac{3}{4}$, & que fourniroit le cas du rayon visuel rasant & infini. Et voila l'esprit & le fondement de notre méthode; les dernières sécantes, *bK*, *bN* (= *bp*) ne sauroient avoir, par la propriété donnée de la Réfraction & de la Réfractoire, un plus grand rapport avec les prémières, *FD*, *FA*, que celui des sinus réciproques, en raison de *m* à *n*. Donc un arc dont le sinus est au total en raison de *n* à *m*, ou sa tangente, sera le lieu de toutes les sécantes possibles *FA*, *BN*, *bN*, *bp*; d'où résulte l'aire de notre rectangle générateur. Mais les sécantes *FA*, *BN*, &c. sont autant de rayons de la Réfrac-

fractoire répandus dans l'angle droit $AOV$, & qui, étant prolongés, concourent au centre $O$ de la vision. Donc si je rassemble les mêmes rayons autour du point $O$, dans le même angle, ou dans son opposé, $GOR$, & selon la même direction, leurs extrémités formeront une courbe, qui sera la génératrice de la Réfractoire conçue * comme conchoïde. Or on peut toujours avoir cette courbe (N°. 8.) quelle que soit sa nature. Donc, &c.

* Pag. 15. in 4.

*De la nature de la Réfractoire.*

15. Ayant nommé la profondeur $FD$ (a) du bassin, $a$ ; la distance $OF$ de l'œil à la surface réfringente, $b$ ; l'abscisse $F\mathcal{Q}$ de la courbe $AN$, $x$ ; son ordonnée $\mathcal{Q}N$, $y$ ; & $OL$, égale à l'ordonnée menée du point $M$ à l'axe $AG$ de l'Ellipse génératrice, $z$; on aura $FA = OG = \frac{n}{m}a$.

Les triangles semblables $ON\mathcal{Q}$, $BNP$, donneront $O\mathcal{Q}\,(b+x) . \mathcal{Q}N\,(y) :: PN\,(x)$. $BP\left(\frac{xy}{b+x}\right)$.

Donc $\overline{BN}^2 = \overline{OM}^2 = \overline{Ot}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{PN}^2 = \frac{xxyy}{bb+2bx+xx} + xx$.

Les côtés homologues des triangles $kLO$, $OGt$, donneront aussi $kL\,(a) . LO\,(z) :: OG\left(\frac{n}{m}a\right) . Gt\left(\frac{n}{m}z\right)$, d'où l'on tire $\overline{Ot}^2$

$= aa$

(a) Fig. 4.

$\overline{aa + zz} \times \frac{nn}{mm}$; & prenant dans l'Equation à l'Ellipse (N°. 11.) la valeur des $z$ en $x$, les $x$ étant les mêmes dans l'une & dans l'autre courbe, on trouvera $Ot^2 = \frac{nn}{mm - nn} \times \overline{aa - xx}$.

Mais on vient de voir que $\overline{Ot}^2 = \overline{OM}^2 = \overline{BN}^2 = \frac{xxyy}{bb + 2bx + xx} + xx$. Donc $\frac{xxyy}{bb + 2bx + xx} + xx = \frac{nn}{mm - nn} \times \overline{aa - xx}$, qui est l'Equation de la courbe $AN$, & qui, étant ordonnée, devient,

$$\begin{array}{l} x^4 + 2bx^3 + \frac{mm - nn}{mm} yyxx - \frac{2nn}{mm} aabx - \frac{nn}{mm} aabb = 0. \\ \qquad\qquad\quad - \frac{nn}{mm} aaxx \\ \qquad\qquad\quad + bbxx \end{array}$$

## REMARQUES ET COROLLAIRES.

16. Si au-lieu de faire entrer dans cette Equation la * profondeur $FD$ ($a$) du bassin, comme j'ai cru qu'il convenoit au sujet, on y introduit l'expression du diamètre $OG$ ($c$) de la génératrice, ou la distance $FA = OG$ du sommet de la Réfractoire à la ligne de réfringence, en écrivant $c$ au-lieu de $\frac{na}{m}$, on aura

* Pag. 16. in 4.

$$\begin{array}{l} x^4 + 2bx^3 + \frac{mm - nn}{mm} yyxx - 2bccx \\ \qquad\qquad\qquad\qquad - ccxx \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + bbxx \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - bb \end{array}$$

$-bbcc=0$, qui eſt une Equation plus ſimple que la précédente, & qui ne diffère de celle de la Conchoïde de *Nicomède* que par le coefficient $\frac{mm-nn}{mm}$, qui accompagne le terme $yyxx$. Et alors la formation de la courbe qu'elle exprime, étant en tout ſemblable à celle de la Conchoïde, ſi ce n'eſt que ſon module eſt variable, & croît comme les ſécantes de l'arc générateur de la courbe des ſécantes, ou les rayons de l'Ellipſe génératrice, preſque tout ce qui a été démontré de la prémière conviendra à celle-ci, à quelques modifications près. Ainſi notre Réfractoire aura pour directrice, & pour aſymptote la ligne $FZ$, qui dans le cas préſent n'eſt autre choſe que la ſurface ou la ligne de réfringence; un point d'infléxion de part & d'autre de la perpendiculaire $FD$, que l'on trouvera par le calcul différentiel, comme il eſt enſeigné dans le Livre des Infiniment petits de Mr. *de l'Hopital* pour la Conchoïde de *Nicomède*; & une ſeconde double branche (*a*) $XY$, au-deſſus de l'aſymptote $FZ$, que nous appellerons la *Compagne de la Réfractoire*. Cette Compagne, dans le cas où la diſtance $OF$ de l'œil à la ſurface réfringente, $FZ$, eſt plus petite que la $\frac{n}{m}$ de la profondeur $FD$ du baſſin, $DS$, c'eſt-à-dire, lorſque $b<\frac{n}{m}a$ ou $<c$, formera, Fig. 7, comme la Conchoïde ſupérieure, un anneau

(*a*) Fig. 7, 8 & 9.

neau $ORX$, & ses deux branches se coupant en $O$, leur partie infinie, $OY$, s'étendra sur la même asymptote $FZ$; si $b = \frac{n}{m} a = c$, Fig. 8, l'anneau s'anéantira, & se changera en un point de rebroussement; & si $b > \frac{n}{m} a$, ou $> c$, * Fig. 9, la compagne $XY$ prendra une figure à peu-près semblable à celle de la Réfractoire, & d'autant plus semblable, que la distance $OF$ ($b$) sera plus grande; son sommet, $X$, étant toujours, dans les trois cas, à la même distance de l'asymptote commune que le sommet, $A$, de la Réfractoire. Ce qui est évident par la génération conchoïdale de la courbe, & par ses coordonnées, $x$, $y$, successivement égalées à $\pm \frac{n}{m} a$, à $-b$, à o, & à $\infty$.

* Pag. 17. in 4.

La compagne de la Réfractoire a quelques propriétés analogues à cette courbe considérée comme telle, mais dont le détail & la démonstration ne feroient que prolonger assez inutilement ce Mémoire.

17. Quant à l'espace compris entre la Réfractoire $AN$, & la surface réfringente ou son asymptote $FZ$, il sera infini, comme celui de la Conchoïde de *Nicomède*, & même plus infini, par la circonstance du rayon descripteur, $BN$, croissant comme les rayons de l'Ellipse génératrice. Car, pour le dire ici en passant, l'espace conchoïdal est infini, malgré ce qu'en ont dit quelques Auteurs, qui l'ont cru fini ($a$), faute d'avoir examiné géo-

($a$) *V. Calcul Integral de Mr.* Carré, *&c.*

géométriquement sa nature & ses rapports, & pour s'être trop fiés à l'usage qu'ils faisoient du calcul intégral, mal employé sans doute dans cette occasion. C'est ce que j'avançai dans une de mes remarques à la suite du Problème de la Roue d'*Aristote*, qui fut envoyé à l'Académie en 1715, & dont il a été fait mention dans l'Histoire de la même année, & ce fut en indiquant la démonstration purement géométrique que j'en pouvois donner, & que je donnerai, s'il est nécessaire. Mais c'est ce qui importe peu au sujet que je traite aujourdhui.

18. Par une raison semblable à celle de l'espace (a) *ANZ*, plus grand que celui de la conchoïde ordinaire, dont la génératrice est un cercle, il suit que quoique la Réfractoire *AN* ne touche jamais son asymptote, ou, ce qui revient au même, quoiqu'elle ne la touche qu'à une distance infinie, elle la touchera plus tard ou plus infiniment loin que la conchoïde, * en raison du grand diamètre de son Ellipse génératrice au petit; car ayant fait, comme ci-dessus, $\frac{n}{m}a = c$, & pris la ligne $c$ pour le rayon du cercle générateur de la Conchoïde de *Nicomède*, & pour le petit axe de l'Ellipse génératrice de la Réfractoire *AN*, si dans l'Équation de l'une & de l'autre de ces deux courbes prises dans les mêmes circonstances, on suppose $x = o$, qui donne $y$, confondue avec l'asymptote, infinie, on trouvera dans la Conchoïde de *Ni-*

* Pag. 18. in 4.

(a) Fig. 4.

*Nicomède*, $y = \sqrt{\frac{bc}{o}}$, & dans la Réfractoire, $y = \sqrt{\frac{bc}{o}} \times \sqrt{\frac{mm}{mm-nn}}$, deux infinis qui sont l'un à l'autre :: $1. \frac{m}{\sqrt{mm-nn}} :: \sqrt{mm-nn}.$ $m$, & (N°. 12.) comme le petit axe de l'Ellipse génératrice est au grand.

19. La courbure concave, apparente du fond du bassin, & réelle de la Réfractoire, est en raison composée inverse de la distance ($b$) de l'œil à la surface réfringente, & directe de la force réfringente $\left(\frac{m}{n}\right)$ du nouveau milieu. Car 1. les cas moyens de la distance de l'œil, participent des extrêmes, dont l'un, savoir $b = \infty$, donne une courbure infiniment petite, & $b = 0$ la plus grande courbure qu'il soit possible. 2. La Réfractoire ou la Conchoïde *AN* est d'autant plus grande, ou plus petite, toutes choses d'ailleurs égales, que le diamètre, $OG = \frac{n}{m} FD$, de sa Génératrice, l'est davantage, & cette Génératrice, supposée toujours semblable, est d'autant plus petite, que le rapport $\frac{m}{n}$ est plus grand. Mais on sait que les Conchoïdes qui résultent de Génératrices semblables, & dans les mêmes circonstances, sont semblables entr'elles ; donc les rayons osculateurs menés de semblables points de ces Conchoïdes, seront proportionnels ; & puis-

puisque la courbure des courbes est en raison inverse du rayon osculateur. Donc, &c.

Par la même raison la courbure de la Réfractoire croît ou * diminue, toutes choses d'ailleurs égales, en raison inverse de la profondeur du bassin. * Pag. 19. in 4.

20. $b = o$ donnera donc, toutes choses d'ailleurs égales, la réfractoire la plus courbe qu'il soit possible. Mais si l'on introduit cette hypothèse dans son Equation, & qu'on y détruise tous les termes où $b$ se trouve, son Equation sera changée en celle-ci, $\frac{nnaa - mmxx}{mm - nn} = yy$, qui est visiblement l'Equation de l'Ellipse génératrice, & qui ne diffère de celle qu'on a vue ci-dessus (N°. 11.) qu'en ce que $\frac{n}{m}a$ y tient la place de $c$, & $y$ celle de $z$, qui dans ce cas deviennent égales. D'où il suit que la Réfractoire $AN$ n'étant pas décrite, & ayant seulement son Equation, on remontera par ce moyen à sa Génératrice.

21. La Réfractoire transformée en sa Génératrice (a), & dans le cas présent, en une Ellipse $AL$, dont le grand demi-axe est $FL = OR$, est une singularité qui mérite quelque éclaircissement, dès que l'on considère toujours cette courbe comme résultante de l'inflexion des rayons par la réfringence d'un nouveau milieu. Car la condition de $b = o$ prise à la rigueur, exclut tout nouveau milieu, le point $O$ se trouvant alors abso-

(a) Fig. 10.

abſolument confondu avec le point *F* de la ſurface réfringente, & appartenant également au milieu d'où part le rayon, & à celui où il va. Or s'il n'y a point de nouveau milieu, il n'y aura point auſſi d'infléxion de rayons. Il faut donc changer la ſuppoſition rigoureuſe de $b = 0$ en celle de $b$ égale à une quantité infiniment petite, & dès-lors on voit renaître tous les effets de la Réfraction, & la Réfractoire.

## SCHOLIE.

22. J'ajouterai encore, pour la netteté de cette ſpéculation, & l'exactitude des idées géométriques dont elle eſt ſuſceptible, qu'il faut ſuppoſer $OF$ ($b$) un infiniment petit du ſecond genre, l'élément $MR$, de la Génératrice $GR$, qui ſoutend l'angle viſuel $MOR$, étant ſuppoſé du prémier.

* Pag. 2[illegible] in 4. * Car ſoit $OF$ un infiniment petit du prémier genre, & $OM$ un rayon de l'Ellipſe génératrice, prolongé vers $N$, & infiniment proche de $R$, c'eſt-à-dire, que l'angle $ROM$ égal à $OBF$, ſoit infiniment petit, & ait pour ſoutendante l'élément $RM$, ou la tangente $Rr$, de même genre que $OF$; il eſt évident que les côtés $OB$, $FB$, du triangle $OFB$, ſemblable à $rRO$, étant proportionnels à $rO$, $RO$, & de même genre, ſeront finis, ou infiniment grands par rapport au côté $OF$, comme les rayons $OM$, $OR$, le ſont par rapport à l'élément $RM$, ou à la tangente $Rr$.

Donc (*conſtr.* N°. 9.) la toute $ON$ égale à

$OB + BN = OB + OM$, sera plus grande que le rayon $OM$ auquel elle répond, d'une quantité $EN$, qui est finie: & comme, en augmentant de plus en plus l'angle de la vision $OBF$ ou $MOR$, on peut en dire autant de tous les rayons $O\mu$, $\beta\nu$, & d'une infinité menés semblablement, & infiniment proche les uns des autres, tant au-dessus de $OM$, qu'au-dessous de $ON$, jusqu'à ce que l'arc $RM\mu$, ou l'angle $RO\mu = VO\nu = L\beta\nu$ soit arrivé au fini, & que par-là $\beta F$ soit devenu un infiniment petit du même genre que $OF$, il suit, que la Réfractoire dont cette infinité de rayons donneroit les points, ou qui passeroit par les extrémités $N$, $\nu$, &c. de cette infinité d'excès finis $EN$, $\epsilon\nu$, &c. qui la sépare de $FZ$, ne sauroit ni se terminer infiniment proche de $L$, ni être prise sensiblement, & assez exactement pour sa génératrice $AL$ ou $GR$.

Mais supposons $OF$ du second genre, tout le reste demeurant comme ci-dessus, c'est-à-dire, $RM$, ou $Rr$, toujours du prémier, &c. on aura dès-lors $OB$ & $BF$ infiniment petits du prémier genre; puisque par l'analogie des triangles semblables, $Rr$ infiniment petit du prémier genre, est au fini $rO$, comme $OF$ infiniment petit du second, est à $OB$ infiniment petit du prémier. Donc l'excès $EN$, & tous les suivans $\epsilon\nu$, &c. seront infiniment petits du prémier genre, & les toutes $ON$, $O\nu$, ou $OB + BN$, $O\beta + \beta\nu$, différeront infiniment peu des rayons générateurs correspondans * $OM$, $O\mu$; & lorsque l'arc $RM\mu$, ou l'angle $RO\mu = L\beta\nu$ sera arrivé au fini, & le

* Pag. 21. in 4.

le côté $\beta F$, au même genre que $OF$, ils n'en différeront que d'une quantité infiniment petite du second. Car à mesure que l'angle $L\beta\nu$ croît & devient fini, le côté $\beta F$ du triangle $OF\beta$ décroît & devient infiniment petit du genre de $OF$. Donc selon les règles & la théorie du calcul infinitesimal, la Réfractoire, ou la Conchoïde rigoureuse $AEz$, pourra être prise pour son Ellipse génératrice $AL$, égale & semblable à $GR$, dont elle ne diffère, & ne s'écarte *finiment* que par sa partie $Ez$, toujours infiniment proche de l'asymptote $LZ$, qui est censée se confondre avec elle.

En un mot, le côté $OF$ du triangle $OF\beta$, étant supposé un infiniment petit du prémier genre, ne donne les rayons de la Réfractoire sensiblement égaux à ceux de l'Ellipse, que lorsque les côtés $\beta O$, $\beta F$, sont devenus eux-mêmes de même genre que $OF$. Mais par l'analogie des triangles, cela ne peut arriver que lorsque l'arc $R\mu$, ou sa tangente, ou son sinus, ou l'angle qu'ils soutendent, sont devenus du même genre que $OR$, c'est-à-dire, finis; donc dans le cas de $OF$ infiniment petit du prémier genre, l'œil placé en $O$, voit sous un angle fini, $\beta OV = ROM = \nu\beta Z$, une partie infinie de la Réfractoire $\nu N$, qui n'est pas l'Ellipse génératrice, & qui ne peut être confondue avec elle. Donc pour suivre l'ordre des idées géométriques qu'on peut se faire sur le cas donné, & en remplir les conditions avec clarté, il faut imaginer la distance de l'œil ou du pole $O$, tout au moins infiniment petite du second genre.

SUITE

## SUITE DES REMARQUES ET COROLLAIRES.

23. De la distance $OF$ supposée infiniment petite, & telle que nous venons de la considérer, suit nécessairement ce paradoxe, que quelle que soit la transparence du nouveau milieu, l'œil réuni au point $O$ ou $F$, ne verra jamais que la partie $DK = FL$, du fond du bassin $DS$; puisque la sécante $FK$, ou $OK$, qui rencontre ce fond sur la perpendiculaire $LK$, * est (N°. 14.) la plus grande qu'il soit possible dans le rapport donné $FK . FL :: m . n$; c'est-à-dire, que la partie $K\Sigma$, restante & infinie, ne sauroit être apperçue que sous un angle infiniment petit, ce qui ne signifie autre chose, physiquement parlant, que n'être point apperçue. L'œil ne voyant donc que la partie $DK$ du fond du bassin, étendue sur toute la courbe $AL$, n'appercevra rien dans le nouveau milieu au-delà du sphéroïde formé par la révolution de cette courbe sur son axe, $AF$, & tout le reste, $LADΣN$, &c. quoiqu'infini, & quelque transparent qu'il puisse être, lui paroîtra aussi opaque que le fond même $DK$.

* Pag. 22. in 4.

24. Il est clair par la description de la Réfractoire (a) $AN$, & par la racine $x = \frac{n}{m} a = FA = FD - DA$, qui est une de celles que fournit $y = 0$, dans son Equation générale, il est clair, dis-je, que dans le cas même

(a) Fig 4.

me de la perpendicularité du rayon visuel à la surface réfringente, la courbe est à la distance $DA = \frac{m-n}{m} a$ du fond du bassin, que l'objet se rapproche d'autant de l'œil, qu'en cela la réfraction agit donc toujours, & que l'Axiome de Dioptrique, qu'*il n'y a point de réfraction, lorsque le rayon tombe perpendiculairement sur la surface réfringente*, énoncé sans autre restriction, & comme excluant tout effet de la part du nouveau milieu, est équivoque, ou incomplet, ainsi que je pense l'avoir indiqué dans quelqu'une des parties précédentes de ces Recherches.

25. Nous ne jugeons des distances que par l'expérience & par une longue habitude, qui a converti ce jugement en sentiment involontaire, comme l'ont bien justifié les suites de la fameuse opération de Mr. *Chefelden* sur un Aveugle-né à qui il abattit les Cataractes (*a*). Notre expérience à cet égard roule sur la grandeur des Angles qui résultent des images peintes au fond de l'œil, & sur les intensités de ces images, leurs apparences de couleur, de lumière & d'ombre, ou de splendeur différemment modifiée. Pour ne parler d'abord * que de cette dernière façon de juger de l'éloignement des objets, abstraction faite de la prémière, je la crois suffisamment constatée par l'effet que produisent sur nous les lointains d'un païsage que nous voyons dans un Tableau, & qu'ils produisent principalement en vertu de la dégradation des couleurs

* Pag. 23 in 4.

(*a*) *Philos. Transact.* N°. 402.

leurs, des teintes bien ménagées, & de ce qu'on appelle *la perspective aërienne.* Or cela posé, il n'y a pas de doute que le fond d'un bassin plein d'eau, par exemple, vu perpendiculairement en *D*, ne doive nous paroître en *A*, au sommet de la Réfractoire, indépendamment de tout angle visuel, du diamètre de la prunelle, & de la distance des deux yeux. Je ne voudrois pas assûrer aussi que ce fond ne seroit point vu à cette distance, quand même l'œil se trouveroit placé un peu au-dessous de la surface réfringente *FZ*; & il y a tout lieu de penser que les Plongeurs verroient les objets qui les environnent dans l'eau, plus près qu'ils ne les voyent dans l'air, selon un semblable rapport, si tout le reste de la vision s'y faisoit de même. Mais la réfringence de l'eau, & celle du cristallin & des autres humeurs de l'œil different si peu, que les rayons qui y entrent en venant de l'eau, les traversent presque aussi parallelement que s'ils n'avoient point changé de milieu; ils ne sauroient y concourir vers la rétine, comme s'ils venoient de l'air, & par-là la vision ne sauroit être qu'imparfaite & troublée dans l'eau, à moins qu'un long séjour, ou une grande habitude, n'y fasse prendre à l'œil une conformation capable de remédier à une partie de ce désordre: au-lieu que dans l'air l'observateur a tous les moyens énoncés ci-dessus pour former un jugement des distances, même sans le secours des angles. Ainsi un bâton plongé obliquement & à moitié dans l'eau, nous y paroît sensiblement rompu, quoique

nous ne le regardions qu'avec un ſeul œil dans le plan même de ſa longueur.

26. Il faut convenir cependant que la grandeur des angles ſous leſquels les rayons entrent dans l'œil après leur réfraction, eſt la ſource ordinaire & la plus immédiate du ſentiment que nous éprouvons de la grandeur, & par ſon moyen, * de la diſtance des objets, lorſque rien n'occaſionne un *jugement* contraire dont il ſera parlé dans la ſuite. En ce ſens, je crois que ce qui nous fait voir l'eau d'un baſſin moins profonde qu'elle n'eſt en effet, n'eſt pas tant la grandeur des angles *AON*, par exemple, ſous leſquels les objets réels *DK*, ſont apperçus ſur le fond du baſſin, que la petiteſſe des angles *NOP*, ſous leſquels un de leurs points *K* eſt vu avec quelque point *P* de la ſurface de l'eau, à laquelle nous rapportons leur diſtance verticale *NP*; je veux dire, que c'eſt moins par l'addition de la différence angulaire *NOK*, à l'angle *DOK*, que par la ſouſtraction de cette différence ſur l'angle *POK*, de manière que la perpendiculaire *KP* devient *NP*. Car pour juger de la diſtance de l'objet *DK* par ſa grandeur apparente, ou par l'angle ſous lequel il eſt apperçu, il faudroit que ce fût un objet d'une grandeur réelle à peu-près conſtante & connue, & qui pût nous ſervir de terme de comparaiſon; ce qui n'a preſque jamais lieu à l'égard des objets qu'on voit ſous l'eau. Mais la profondeur *PK*, convertie en *PN*, eſt un indice ſenſible de la diminution de diſtance du point *P* au fond du baſſin.

* Pag. 24. in 4.

Je

Je ne dirai rien de la hauteur apparente $Np$ des parois verticales $Kp$ du bassin, on voit bien qu'elles donneroient plus sensiblement ce haussement de son fond; mais je les suppose trop loin pour cela, & j'ai éprouvé mille fois d'ailleurs, qu'on n'en a pas besoin pour former le jugement de la profondeur de l'eau.

27. Un point apparent $N$ sur la Réfractoire, étant donné, c'est-à-dire, l'angle sous lequel il est vû avec le point $A$, étant observé, on pourra toujours avoir trigonométriquement & par les Tables, le point réel $K$ du fond du bassin, l'angle de Réfraction $NBK$, & la différence angulaire $NOK$.

Car, 1. le rayon $OM$ de la génératrice, égal à la sécante $Ot$ de l'angle $GOt$, dont le sinus $su$ est au sinus $tn$ de l'angle observé, en raison de $n$ à $m$, par rapport au sinus total $OG = \frac{n}{m} FD$, donnera $BN$, qui lui est égale. 2. On * connoitra $OB$, puisque dans le Triangle rectangle $OFB$, le côté $OF$ est donné, & l'angle $BOF$ connu ou observé, & par conséquent on aura toute la ligne $ON$, de même que le Triangle $NPB$, rectangle & semblable à $OFB$. 3. La raison constante de $BN$, $BK$ : : $n$ . $m$, qui donne $BK$ égale à la sécante $Ok$, déterminera le point $K$, & fournira dequoi trouver l'angle de Réfraction $NBK$, compris entre les deux sécantes $BN$, $BK$, dont $BP$ devient le sinus total. 4. Enfin les côtés $BK$, $BO$ du Triangle $KOB$, qui comprennent l'angle $KBO$, complément au cercle ou à tous les angles

* Pag. 25. in 4.

qui sont autour du point *B*, & qui sont connus, donneront l'angle $KOB = NOK$, ou la différence angulaire d'un objet *DK*, vû à travers le milieu réfringent *FSZ*.

28. Puisque le point *N* doit, toutes choses d'ailleurs égales, se trouver d'autant plus loin du fond *DS* dans la perpendiculaire *PK*, & le côté *KN* du Triangle *KON*, être d'autant plus grand, que la courbure de la Réfractoire est plus promte ou plus grande; & puisque cette courbure (No. 19.) croît en raison inverse de la distance *OF* de l'œil à la surface réfringente, il suit que la différence angulaire *NOK*, par rapport à la même partie *DK*, apperçue au fond du bassin, sera d'autant plus grande, que la distance *OF* de l'œil sera plus petite, & deviendra enfin égale au complément de l'angle réfracté, lorsque $OF = 0$, qui est le cas d'un accroissement continu jusqu'à cette limite, où se termine la Réfraction. Mais *OF* demeurant finie, la différence angulaire *NOK* ne sauroit croître que jusqu'à une certaine grandeur au-dessous de la précédente, & d'autant plus au-dessous, que le rapport de *OF* à *FD* est plus grand; après quoi elle diminue jusqu'à devenir infiniment petite ou nulle, comme elle étoit à son origine, lorsque le point *K* se trouvoit infiniment proche du point *D*. Car il est clair que le point *K* étant arrivé à une distance infinie du point *D* & de l'œil, les côtés *OK*, *ON*, du Triangle *OKN*, seront censés se confondre ou approcher infiniment du parallélisme entre eux & avec la ligne de réfringence *FZ*, & ne compren-

dront

dront * par conséquent qu'un angle infiniment petit. Donc la différence angulaire, qui n'est autre chose que cet angle, y devient infiniment petite ou nulle : donc elle doit passer par un *maximum*. D'où suit encore ce paradoxe, que la différence angulaire entre un objet *DK*, apperçu dans un milieu uniforme, & dans un milieu non uniforme plus réfringent, ne croît pas toujours avec l'obliquité du rayon visuel, lorsque la distance de l'œil à la surface réfringente est finie, & que même cette différence est prête à s'évanouir lorsque le rayon approche du parallélisme. Il sera donc utile, pour plus de clarté, de distinguer le *rayon rasant*, ou, comme nous l'entendons ici, qui résulte de la distance infiniment petite de l'œil, d'avec le *rayon infiniment oblique*, qui n'exclut pas de même la distance finie. On en verra encore mieux la raison dans la suite, quand nous en serons aux surfaces réfringentes curvilignes, que le rayon visuel peut toucher ou raser en divers points, à une distance finie de l'axe donné, où est aussi placé l'œil à une distance finie du point *F*.

* Pag. 26. in 4.

*Des Génératrices indirectes de la Réfractoire, & directes du fond du bassin.*

29. La courbe *GR* (Fig. 3. 4. 5.) peut être nommée, à juste titre, *Génératrice directe*, *complète*, & *proprement dite* de la Réfractoire *AN*, en ce qu'elle donne directement tous ses points *N*, *N*, en donnant ses rayons *BN*, *bN*, *βN*, de position & de grandeur,

par ses propres rayons prolongés, & qu'elle sert par-là à déterminer les points correspondans $K$, $K$, du fond du bassin sur la perpendiculaire $PN$, la longueur & la position des rayons ou sécantes $BK$, $bK$, $\beta K$, menées de $B$ en $K$, &c. ainsi qu'il a été montré en décrivant la Réfractoire, No. 9. La Génératrice $GR$ déterminera encore la position des $BK$, par le moyen de son Triangle générateur $ABR$ (Fig. 5.) transporté en $AGT$, ou (Fig. 4.) appliqué sur $OG$ par son côté $AB$, qui est égal à $OG$. Car on a vu que décrivant l'arc $Mr$ (Fig. 5.) & (Fig. 4.) $rOE$ est toujours parallèle à $BK$, &c. Mais on auroit trouvé toutes * les mêmes choses, par le moyen d'une autre Génératrice $H\mu\varrho$ (a) semblable à la première $GMR$, & qui n'en diffère que de grandeur, par son diamètre $AH$, égal à la profondeur du bassin (a) au-lieu de $AG$ $\left(\frac{n}{m}a\right)$, laquelle donne directement la longueur des rayons $BK$ du fond du bassin, toujours égaux à ceux ($AM\mu$) de cette Génératrice; & l'on déterminera leur position, comme par la première, en imaginant son Triangle générateur transporté en $OH$ (Fig. 4.) &c. & élevant du point $K$, la perpendiculaire $KP$ à la surface réfringente, elle ira couper le rayon $MOB$, prolongé au point $N$, qui doit être à la Réfractoire; ce qui est clair par tout ce qui a été dit ci-dessus, & par la simple inspection des Figures 3, 4, 5 & 11. La courbe $H\mu\varrho$ peut donc être

* Pag. 27. in 4.

(a) Fig. 11.

être regardée par-là comme Génératrice *indirecte de la Réfractoire*, ou *du fond apparent* *AN*, & *directe du fond réel* *DKS*.

30. Cette distinction est fondée sur ce que le Problème étant conçu dans sa plus grande généralité, & que des trois lignes quelconques, la Réfringente, la Réfractoire & la Ligne du fond, deux étant données, avec la position de l'œil & le rapport des sinus, on peut demander la troisième. Il y a cependant une exception à faire sur une de ces lignes, qui est la Réfringente; mais ce n'est pas ici le lieu d'en parler. Imaginant donc la Réfractoire *AN*, & sa Génératrice directe *GR*, avec la surface réfringente *FZ*, comme données, & que ce soit la ligne du fond *DKS*, qu'on se propose de trouver, ce sera la courbe, *Huϱ*, qui en sera la Génératrice.

On voit naître delà plusieurs Problèmes curieux, qui tiennent à celui des Réfractoires, & dont la solution devient fort aisée & fort lumineuse par la méthode des Génératrices, ces courbes, entant que lignes des sécantes ou des sinus, qui leur sont réciproquement proportionnels, ou des tangentes, fournissant, sans autre réduction, les élémens de tous les calculs que la pratique peut exiger en semblable matière.

31. Supposons, par exemple, que l'on demande un fond * de bassin tel, que sa Réfractoire soit une droite parallèle à la surface de l'eau. * Pag. 28, in 4.

Ayant pris sur l'axe commun (*a*) *HX*, & du

(*a*) Fig. 12.

du point $O$, où est supposé l'œil, à la distance $OF$ de la surface réfringente $FZ$, la portion $OH = FD$, profondeur de l'eau sur l'axe de révolution $HX$, $OG = \frac{n}{m} FD = FA$, distance de la Réfractoire donnée $AN$, sur cet axe, & mené par $G$ & par $H$ les droites $GT$, $H\tau$, parallèles à $FZ$, il est évident que $GT$, $H\tau$, seront les Génératrices de la Réfractoire, & du fond du bassin. Car on aura toujours $BN = OM$, & menant par $N$, la perpendiculaire $PN$, sur laquelle on prendra $BK = O\mu$, on trouvera toujours $BK.BN :: O\mu.OM :: OH.OG :: m.n.$ D'où résulte pour le fond du bassin la courbe $DKS$, qu'on trouvera être une hyperbole ordinaire, par rapport à ses diamètres $FD$, $\frac{OA \times FO}{\sqrt{FO^2 + FA^2}}$ & dont le centre est en $F$.

32. On peut déja inférer de cet exemple, tout simple qu'il est, une notion fort générale sur cette matière, c'est qu'il n'y a qu'un fond plan (Fig. 4.) & parallèle à la surface réfringente, qui donne par-tout, à la même distance de l'œil, sur la droite $OR$, prolongée de part & d'autre du point $O$, & parallèle à $FZ$, la même espèce de Réfractoire $AN$. Car il est clair qu'en tout autre cas (Fig. 12.) & hors du point $O$, qui est à l'axe $XDO$, & sur la parallèle $RR$, ce feroit une ligne différente.

33. Un fond de bassin hyperbolique posé en sens contraire par rapport au précédent, ou qui auroit sa concavité tournée vers la sur-

surface de l'eau, produiroit une Réfractoire du 4me. dégré. Il en seroit de même d'un fond parabolique, elliptique, ou circulaire, dans les mêmes circonstances. Ainsi les fonds de bassin concaves, & même convexes, la seule hyperbole du No. 31. exceptée, qui auroient ces courbures, ne donneroient pas des Réfractoires d'un genre plus élevé * que celui que donne le fond plan, comme on le verra d'un coup d'œil par la méthode générale. Cette singularité des Réfractoires est due à leur dépendance des deux lignes; celle du fond, & celle de réfringence, dont l'une peut par ses différentes positions & affections, compliquer ou détruire ce que l'autre auroit fait. Les Conchoïdes au contraire, les Développées, les Caustiques, les Rouletes & généralement toutes les Courbes, entant qu'elles peuvent être rapportées à une seule autre ligne, qui est considérée comme leur génératrice, leur directrice, ou leur base, ne sauroient manquer d'être d'un dégré rélatif à celui de cette ligne, & qui s'éleve régulierement à mesure que les dimensions de celle-ci augmentent.

* Pag. 29. in 4.

*D'une autre sorte de Génératrices, tant de la Réfractoire, que du fond du bassin, quelles que soient les lignes qui les constituent, droites ou courbes, Géométriques ou Méchaniques, par rapport à une surface réfringente plane, & quelle que soit la position de l'œil sur une parallèle donnée de distance à cette surface.*

34. Aucune des Génératrices réciproques dont il a été parlé ci-dessus, soit de la Réfractoire, soit du fond du bassin, ne détermine directement la position des sécantes ou rayons *B K* (a), comme la Génératrice propre de la Réfractoire détermine celle de ses rayons *B N*; & la raison en est, que les rayons *O μ* = *B K*, transportés & inscrits en *B K* entre la ligne de réfringence *F Z*, & celle du fond du bassin *D S*, ne concourent point au centre de la vision & de la génératrice, ni à un centre unique quelconque, comme font ceux de la Réfractoire. Mais les rayons *B K*, pouvant être considérés comme autant de prolongemens des rayons d'une Dévéloppée à laquelle ils vont aboutir, & dont ils sont les tangentes, il est évident que si l'on peut avoir une telle courbe, on obtiendra tout ce que renferme le Problème sous l'énoncé de la nouvelle Génératrice. Car le point *B* sur la ligne *F Z*, * pouvant toujours être pris à volonté & déterminé par la tangente dont *B K* est le prolongement, on pourra toujours mener à ce même point, & du centre visuel *O*, une autre droite, qui ira couper la perpendiculaire *P K*, par exemple en *N*, si c'est la ligne du fond *D K* qui est donnée, ou au contraire, qui déterminera le point *K* du fond du bassin, par l'interfection de la perpendiculaire *P N* prolongée, & de la tangente de la nouvelle Génératrice, si c'est la Réfractoire *A N*, que l'on connoît : & comme cette Génératrice, que nous appellerons *Tangentielle*, en opposition aux précédentes qu'on peut

* Pag. 30. in 4.

(a) Fig. 4.

peut nommer *Centrales*, ne doit dépendre d'aucune autre grandeur connue, que de la distance de l'œil à la droite réfringente, & du rapport quelconque du sinus d'Incidence à celui de Réfraction, il est clair qu'elle satisfera à tous les cas imaginables de la ligne du fond & de la Réfractoire alternativement données, & à quelque distance qu'elles soient de la droite réfringente.

35. Or il n'est pas douteux qu'une telle courbe n'existe. On verra même, pour peu qu'on y fasse attention, que ce n'est autre chose que la Caustique de la ligne droite par réfraction, indiquée dans la 7me. section du Livre des Infinimens-petits de Mr. le Marquis de l'*Hopital*, *art.* 137; mais dans le cas inverse, c'est-à-dire, où les rayons qui partent du point *O*, considéré comme le point lumineux, s'écartent de la perpendiculaire en se rompant. L'invention de cette courbe, tant par la méthode générale des Caustiques, toute fondée sur le rayon de la Développée, que par celle que nous pourrions établir ici sur le rayon de l'Anaclastique, est absolument sur la voye de notre méthode générale pour l'invention & la description de cette dernière.

## SCHOLIE.

36. Chaque Caustique, soit par réfraction, soit par réfléxion, peut répondre à une infinité de courbes dont elle est Caustique, quoique chaque courbe n'ait qu'une seule Caustique par réfléxion, ou par réfraction. Mais dans le cas présent, * & conjointement avec la

* Pag. 31. in 4.

la fonction de Génératrice Tangentielle que nous donnons à la Caustique, ce n'est qu'entant que Caustique de la ligne droite par réfraction, qu'elle est réciproquement Génératrice d'une infinité de courbes Anaclastiques, ou de lignes du fond du bassin, & même d'une infinité d'infinités, ou de toutes les courbes possibles, comme il a été expliqué No. 34. Car il est clair que toute autre ligne de réfringence que la droite *FZ*, fut-ce une des courbes quelconques dont la Tangentielle est Caustique, changeroit la Réfractoire du fond donné, ou, réciproquement, le fond de la Réfractoire donnée, & lui ôteroit par-là sa propriété de Génératrice, ou y apporteroit d'autres conditions.

De cette idée prise en général, & indépendamment de nos Réfractoires, je tire une nouvelle espèce de *Conchoïdes* (*à Pole mobile*) qu'on pourroit ajouter à la génération Conchoïdale des courbes géométriques imaginée par *Descartes*, & que je conçois ainsi.

Soit *DI* la Directrice, droite ou courbe, (*a*) *GRTE*, *grte*, la Génératrice, dont le centre *C*, *c*, se meut sur *DI*, en même tems qu'il coule sur le rayon vecteur *MCH*, *mcb*, qui change continuellement de centre ou de Pole, & de grandeur, le même diamètre *GT*, *gt* de la Génératrice, demeurant toujours perpendiculaire ou semblablement posé sur la Directrice *DI*. Soit enfin *BMAmN* la *Courbe du Pole mobile* posée comme l'on voudra sur le même plan; il est évident que les inter-

(*a*) Fig. 13.

interſections $H$, $h$, $S$, $s$, des tangentes prolongées $MSCH$, $msch$, de cette courbe, & de la Génératrice $GRTE$, $grte$, donneront la Conchoïde $HXh$, & ſa ſupérieure $SOs$, dont les ſommets $X$, $O$, ſeront dans l'axe $AX$, perpendiculaire à $DI$, & touchant au ſommet $A$ de la courbe $BAN$, par rapport au diamètre $AP$, & à la diſtance $FX = CT$, $FO = CG$, &c.

Et ſous cet aſpect notre Tangentielle du fond du baſſin $DS$, dans le cas de la Réfractoire à fond plan (N°. 9. Fig. 4.) devient la courbe du Pole mobile par rapport à une Conchoïde dont la Génératrice proprement dite eſt un triangle * égal & ſemblable à $AKR$, Fig. 11. ſon côté $KR$, ſuppoſé égal à la profondeur du baſſin, demeurant toujours pareillement inſcrit aux parallèles $FZ$, $DS$ (Fig. 4.) tandis que le ſommet $K$ (Fig. 11.) de ſon angle $AKR$, gliſſe comme centre ſur la Directrice, & ſur le rayon vecteur. D'où l'on voit comment une Génératrice centrale courbe $H\mu\varrho$ (Fig. 4.) du fond $DS$, ne produit qu'une droite, par la diſtribution différente de ſes rayons $O\mu$, & au contraire (Fig. 12.) comment une Génératrice centrale rectiligne produit, par la même raiſon, un fond courbe, & dans le cas donné (N°. 31.) un Sphéroïde convèxe hiperbolique.

* Pag. 32. in 4.

## SECTION II.

*DE LA COURBE APPARENTE DU FOND DE L'AIR, ou de la Réfractoire dans un milieu moins réfringent que celui où eſt l'œil,* &

*& dans lequel le rayon s'écarte de la perpendiculaire en se rompant; & construction générale des Réfractoires à fond quelconque.*

37. Soit sur le même axe (a) $X x$, un même fond de bassin $DS$, de la même profondeur $FD$, une même ligne réfringente $FZ$, un même centre $O$, de la vision, à la même distance $OF$, & un même rayon visuel $OB$, prolongé de part & d'autre vers $M$, $N$.

Si l'on imagine que le rapport de réfringence $\frac{n}{m}$, dans lequel $m$ a été supposé jusqu'ici $> n$, varie par l'augmentation continuelle du numérateur $n$, ou, ce qui revient au même, que la force réfringente du milieu $FZSD$, plus grande que celle du milieu $FZO$, où est l'œil, se rapproche d'abord de la valeur de celle-ci, par une diminution continuelle, & se trouve enfin plus petite, il est clair par tout ce qui a été dit dans la Sect. I. 1. Que la Réfractoire $AN$, dont la Génératrice étoit l'Ellipse $GR$, & le rayon $BN = OM$, deviendra, par exemple, $ae$, dont la Génératrice est $hk$, & le rayon $Be = Ok$, $m$ étant à $n :: FD . Fa = Ob$. 2. Que $m$ & $n$ * étant arrivés à l'égalité, la Réfractoire $Dn$ se confondra avec la droite $DS$ du fond du bassin, & sa génératrice $gm$ avec la droite $gr$ son rayon étant $Bn = Om$. 3. Que $n$ venant à surpasser $m$, la Réfractoire $\delta\varepsilon$ ou $\alpha\gamma$ passera au-delà du fond $DS$, & sa génératrice $\gamma\varrho$ ou $\Gamma\mu$ au-delà de la droite $gr$, puisqu'on doit toujours

* Pag. 33. in 4.

(a) Fig. 14.

jours avoir $m . n :: FD . F\delta :: Og . O\gamma$, ou $m . n :: FD . F\alpha :: Og . O\tau$, & le rayon $B\theta$ ou $B\nu$ égal à $O\varrho$ ou $O\mu$. 4. Enfin, que la courbure de la Réfractoire par son sommet, & celle de sa génératrice, qui étoient concaves vers le point $O$, allant toujours en diminuant, jusqu'à s'évanouir & se confondre avec les droites $DS$, $gr$, dans le cas de l'égalité de réfringence, se changeront en convèxes vers le même point $O$, lorsque l'excès de réfringence aura passé du côté opposé, &c.

38. La même suite de changemens étant plus particulierement appliquée à la Génératrice, l'horisontale $AR$ (Fig. 3. Sect. I.) & l'axe $AG$, qui la coupe à angles droits, étant supposés fixes, il n'est pas moins clair, 1. Que l'arc & l'angle générateurs, $BC$, $BAC$, croîtront avec le numérateur, $n$, de la fraction $\frac{n}{m}$, où ce numérateur exprime toujours la réfringence du milieu où est l'œil. 2. Que par conséquent le rayon $AB$ se rapprochera toujours du prolongement $Ag$, de l'axe $AG$ au dessous de $A$. 3. Qu'il se confondra avec lui dans le cas de $m = n$. 4. Et qu'enfin $n$ devenant $> m$, $AB$ passera de l'autre côté (Fig. 15), & fera avec l'horisontale $AV$, un angle $BAV$ égal à celui dont le sinus, $KD$, est au sinus total, ou au rayon $AC$, dans le rapport actuel des réfringences, $\frac{n}{m}$, &c. D'où l'on tire la construction suivante.

CON-

## CONSTRUCTION DE LA GENERATRICE

### *De la Courbe apparente du fond de l'air.*

39. Les mêmes lettres désignant ici les (*a*) points, & les lignes de même espèce que dans
* Pag. 34. in 4. la Fig. 3. Sect. I. N°. 8. * soit du rayon *AB*, & du centre *A*, décrit le cercle *BKCG*, auquel ayant mené la tangente *BT*, & à cette tangente la parallèle *ACr*, on tirera de *A* sur *BT*, & par rapport à tout le quart de cercle *BC*, autant de sécantes *AT*, que l'on voudra. Ayant pris ensuite l'arc *CG* = *KB*, & dont le sinus *Ca* = *KD* soit au total *CA* :: *m* . *n*, & abaissé du point *E*, où *AT* coupe le cercle, les sinus *EF*, *EQ*, sur les rayons *AB*, *AC*, soit du point *Q* menée à l'arc *CG*, la droite *QI* qui le coupe en *I*, & qui est parallèle au côté *AG*, de l'angle *GAC*; si par le point *I*, & du centre *A*, on prend *AM* = *AT*, je dis que le point *M* est à la courbe cherchée.

Car ayant mené le sinus *In* sur *AG*, il est évident par la construction, & par tout ce qui a été dit de l'inverse N°. 8. qu'on aura toujours *Ca* . *CA* : : *In* = *Ka* . *QA* = *EF* :: *m* . *n*. Mais *Ca* est le sinus de l'angle *CAG*, & *CA* le sinus total, comme *AM* = *AT* est la sécante du sinus *EF* de l'angle *BAE* qui fait partie de l'angle droit ou du quart de cercle générateur *BAC*. Donc tou-

(*a*) Fig. 15.

toutes les sécantes, $AY$, du quart de cercle $BC$, devenant de même des $AM$ à l'égard de $CG$, se trouveront comprises dans l'angle $CAG$, & en même raison avec celles qui leur répondent dans cet angle, que les sinus $EF$, $In$, ou (N°. 6. Fig. 2.) en même raison que $BN$ à $BK$, & $n$ à $m$. &c. Donc selon tout ce qui a été établi dans les articles cités, la courbe $GR$, qui passe par tous les points, tels que $M$, sera la Génératrice qu'on cherche. Nous la nommerons *Courbe des sécantes fermées en éventail* ou *rapprochées.*

*De la nature des Courbes des Sécantes fermées, ou de la Génératrice* GR.

40. Pour en avoir l'Equation, (*a*) tout le reste demeurant comme ci-dessus, soit le diamètre $AG = AC = c$; & $AH = \frac{m}{n}c$. Ayant mené $Gt$ tangente en $G$, $Hk$ parallèle à $Gt$, pris $At = AM$, & sur $AM$, $A\mu = \frac{m}{n}$ $AM$ $=$ (*constr.*) $\frac{m}{n}$ $AY$, abaissé la perpendiculaire $LM$ à $Gt$ & à $AV$,* & qui coupe $Hk$ en $k$, &c. il est clair que le point $k$ tombe aussi sur $At$; puisque $AM$ ou $At$, en qualité de sécante rapportée à $LM$, doit être à la sécante $Ak$ ou $A\mu$, en raison du sinus $su$ à son correspondant $In$, ou $: : n . m : : AG . AH$ $: : Gt . Hk$, &c. Nommant donc l'abscisse $AP = LM$, $x$, & l'ordonnée $PM = AL$, $z$, les

* Pag. 35. in 4.

(*a*) Fig. 16.

les triangles semblables $AGt$ & $ALk$ ou $AHk$ donneront $Lk$ ou $AH\left(\frac{m}{n}c\right) . AG\ (c) ::$ $AL\ (z) . Gt\left(\frac{n}{m}z\right)$ & $At=\sqrt{cc+\frac{nn}{mm}zz}$. Mais $At$ (*constr.*) $=AY=AM=\sqrt{xx+zz}$. Donc $\overline{At}^2\left(cc+\frac{nn}{mm}zz\right)=\overline{AM}^2(xx+zz)$. D'où l'on tire $cc-xx=\frac{mm-nn}{mm}zz$, ou, à cause de $nn>mm$, $cc-xx+\frac{nn-mm}{mm}$ $zz=0$, qui est une Equation à l'hyperbole par rapport à ses diamètres, & dont les asymptotes $A\varphi$, $A\psi$, (Fig. 15.) sont les côtés mêmes de l'angle générateur $CAG$, ou de son double $CA\psi$.

41. Voila donc une nouvelle propriété de l'hyperbole, & une nouvelle manière de la décrire, savoir, par les sécantes du cercle resserrées centralement dans un plus petit angle. Car la manière connue de décrire l'hyperbole par les sécantes, ne ressemble en rien à celle-ci; puisqu'elle consiste à faire passer cette courbe par les extrémités, non des sécantes, mais de leurs différences avec le rayon, élevées perpendiculairement sur la tangente commune, & parallelement entre elles.

## REMARQUES ET COROLLAIRES.

42. On voit assez que tout ce qui a été dit

dit de l'Ellipse, & en général des Courbes des sécantes ouvertes, dans la Section I. N°. 8, 11, 12, 13, 14, convient en inverse & avec les restrictions nécessaires, à l'hyperbole, & en général aux courbes des sécantes fermées ou resserrées ; & qu'ainsi une hyperbole quelconque étant donnée, on aura * réciproquement le triangle, l'arc & le sinus générateurs, ou leurs complémens, qui déterminent ou renferment les sécantes dont elle exprime le resserrement ; le rapport de réfringence $\frac{n}{m}$, qu'elle indique, les valeurs analytiques de ces quantités, & de ce rapport considéré comme inconnu, &c.

* Pag. 36. in 4.

## CONSTRUCTION DE LA REFRACTOIRE *du fond de l'air.*

43. Soit dans l'exemple énoncé Sect. I. N°. 2, (*a*) où l'œil est imaginé sous la surface de l'eau d'une vaste Citerne, *FZ* la surface réfringente de l'air *FSZ*, commune à celle de l'eau *FZO*; *DS* le fond du bassin ou le platfond de la citerne, l'une & l'autre parallèles à l'horison; *FD*, qui leur est perpendiculaire, & qui fait partie de l'axe *AG*, la profondeur de ce fond; & *FO* la distance de l'œil, qui est dans l'eau, à la ligne de réfringence *FZ*.

Ayant décrit (N°. 39. *Sup.*) la Génératrice *GR*, dans l'angle asymptotique *φOψ*, & qui

(*a*) Fig. 17.

qui ait pour axe $OG = \frac{n}{m} FD$, & mené par le point $O$ dans cet angle, & dans son opposé $\Sigma O \Psi$, autant de lignes ou rayons qu'on voudra, $GO$, $MO$, $mO$, &c. indéfiniment prolongés au-delà du point $O$ où ils se croisent, on prendra sur leurs prolongemens, & depuis la ligne $FZ$, autant de parties $FA = OG$, $BN = OM$, $bN$ ou $\beta N = Om$, &c. La courbe qui passera par les points $A$, $N$, &c. sera la Réfractoire dont il s'agit.

## DEMONSTRATION.

44. Il suffit de relire sur les Figures 16 & 17, la démonstration qui a été donnée de la Réfractoire opposée, N°. 10. par rapport aux Fig. 5 & 4; savoir, sur la Fig. 16, au-lieu de la Fig. 5, & sur la Fig. 17. au-lieu de la Fig. 4. cette démonstration étant absolument la même, excepté qu'à cause de la tangente finie $GT = BR$ (Fig. 5.) qui devient infinie dans le cas de la Fig. 16, il faudra lire $Gt$, au-lieu de $GT$, $BT$ au-lieu de $BR$, & $Hk$ au-lieu de $HK$.

* Pag. 37. in 4. ** De la nature de la Réfractoire du fond de l'air, ou de l'Ether.*

45. C'est encore ici le même procédé, mot pour mot, & lettre pour lettre, qu'à l'égard de la Réfractoire opposée, Sect. I. N°. 15. Fig. 4. en lisant seulement hyperbole, au-lieu d'Ellipse génératrice. Mais, quoique l'Equation qui en résulte, soit la même en apparence

parence, elle en diffère réellement par le terme $+\frac{mm-nn}{mm}yyxx$ devenu négatif de positif qu'il étoit dans la prémière, & cela par le renversement des valeurs de $m$ à $n$; ce que l'on pourra marquer ainsi, $x^4+2bx^3-\frac{nn+mm}{nn}yyxx-\frac{nn}{mm}aabx-\frac{nn}{mm}aabb=0.$

$$-\frac{nn}{mm}aaxx$$
$$+bbxx$$

## REMARQUES ET COROLLAIRES.

46. Il est clair, comme nous l'avons annoncé N°. 2. Sect. I. que le fond apparent *AN* devient un Conoïde infini toujours convèxe vers le fond réel, & renfermé dans l'angle asymptotique $\Sigma O \Psi$, le même que celui de l'hyperbole génératrice *GR*, &c.

47. Mais la Réfractoire *AN* n'a pas seulement des asymptotes rectilignes, qui sont celles de la génératrice *GR*, elle en a encore de curvilignes, savoir, les deux branches de sa génératrice même *gr*, tracée dans l'angle asymptotique opposé. Car il est évident par la construction *Sup.* N°. 43, que les $rN = OB$, $Ob$, ou $O\beta$, donneront toujours un intervalle entre cette courbe & l'hyperbole *gr*, jusqu'à ce que l'une & l'autre se confondent avec l'asymptote rectiligne commune; c'est-à-dire, à l'infini.

48. L'hyperbole conjugée *XY*, engendreroit une courbe, qui, comparée à *AN*, devien-

viendroit la réfractoire de tout milieu dont la réfringence seroit à celle du milieu où est l'œil * en raison de $\sqrt{nn - mm}$ à $n$; c'est-à-dire, comme le sinus du complément de la moitié de l'angle asymptotique $\varepsilon O \psi$, est au sinus total, ou (Fig. 15.) : : $Aa$ . $AC$.

* Pag. 38. in 4.

49. Si l'on imagine en $O$ un point lumineux d'où partent une infinité de rayons $OF$, $OB$, $Ob$, $O\beta$, $OE$, $O\varepsilon$, $O\varphi$, sur la surface réfringente $FZ$, il est évident qu'il n'y aura que ceux qui tombent dans l'angle asymptotique $\psi O \Sigma$, qui soient rompus, ou qui traversent le nouveau milieu $FZDS$, & que tous les autres, tels que $OE$, $O\varphi$, seront seulement réfléchis de $E$ ou de $\varphi$ vers $\lambda$, selon la loi des angles de réfléxion & d'incidence, dont la raison géométrique est, que ces derniers sortant du lieu de l'analogie $BN$ . $BK$ : : $n$ . $m$, & ne pouvant rencontrer la courbe $AN$, ne sauroient plus fournir des lignes qui ayent entre elles ce rapport, en partant des points $E$, $\varphi$, & en se terminant à une perpendiculaire à $FZ$; sans compter qu'il faudroit que cette perpendiculaire, telle que $PKN$, fût à une distance plus qu'infinie, puisque le rayon $O\varepsilon$, qui se confond avec l'asymptote $O\Sigma$, porte déja le point $K$, ou son semblable par rapport à $\varepsilon$, à une distance infinie, en se rompant sur $FZ$, & $BK$ ne faisant plus alors avec $FZ$ qu'un angle infiniment petit. Car la sécante $BN$, qui se confond en ce cas avec l'asymptote $\varepsilon\Sigma$, devenant $\frac{n}{m} BK = \infty$ entre les deux pa-

ral-

rallèles de diſtance finie *FZ*, *DS*, donne *DK* infinie. La raiſon phyſique ou méchanique priſe du rapport des forces ou des viteſſes de la lumière dans les deux milieux :: *n* . *m*, & tel que la lumière ne ſauroit plus pénétrer le ſecond, paſſé l'obliquité *OeF*, n'eſt pas moins claire, & elle a été, ſi je ne me trompe, miſe dans ſon jour en divers endroits de ces Recherches, *Art. XLVIII. XLIX*, *LV*, (1723.) *XCIV* (1738.) *&c.* Le phénomène étoit donc ſuffiſamment conſtaté & expliqué, mais il me ſemble que la deſcription de la Réfractoire achève de le rendre palpable, tant dans le phyſique, que dans le géométrique.

50. Il eſt évident qu'ici, comme dans la Réfractoire * oppoſée, N°. 24. la différence des milieux change le lieu apparent des objets dans le cas même de la perpendicularité, mais avec cette différence, qu'au-lieu que dans la prémière le point *D* eſt apperçu en deçà du fond du baſſin vers l'œil, il eſt vu au-delà dans la ſeconde (*Sup.* N°. 37.) ſavoir à ſon ſommet *A*, & même plus au-delà dans celle-ci, qu'en deçà dans l'autre; c'eſt-à-dire, que la profondeur apparente du baſſin eſt plus augmentée par la Réfractoire du fond de l'air, le rayon viſuel venant de l'eau, qu'elle n'eſt diminuée par ſon inverſe. Car ſoit, par exemple, la profondeur réelle = 12. l'apparente ſera 9 dans le paſſage de l'air dans l'eau, & 16 dans le paſſage de l'eau dans l'air; ainſi le rapprochement n'eſt que 3, & l'écartement 4, en raiſon réciproque de *n* à *m*,

* Pag. 37. in 4.

ou de la force réfringente du milieu où est l'œil.

51. Il faut donc appliquer à cette seconde Réfractoire tout ce que nous avons dit sur la prémière, des distances apparentes des objets vus obliquement par rapport à son axe, de la grandeur apparente de ces objets, plus petite que le réel dans ce dernier cas, comme elle étoit plus grande dans l'autre, de la manière dont nous pouvons en juger par sentiment, ou par voye trigonométrique, &c. Sect. I. N°. 25, 20, 27, 28.

52. Quant à la supposition de l'œil rasant, ou de sa distance *OF* infiniment petite, elle donne ici comme dans l'inverse (N°. 20, 21), la Génératrice même pour réfractoire, & dans les mêmes conditions. Il ne s'ensuit pas cependant que l'œil n'apperçoive alors qu'une partie de la ligne du fond, comme dans l'autre cas (N°. 23.) il l'apperçoit toute entière, mais renfermée dans l'angle asymptotique de l'hyperbole génératrice (N°. 49. *Sup.*) quelque petit qu'il puisse être, tandis qu'au cas opposé, il n'en voit qu'une très petite partie dans le plus grand angle possible de la vision, c'est-à-dire, dans l'angle droit.

53. On appliquera aussi à la seconde Réfractoire ce qui a été dit des génératrices indirectes de la prémière, & directes du fond du bassin, Sect. I. N°. 29. la Figure 16, transportée * presque en entier sur la Figure 17, ayant été construite à cette intention; car ce qu'il peut y avoir de petites différen-

* Pag. 40. in 4.

ces,

ces, ne sauroit faire aucune difficulté. Ainsi la sécante $Ot$, par exemple, qui exprime seulement la longueur du rayon $BN$ de la Réfractoire, tandis que son égale $OM$, en exprime la longueur & la position, ne donne que la position du rayon $BK$ de la ligne du fond, par son parallélisme $tOE$ avec cette ligne, comme dans la Figure 4; mais son intersection $k$ avec l'ordonnée $LM$, en donne aussi, dans l'une & l'autre figure, la longueur $Ok = O\mu$, rayon de la génératrice $H\mu\rho$ du fond $DS$, le parallélogramme $LOHk$ étant, par une suite nécessaire des deux constructions, toujours égal & semblable à $PBbK$, &c.

54. Il a été remarqué Sect. I. N°. 31. d'après la théorie du N°. 30, que pour avoir une Réfractoire rectiligne du fond de l'eau, il falloit que le fond réel fût hyperboloïde, ou engendré par la révolution d'une hyperbole sur l'axe de la vision perpendiculaire à la surface réfringente. On trouvera de la même manière, & par un semblable calcul, que pour avoir une Réfractoire rectiligne du fond de l'air, il faudroit que ce fond fût Ellipsoïde, ou engendré par la révolution d'une Ellipse sur le même axe, ayant de même pour centre le point $F$, & pour diamètres, (a) $FD$ & $FI = \frac{OA \times FD}{\sqrt{\overline{FA^2} - \overline{FD^2}}}$. Ainsi la ligne du fond réel devenant une Ellipse $IKDS$, déterminée par ce calcul, sera de la Réfractoi-

(a) Fig. 18.

toire une droite *AN*, les deux équations, de l'hyperbole & de l'Ellipse, ne différant que par le changement d'un signe, de — en +, occasionné par le renversement de valeur des sinus d'Incidence & de Réfraction.

Mais il y a cette différence dans le cas présent, que le rayon *BK*, qui doit toujours se terminer sur la perpendiculaire *NP*, & se trouver avec *BN* dans le rapport constant : : *m* . *n* : : *OH* . *OG*, à mesure que les variables *GM*, *AN*, augmentent, ne sauroit plus être en même tems égal au rayon *Oμ* de la génératrice, comme l'exige le Problème, * sans se rapprocher continuellement de *BZ*, & se confondre bientôt avec cette ligne; après quoi, & lorsque *OB* ou *ON* sort de l'angle asymptotique (*Sup.* N°. 49.) *BK* devient trop court pour atteindre la perpendiculaire menée du point *N* à *FZ*; au-lieu que par la nature du cas de la Fig. 12. N°. 31. toutes ces conditions se trouvent toujours remplies, quelle que soit l'obliquité de *OB* sur *FZ*. C'est-là aussi ce qui produit une courbe *DKI*, rentrante en elle-même, & non une Conchoïde infinie sur la directrice *FZ*, comme on pourroit le croire d'une première vûe, & avant que d'avoir assez examiné les circonstances de cette construction.

* Pag. 41. in 4.

Voila donc encore, par ce Problème & par son inverse, une manière fort simple de décrire l'Ellipse & l'Hyperbole.

55. Enfin on peut observer cette analogie, que les deux courbes du fond, qui donnent des droites pour Réfractoires, dans les deux

cas

cas, sont réciproquement les mêmes que les Génératrices des deux Réfractoires opposées à fond plan, N°. 11. & 53, 40 & 31.

## AVERTISSEMENT.

*Quoique la méthode qui suit pour les Réfractoires de toute espèce, & à fond quelconque, dont la Réfringente est une droite, semblât ne devoir paroître qu'en forme de Corollaire à la suite de la méthode générale pour toutes les Réfractoires à fond & à Réfringente quelconques, j'ai cru plus à propos de la donner auparavant, & d'en montrer quelques usages; tant à cause de son extrême simplicité; que pour ne point m'écarter du plan que je me suis fait d'abord dans cet Ouvrage,* N°. 5.

## CONSTRUCTION GENERALE DES REFRACTOIRES d'un Fond quelconque, & réciproquement.

56. *Une droite (a)* FZ *étant donnée de position entre l'œil* O, *& une autre ligne,* DS *ou* AN, *droite ou courbe, algébrique ou méchanique, donnée aussi de position sur le même plan, & supposant entre la droite* FZ, *& la ligne* DS, *un milieu, dont la force réfringente est à celle du milieu où est le point* O, *en * raison de* m *à* n; *décrire la Réfractoire* AN *de la Ligne du Fond* DS, *ou, réciproquement, la Ligne du Fond* DS *de la Réfractoire* AN. * Pag. 43. in 4.

1. Soit *D S* la ligne donnée. Ayant mené par

(a) Fig. 19, 22.

par $O$ l'axe $OF$ prolongé de part & d'autre perpendiculairement à la Réfringente $FZ$, pris $FC = \frac{m}{n} FO$, & mené par $C$ la parallèle $CR$ à $FZ$; si par un point quelconque $B$ sur $FZ$, on tire le rayon visuel $OGB$, indéfiniment prolongé au-delà de $B$; & qui coupe $CR$ en $G$, & qu'après avoir pris $BE = BG$, de $B$ en $E$ sur l'axe $OF$, on prolonge $EB$ jusqu'à un point $K$ de la ligne $DS$, je dis que le point d'interfection $N$ du rayon $OB$, & de la perpendiculaire $KP$, est à la Réfractoire de la ligne $DS$.

Car, à cause des parallèles $FZ$, $CR$, toutes les droites $BOG$, menées par le point $O$, sont partagées en $O$ (Fig. 19.) ou en $G$ (Fig. 20.) dans le rapport de $FO$ à $FC$, & (*constr.*) de $n$ à $m$; & à cause des parallèles $OF$, $PK$, qui coupent les précédentes à angles-droits, & des triangles semblables qui en résultent, $BOF$, $BNP$, & $BEF$, $BKP$, on aura toujours $BO . BG :: BO . BE :: BN . BK :: n . m$ en raison des sinus, &c. qui est la condition requise.

2. Soit $AN$ la ligne donnée, tout le reste demeurant comme ci-dessus, & ayant mené les rayons $OBN$, $EBK$, l'interfection $K$ de la perpendiculaire $NP$, & du rayon $EB$ prolongé, sera à la courbe cherchée $DS$, par les mêmes raisons.

## REMARQUES ET COROLLAIRES.

57. Si l'on a l'équation de la donnée, cette construction fera trouver avec beaucoup de

de facilité celle de l'inconnue. Car ayant mené de l'une & de l'autre courbe, & par leurs points *K*, *N*, des appliquées à l'axe commun *OD*, ces appliquées seront égales entre elles, & à la partie *PF* de la Réfringente interceptée entre cet axe & la perpendiculaire *KP*. D'où, &c.

* 58. Lorsque $m > n$, c'est-à-dire, lorsque le rayon visuel passe d'un milieu moins réfringent dans un plus réfringent (Fig. 19.) la proportionnelle *BG*, *bg*, supposée fixe par son extrémité *B*, *b*, étant transportée de *G*, *g*, en *E*, *e*, sur l'axe *OD*, par le mouvement angulaire *GBE*, *gbe*, pourra toujours rencontrer cet axe, quelle que soit l'obliquité du rayon incident *OB*, *Ob*, & le rencontrera même par-là d'autant plus loin en un point *E*, *e*. Mais dans le cas de $m < n$ inverse du précédent (Fig. 20.) la proportionnelle *BE*, *be*, ne rencontrera l'axe en *Ee*, que lorsque l'obliquité de l'incidence *OBF*, *ObF*, sera renfermée dans les bornes prescrites, *Sup* N°. 49, & que $BE = BG$, ou $be = bg$ ne sera pas plus petit que *BF* ou *bF*.

* Pag. 43. in 4.

59. La droite *CR* étant le lieu de toutes les proportionnelles *BO*, *BG*, & *bO*, *bg*, & donnant par le transport de *BG*, *bg* en *BE*, *be* sur l'axe *OD*, la position de tous les rayons incidens & rompus, menés à la Réfractoire & à la ligne du fond, doit être regardée en ce sens, comme la Génératrice universelle de toutes ces courbes. Mais elle ne sauroit donner directement, & c'est à cause de son universalité même, les longueurs

C 7 de

de ces rayons, comme les donnent les Génératrices *directes* que nous y avons d'abord employées, & dont il a été parlé No. 29. & 53.

60. Cette construction remplit donc le principal but du Problème qu'indique le titre du No. 34. puisqu'elle fournit le moyen de décrire toutes les courbes qui en font l'objet, & d'une manière beaucoup plus simple que par la génératrice tangentielle, que nous avons vu (No. 35.) n'être autre chose que la Caustique de la ligne droite par Réfraction. Mais ces deux espèces de génératrices m'ont fait naître l'idée d'une troisième, que je ne dois pas passer sous silence, par le jour & l'analogie qu'elle jette encore sur toute cette matière.

61. La construction précédente étant supposée, (a) & dans le cas de $m > n$, je prends garde que les perpendiculaires $\mathcal{Q}M$, $qm$, à $FZ$, menées par $G$, $g$, vont couper toutes les $BE$, $be$, prolongées, en des points, $Mm$, qui sont à une * hyperbole conique. D'où il suit, & à cause des parallèles, $\mathcal{Q}M$, $qm$, & $PK$, $pk$, à l'axe $DX$, qu'ayant mené par $O$ les rayons visuels $GB$, $gb$, prolongés vers $N$, $n$, & des points $M$, $m$, de la courbe $TM$, les lignes $MBK$, $mbk$, les perpendiculaires $PK$, $pk$, abaissées de la ligne $FZ$, donneront sur les $OB$, $Ob$, ou sur leurs prolongemens, autant de points $N$, $n$, à la Réfractoire, $ANn$, & réciproquement autant de points $K$, $k$, du fond du bassin

* Pag. 44. in 4.

(a) Fig. 21.

fin $DKS$, si c'est la ligne du fond que l'on demande; les points $A$ & $D$, à l'axe, étant toujours donnés par le rapport constant de $FO \,.\, FC :: n \,.\, m :: FA \,.\, FD$.

62. Pour le prouver, soit $FO = b$, $FC$ $(= \mathcal{Q}G) = \frac{m}{n} b$, & $OC \left(= \frac{m-n}{n} b\right) = c$; $F\mathcal{Q} (= CG) = x$, & $\mathcal{Q}M = y$.

Les triangles semblables $CGO$, $\mathcal{Q}BG$, donneront $OC\ (c) \,.\, CG\ (x) :: G\mathcal{Q} \left(\frac{m}{n} b\right) \,.\, \mathcal{Q}B \left(\frac{mb}{nc} x\right)$.

Donc $BG = \sqrt{\mathcal{Q}B^2 + \mathcal{Q}G^2}$ $= \sqrt{\frac{mmbb}{nncc} xx + \frac{mm}{nn} bb}$, & $BM = \sqrt{\mathcal{Q}B^2 + \mathcal{Q}M^2}$ $= \sqrt{\frac{mmbb}{nncc} xx + yy}$. Mais $BG \,.\, BM :: n \,.\, m$. Donc $m \sqrt{\frac{mmbb}{nncc} xx + \frac{mm}{nn} bb} = n \sqrt{\frac{mmbb}{nncc} xx + yy}$, qui devient, $yy - \frac{m^4}{n^4} bb - \frac{mmbb \times \overline{mm + nn}}{n^4 cc} xx$ $= 0$, & qui est l'Equation d'une hyperbole $TM$, rapportée à ses diamètres, $FT = \frac{mm}{nn} b$ $= \frac{mm}{nn} FO$, $Ft = \frac{m \times \overline{m-n}}{n \sqrt{mm - nn}} FO$, dont le centre est $F$, &c.

Ainsi une courbe du prémier genre aura, dans

dans le cas dont il s'agit, toutes les fonctions & tous les avantages de la *Génératrice Tangentielle*, qui feroit une courbe du cinquième genre.

* Pag. 45. in 4.

* 63. On appliquera la même construction, (*a*) & tout l'article précédent, au cas inverse, où le rayon visuel va d'un milieu plus réfringent dans un moins réfringent, en supposant $n > m$, & en ayant égard aux inversions de signes que ce changement introduit dans le calcul; & la même Equation donnera, au-lieu d'une hyperbole, une Ellipse $TMmt$, qui a aussi son centre en $F$, & dont les diamètres seront $FT$, $Ft$.

64. On trouve ici une analogie semblable à celle du N°. 55, l'Hyperbole & l'Ellipse étant les Génératrices *centrales* réciproques des deux Réfractoires opposées à fond plan; & l'on remarquera encore sur cette figure combien l'accord entre le Physique & le Géométrique se soutient. Car à mesure que les rayons $Og$ deviennent plus obliques à $CR$, ou à $FZ$, l'ordonnée $gq$ s'approche de l'extrémité $t$ du diamètre $Ft$ de l'Ellipse $TMt$, tombe enfin au-delà vers $b$, & sort de l'Ellipse en sortant de l'angle requis pour la Réfraction, ce qui la rend imaginaire.

65. C'est un principe fondamental en Dioptrique, que tout rayon qui tombe sur une surface courbe, soit concave, soit convexe, s'y rompt de la même manière que s'il tomboit sur une surface plane tangente de la courbe au point réfringent ou d'incidence. Donc

(*a*) Fig 22.

Donc si le point (*a*) *O* est supposé infiniment proche du point *F*, de la courbe réfringente quelconque *FZ*, la Réfractoire *AN*, d'un fond quelconque *DS*, ou réciproquement, sera la même que si *FZ* étoit droite, & se confondoit avec sa tangente qui passe par le point *F*. Car il est clair qu'alors la courbe *FZ* ne sauroit plus entrer dans le Problème que par l'élément qui lui est commun avec la tangente *PFC*, & sur lequel sont censés tomber tous les rayons qui partent du point *O*. Le point *O* étant donc supposé infiniment proche de la tangente au point *F*, peut être imaginé comme confondu avec lui, de même que le point *B*, & les Réfractoires qui en résultent peuvent être ramenées à la théorie & à la construction de celles qui n'ont qu'une droite pour réfringente.

66. Pour y appliquer la méthode générale du No. 55, * il ne s'agit que d'élever sur la tangente *CFP*, à une distance quelconque, *FC*, du point *F*, la perpendiculaire *CR*, parallèle à l'axe *DOX*. Après quoi ayant mené par *O*, & d'un point quelconque *E*, de cette perpendiculaire, le rayon *EOK* au fond du bassin *DKS*, & pris *Oe.OE::n.m*, il est évident par tout ce qui a été dit ci-dessus, que le point d'intersection *N*, de *eO* prolongé, avec la perpendiculaire *KP*, menée à la tangente, sera à la Réfractoire, ou, réciproquement, le point *K* à la ligne du fond, ayant mené *eON* à la Réfractoire.

* Pag. 46. in 4.

Du reste si l'on vouloit s'épargner la peine de

(*a*) Fig. 23, 24.

de mener toutes ces proportionnelles, $Oe$, $Oɛ$, &c. il n'y auroit qu'à mener perpendiculairement sur $OC$, au-delà ou en deçà de $C$, & à la distance $\frac{m}{n} OC$ prise du point $O$, une ligne parallèle à $CR$, comme ci-dessus N°. 56; car il est clair qu'on auroit par-là le lieu de toutes ces preportionnelles, &c.

67. Si le rayon visuel $\iota O \varkappa$ (Fig. 23.) mené par $O$ jusqu'à la ligne du fond, est trop oblique à $CP$, pour donner sur $CR$ le point de la proportionnelle correspondante, laquelle peut se trouver alors plus courte que $FC$, c'est une preuve que la partie $\varkappa$ du bassin, &, à plus forte raison, toute la partie qui est au-delà vers $\Sigma$, ne sauroit être apperçue par l'œil placé en $O$, ainsi qu'il a été expliqué, Sect. I, N°. 23, & par des raisons semblables ou équivalentes.

68. La même chose ne pouvant arriver dans le cas opposé, Fig. 24. parce que le point $e$, qui répond au plus grand terme de la proportion, y est toujours pris au-dessus du rayon $EO$, sur le lieu infini $CR$, on voit que la construction des Figures 23 & 24, est à cet égard directement opposée à celle des Figures 19 & 20. N°. 56, & il est clair qu'elle a dû l'être par l'hypothèse de $FO$ infiniment petite, puisque cette nouvelle circonstance renverse l'effet des milieux opposés, quant à la partie apperçue de la ligne du fond, comme nous l'avons remarqué ci-dessus, N°. 52.

69. Il suit du N°. 67, que si l'Ether étoit plus

plus réfringent * que l'air auprès de la surface de la Terre, supposée sensiblement plane & uniforme, nous ne verrions point l'horison ni les bords de l'hémisphère supérieur du Ciel.

* Pag. 47. in 4.

## DIGRESSION

*Sur la Courbure apparente du fond du Ciel.*

70. La courbure ou la voute apparente du Ciel, entre toutes les causes dont elle dépend, résulte assurément en partie de la Réfraction, & tombe par-là dans le cas de nos Réfractoires; mais il n'est pas facile de déterminer comment, & jusqu'où cette cause agit & se mêle avec toutes les autres. Nous allons cependant en faire l'essai, assigner ces causes, rappeller les observations les plus exactes qu'on ait sur ce sujet, & montrer l'accord des unes & des autres avec notre théorie.

71. 1. La profondeur de l'Ether est comme infinie, mais entant qu'apperçue à l'aide des objets lumineux que nous y voyons, elle est très finie, & nous pouvons ne la supposer ici, que de la quantité d'un rayon de cercle quelconque dont l'œil occupe le centre. Car il est démontré dans les Livres d'Optique, que quand la surface de la Terre seroit exactement plane & infinie, nous ne verrions pas pour cela l'horison à plus de quatre à cinq mille toises de distance, c'est-à-dire, à 5000 fois tout au plus la hauteur de l'œil sur le terrein; & qu'ainsi tout objet pla-

placé au-de là de cette distance, fût-il à 100 millions de lieues, ne paroîtroit pas être plus loin, à n'en juger que par l'angle dont la hauteur de l'œil fait la soutendante; ce qui n'a pas moins lieu pour les objets vus au-dessus de notre tête. Or des objets qui nous paroissent placés autour de nous à même distance, nous y doivent paroître, comme s'ils étoient attachés à une surface sphérique concave, dont le rayon seroit égal à cette distance. Nous pourrions donc jusqu'ici, abstraction faite de toute autre cause d'illusion, ne considérer la concavité du Ciel où nous voyons les Etoiles, que comme une voute sphérique * d'environ 5000 toises de profondeur ou de rayon. Mais il suffit de la regarder simplement & en général, comme finie & sphérique, quel qu'en soit le diamètre.

* Pag. 48 in 4.

72. 2. Cela posé, (a) voyons d'abord quelle seroit la Réfractoire de cette sphère, ou d'un de ses grands cercles; & pour cela, soit *FZ* la surface de la Terre, *O* l'œil de l'Observateur, *T* son Zénit, *HOS* l'horison rationel, *HTS* le fond de l'Ether. Il est démontré par le haussement apparent des Astres, que l'Ether est moins réfringent que l'air d'où nous les voyons, ou, ce qui revient au même, que le rayon visuel qui part de l'air, & passe dans l'Ether, s'y écarte de la perpendiculaire en se rompant; ce qui constitue (N°. 4.) les Réfractoires de la seconde espèce. Ainsi la Réfractoire du fond de l'Ether devra être tracée (N°. 37.) au-delà du fond *HTS*.

73. 3.

(a) Fig. 25.

73. 3. Toutes les observations conspirent à nous convaincre que la force réfringente de l'air, ou de la matière réfractive quelconque mêlée avec l'air, croît à mesure qu'elle approche de la surface de la Terre. Mais la somme de toutes les réfractions croissantes dans différens milieux, ou dans les différentes couches successives d'un milieu non uniforme, est égale à la Réfraction qui se fait dans le dernier milieu, ou dans la dernière couche, Mem. 1723. Art. LIX. p. 524. Donc quelle que soit la loi des Réfractions croissantes dans les couches de nôtre Atmosphère, en venant de sa superficie jusqu'à nous, nous pouvons ne faire attention ici qu'à la Réfraction de la dernière, qui est celle où est l'œil. Et parce que l'œil, dans ce cas, doit être supposé infiniment proche, & immédiatement au-dessous d'une surface réfringente quelconque *FZ*, qui peut être censée droite, & se confondre avec sa tangente *FP* au point réfringent *F*, N°. 65, il suit encore que la Réfractoire du demi-cercle *HTS*, dans ces circonstances, sera du nombre de celles qui résultent de la réfringente droite, & de l'œil rasant, ou infiniment proche de cette ligne.

74. 4. Ayant donc mené le rayon visuel *EOI* au demi-cercle *HTS*, pris *Oe* . *OE* :: *n* . *m*, &c. (N°. 66.) il est * clair qu'on aura la Réfractoire *GMv*, dont l'extrémité *v* répond au point *H* de l'horison, par l'analogie *OC* . *Oε* :: *m* . *n*, où l'on remarquera que les rayons *OH*, *OI*, *OT*, de la ligne du fond étant constans & invariables, & l'analogie

* Pag. 49. in 4.

gie

gie $OI . OM :: OE . Oe :: m . n$, subsistant toujours, les rayons de la Réfractoire $O\nu$, $OM$, $OG$, & les enfoncemens apparens $\lambda\nu$, $LM$, $TG$, seront aussi constans & invariables. D'où il suit que la Réfractoire $nGM\nu$ du demi-cercle $HTS$, n'est autre chose qu'un arc, ou le segment d'une autre cercle concentrique au précédent, & dont le rayon $OG = \frac{n}{m} OH$, est à la moitié de sa corde $\mu\nu = OH$, en raison de $n$ à $m$. Et puisque $n > m$, la voute apparente $GM$, en qualité de Réfractoire, sera d'autant moins courbe, & d'autant plus enfoncée, par rapport au cercle $TH$, considéré comme la ligne du fond. Il faut remarquer aussi que les haussemens $H\nu$, $IM$, sont décroissans de $H$ vers $T$, & en même raison que la différence des sinus de la hauteur apparente & de la hauteur vraye, que leur *maximum* $H\nu$, répond au point $H$ de l'horison, leur *minimum* au Zénit $T$, & qu'ils surpassent toujours les enfoncemens $\lambda\nu$, $LM$, jusqu'au Zénit, où les uns deviennent égaux aux autres, & où ils se confondent tous en $TG$.

75. 5. Les deux cercles $TH . GM$ l'un en qualité de Ligne du fond, l'autre de Réfractoire, donnant réciproquement la raison de $m$ à $n$, ou la valeur de l'angle réfracté $HO\nu$, $IOM$, &c. selon que l'une ou l'autre est connue, si nous supposons $HO\nu$, par exemple, de 32′ 20″, qui est à peu-près la Réfraction horisontale à Paris, on trouvera $OH . O\nu :: m . n ::$ 10000000, 10000442, ou envi-

environ comme 22624 eſt à 22625. Ainſi la différence apparente juſque-là ſe réduit à $\frac{1}{22625}$; ce qui eſt tout-à-fait inſenſible, & ne nous repréſente point du tout la courbure ou le ſurbaiſſement apparent de la voute du Ciel, qui eſt très ſenſible.

76 6. Mais outre les cauſes d'illuſion dont nous avons parlé ſur la diſtance & la figure de la voute du Ciel, cauſes * qu'on pourroit appeller purement Optiques & Mathématiques, entant qu'elles dépendent de la grandeur des angles ſous leſquels les objets ſe peignent dans l'œil, il y en a une autre abſolument rélative au *jugement naturel* que nous portons de la diſtance & de la grandeur des objets, ſelon qu'il y a plus de terrein, ou un plus grand eſpace marqué par d'autres objets entr'eux & nous. Celle-ci eſt dans bien des circonſtances plus forte que toutes les précédentes, & fait ſouvent diſparoître tous leurs effets. Car quelle proportion y a-t-il, par exemple, entre le jugement que nous portons de la hauteur apparente d'un Géant vu à 20 pieds de diſtance, & de celle d'un Nain vu à 6 pieds? Il ſeroit très poſſible cependant que les angles ſous leſquels nous les voyons fuſſent égaux, & même que nous viſſions réellement le Nain ſous un plus grand angle que le Géant. Tout objet nous paroît donc d'autant plus grand, qu'il nous paroît plus éloigné, & il nous paroît d'autant plus éloigné, que nous voyons une plus grande ſuite d'autres objets entre lui & nous. C'eſt ce *jugement naturel*, preſque toujours in-

* Pag 50. in 4.

involontaire, & qu'on pourroit appeller *jugement des sens*, qui est, comme on sait, le grand principe d'explication du P. *Malebranche*, (*a*) sur ces matières, & que j'adopte ici entierement. Nous ne voyons rien entre nous & l'Astre qui est près du Zénit, nous le jugeons fort petit & fort proche ; nous voyons au contraire de vastes campagnes entre nous & le même Astre à l'horison, nous le jugeons & beaucoup plus grand, & beaucoup plus loin, & en conséquence, car cela est réciproque, l'arc qu'il décrit au-dessus de notre tête nous paroît surbaissé. Tout ce que Mr. *Regis*, & quelques autres Philosophes ont allégué contre cette explication, a été suffisamment réfuté par le P. *Malebranche* même dans la dispute qu'il eut avec lui là-dessus (*b*), & l'on n'ignore pas que l'Académie ayant fait examiner cette question par quatre grands Géomètres d'entre ses Membres (*c*), ils déclarèrent en faveur du P. *Malebranche*, que *les preuves qu'il apportoit de son sentiment étoient démonstratives, & clairement déduites des véritables principes de l'Optique.* * Il est donc bien certain que la voute du Ciel nous doit paroitre par-là fort surbaissée.

* Pag. 51. in 4.

77. 7. Mais comment évaluer cette cause, comment déterminer avec quelque exactitude

(*a*) *Rech. de la Ver. l. 1. c. 7. d'après* Descartes, *dans sa Diopter. Disc. ou ch.* 6. §. 21.

(*b*) *Ibid. t. 3. in 12. p.* 454. *&* *Journal des Sav.* 1694. *p.* 83. 93. 98. 129. *&c.*

(*c*) *Mrs. le Marq. de l'*Hopital, Catelan, Varignon, *&* Sauveur. *Journ. des Sav. ubi sup. p.* 119. *Hist. de l'Acad.* 1707. *p.* 200.

de le surbaissement qui en résulte, & découvrir le rapport qu'il donne entre la verticale *OD*, menée de l'œil au Zénit apparent, & l'horisontale *OH* ou *OS*, qui s'étend depuis l'œil *O* jusqu'à l'extrémité apparente de l'horison? C'est cependant ce qu'a fait Mr. *Smith*, Professeur d'Astronomie & Membre de la Société Royale de Londres, dans un excellent Livre d'Optique qu'il a publié depuis peu (*a*). Il a trouvé par le résultat d'un grand nombre d'Observations, où il comparoit l'arc apparent inférieur *VS*, compris entre l'extrémité *S* de l'horison, & un Astre *V*, d'une hauteur connue, avec l'arc supérieur *VD*, depuis cet Astre jusqu'au Zénit, que l'arc total *DVS*, ou *DKH*, étoit tel, que l'horisontale *OS* ou le sinus droit, & la verticale *OD* ou le sinus verse, étoient entr'eux à peu-près dans le rapport de 10 à 3, & que *VS* étoit sensiblement égal à *VD*, lorsque la hauteur ou l'angle *SOV* étoit d'environ 23 dégrés, &c. D'où il est aisé de déduire que l'arc *DS* ou *DH* sera d'environ 33° 24′, & que le rayon du cercle auquel il appartient, est environ six fois aussi grand que la verticale *OD*.

78. 8. Il faut prendre garde que le rapport de l'horisontale *OS*, ou du rayon *OT*, à la verticale apparente *OD*, est tout ce qu'il y a ici de plus important, & sur quoi l'on puisse compter, de l'aveu de Mr. *Smith*, le prétendu arc de cercle *DVS*, n'étant qu'un *à peu-près* déterminé en conséquence de ces deux points, & par induction, plutôt que par obser-

(*a*) *A compleat System of Optiks. t. 1. p. 63.*

ſervation. Il eſt certain du moins que cet arc n'eſt pris pour tel que par rapport à l'illuſion du jugement involontaire des diſtances appliquées à la viſion directe, abſtraction faite de ce que les milieux réfringens & la Réfraction y peuvent changer ; & la preuve que la Réfraction n'entre ici pour rien, c'eſt que les points *S* ou *H* de cet arc, y ſont confondus avec l'horiſon rationel *HOS*, ce qui ne ſauroit ſubſiſter avec la Réfraction, qui les éleve de toute la quantité *Sn*, * ou *Hν*. Prenons donc l'arc de cercle, ou telle autre portion de courbe *DVS*, qui n'en differe pas ſenſiblement pour la ſeule réduction du quart de cercle *TS* à ſon apparence, en vertu du jugement des diſtances, & indépendamment de toute Réfraction, & voyons quelle ſera la Réfractoire de cet arc. Mais il eſt aiſé de trouver, après tout ce qui a été démontré ci-deſſus, que ce ſera une ligne du quatrième ordre, *nANν*, qu'on décrira comme les précédentes (No. 66.) & qui s'éloignera d'autant plus de l'arc *SDH*, dont elle eſt Réfractoire, par ſes extrémités *n*, *ν*, que cet arc ſera une moindre portion du cercle, & que le rapport $\frac{n}{m}$ de la réfringence des deux milieux ſera plus grande ; qu'elle ſera ſurbaiſſée d'autant plus autour du ſommet *A*, que ſes points d'infléxion ſeront d'autant plus proches des points *n*, *ν*, &c.

* Pag. 52. in 4.

79. 9. Comparons maintenant cette Réfractoire *ANν* avec la Réfractoire *GMν*, qui eſt celle du cercle *TH*, nous trouverons que ce n'eſt que la même Réfractoire ſurbaiſ-

ſée

ſée de *G* en *A*, les points extrêmes *n*, *ɤ*, étant communs à toutes les deux, comme cela doit être, puiſque la Réfraction & les hauteurs apparentes qu'elle produit, demeurent les mêmes, quel que ſoit le jugement des diſtances de l'objet. La Réfractoire *nAN*, devra donc repréſenter la ſection verticale de la voute apparente du Ciel par le Zénit *T*, & il n'y a rien juſqu'ici dans les obſervations immédiates qui n'en confirme la reſſemblance; car, comme je l'ai déja dit, ſelon Mr. *Smith* lui-même, l'arc de cercle *HDVS* n'eſt qu'une ſimple approximation, le point *V*, ou tel autre ſemblable, pouvant être ſuppoſé, par exemple, en *T*; & c'eſt dans des Remarques qu'il a ajoutées à la fin de ſon ſecond volume, qu'il nous en avertit. Mais il fait plus, il rapporte ſur ce ſujet le ſentiment & les obſervations de Mr. *Folkes*, ſon illuſtre ami, qui change l'arc *HDS* en une courbe conchoïdale tout-à-fait ſemblable à notre Réfractoire *ɤNATn*, & Mr. *Smith* dit auſſi avoir obſervé la même apparence. Ainſi voila les obſervations, les règles d'Optique & de Dioptrique & * notre théorie parfaitement d'accord ſur ce point. * Pag. 53. in 4.

80. 10. Enfin ſi l'on veut apporter encore ici une plus grande exactitude, il faudra, au-lieu de l'arc de cercle *DVS* que nous avons fait réſulter du jugement des diſtances indépendamment de la Réfraction, & qui, par rapport à la conſtruction de la ligne du fond apparent *ATn*, eſt pris pour la ligne du fond réel, il faudra, dis-je, imaginer quelque autre arc de courbe décrit d'après la raiſon donnée

de *OD* à *OS*. Par exemple, ayant mené des parallèles quelconques *Bt*, &c. à *OT*, on les divisera en *V*, dans le même rapport que celui de *OS* ou *OT* à *OD*, ce qui réduira l'arc circulaire *Tt* en un arc elliptique *DV*, & tout le demi-cercle *HTS* en une demi-Ellipse, dont le grand axe est *OS*, & le petit *OD*. Mais la courbure *ATn*, ou la Réfractoire de la voute apparente du Ciel, ne sera pas sensiblement différente de celle de l'arc circulaire. Il suffit donc, dans le cas dont il s'agit, de concevoir en général un arc de courbe quelconque décrit de *D* en *S*, qui s'approche toujours de plus en plus de l'horisontale *OS*, & vers laquelle elle est concave, pour exprimer l'apparence qui naitroit de l'illusion des distances, séparée de celle de la Réfraction, & tracer ensuite la Réfractoire qui lui convient, & qui aura toujours sensiblement la figure conchoïdale *vNATn*. Cette courbe donnera la coupe de la voute apparente du Ciel avec toute la précision dont je crois que cette matière est susceptible.

81. Il est clair par les principes posés, que les grandeurs apparentes des Astres, de la Lune, par exemple, & du Soleil, qui seront vus sur *ATn*, seront en raison des distances jugées, *OD*, *OT*, *OS*, &c. Et si l'on trouve le moyen d'évaluer ces grandeurs apparentes en vertu du jugement des distances, par rapport aux grandeurs purement optiques & angulaires, ce qui, à mon avis, n'est pas impossible, on aura l'inverse du Problème précédent, & l'on retrouvera par ce moyen

yen tous les points de la courbe *ATn*.

82. Quant à la voute apparente que forment les couches de plusieurs nuages, dont le tissu est concentrique & parallèle * à la * Pag. 54. in 4. surface de la Terre, voute qui est réellement très surbaissée à notre égard, & qu'on peut même prendre pour une surface platte, la Réfractoire qu'il faudroit lui donner, seroit celle du fond plan, & qui devient en ce cas (N°. 52.) une hyperbole dont la convéxité est tournée vers le Spectateur. Mais la force réfringente de l'air à la hauteur où se trouvent ordinairement les nuages, differe si peu de celle de l'air à la surface de la Terre, que la Réfractoire ne changeroit presque rien à la figure plane de cette voute. Il est certain de plus, que non seulement elle ne nous paroit point plane, & encore moins convèxe vers l'œil, mais au contraire concave, en forme de cintre Ellipsoïde fort surbaissé. Sur quoi je me contenterai de remarquer que cette apparence est en un sens l'inverse de la précédente, puisque celle-là rend moins concave ou applatit une voute qui devroit paroître sphérique, & que celle-ci rend concave une voute qui devroit paroitre sensiblement platte, quoique dans le fond, les causes en soient à peu-près les mêmes, & doivent être prises des articles ci-dessus, sur-tout des N°. 71, 73 & 76.

83. Du reste il faudra s'en tenir à la Réfractoire purement circulaire, *GM*, dans l'application qu'on pourroit faire de nos Courbes aux Réfractions Astronomiques, parce qu'il ne s'agit plus alors de la figure apparen-

te du Ciel, mais seulement des valeurs angulaires des distances ou des hauteurs entre les points célestes apperçus ou observés, & du rapport de réfringence qui en change la position, ce rapport & cette position étant les mêmes à cet égard dans la Réfractoire du cercle & dans celle de l'arc quelconque qui a son diamètre pour corde, comme on le voit par la construction de l'une & de l'autre. Or les sécantes, les tangentes, les sinus ou les rayons de la Réfractoire & de la Ligne du fond, à l'égard d'un angle quelconque $IOM$, calculé ou observé, résultant toujours du rapport de réfringence, $\frac{n}{m}$, des deux milieux, ou, réciproquement, ce rapport connu & la hauteur apparente observée donnant toujours sur la Réfractoire l'angle * que renferment ces rayons (*V. Sup.* 5.) il est clair que l'un ou l'autre étant connu, le second le sera aussi; & il me semble que la *Règle de fausse position* alternativement employée sur ces deux grandeurs, pourroit enfin après plusieurs retours de l'une à l'autre, donner quelque chose de fort exact. On se feroit d'abord une hypothèse du rapport de réfringence de l'air que nous respirons à l'Ether, soit en le déduisant des expériences du Vuide par la Machine Pneumatique, comme Mr. *Lowtorp* en 1699 (*a*), ou Mr. *Delisle* en 1719 (*b*), soit d'après des Tables de Réfraction du lieu, ou par quelque

* Pag. 55. lin 4.

(*a*) *Philos. Trans. No.* 257.
(*b*) *Mem. de l'Ac. p.* 436, *& suiv.*

que hauteur déduite du calcul, ou constatée par observation indépendemment des Réfractions (*a*) ; soit enfin par la comparaison de toutes ces méthodes. On verroit ensuite ce que donneroit ce rapport aux angles de la Réfractoire, & réciproquement. Car quoique cette alternative paroisse tomber dans ce qu'on appelle un cercle en Logique, elle n'en auroit pas toujours le vice, parce qu'il se trouveroit des cas où l'on pourroit plus compter sur l'une des deux grandeurs hypothétiques, & des cas où il y auroit plus à compter sur l'autre ; & l'on n'ignore pas combien ces sortes de tatonnemens sont quelquefois d'usage, & utiles dans l'Astronomie.

## SCHOLIE GENERAL.

84. Les Réfractoires dont il a été fait mention dans ces deux Sections, seront Géométriques si les Lignes du fond, dont elles sont les Réfractoires, sont géometriques, & réciproquement, puisque l'équation des unes dépend de celle des autres. Leur dégré algébrique souffrira la même dépendance en général, mais avec des exceptions, dont nous avons déja touché la cause, N°. 33. Leurs Génératrices *propres* & *directes* indiqueront plus surement ce dégré, entant que les Réfractoires peuvent être regardées par-là comme des Conchoïdes, selon la Théorie de *Descartes*, sous les conditions encore que quelques

(*a*) *Mem. de l'Ac.* 1736. *p.* 203, *& suiv.*

ques Commentateurs de la Géométrie de ce Philosophe y ont admises.

85. La Réfractoire, telle que nous l'avons
* Pag. 56. in 4. considérée * jusqu'ici, & sa Ligne du fond, peuvent être deux courbes; on en a vu les exemples, & c'est de beaucoup le plus grand nombre. Mais elles ne sauroient être en même tems deux droites, puisque l'une des deux étant droite, l'autre devient nécessairement courbe, N°. 15 & 31, 45 & 54, & c'est à cause de la proportion constante des sinus ou des sécantes des angles, &c. qui complique celle de leurs ordonnées, & qui est géométrique.

86. L'invention & la construction de ces courbes, qui sont autant de Lieux ou de Problèmes indéterminés, fournira d'une manière très lumineuse, & avec beaucoup de facilité, la solution de plusieurs beaux Problèmes déterminés qui s'y rapportent. Par exemple, le Problème que propose Mr. le M. de l'*Hopital* dans son Livre des *Infiniment petits*, *Art.* 59. & qui revient à cet énoncé, sur nos Figures 19 & 20, un Voyageur partant du lieu *O*, pour aller au lieu *K*, doit traverser deux campagnes séparés par la droite *FZ*. On suppose qu'il parcourt dans la campagne du côté de *O*, un certain espace dans le tems *m*, & dans l'autre du côté de *K*, le même espace dans le tems *n*; on demande par quel point *B* de la droite *FZ* il doit passer, afin qu'il employe le moins de tems qu'il est possible pour parvenir de *O* en *K*. Ce Problème, dis-je, que Mr. le M. de l'*Hopital* résout par le Calcul différentiel appliqué aux quef-

questions *de maximis & minimis*, se trouve ici tout résolu & tout construit par la plupart de nos méthodes, & sur-tout par celle du N°. 56. Car ayant imaginé une ligne quelconque droite ou courbe passant par *K*, décrit sa Réfractoire *AN*, & mené par *K*, la perpendiculaire *KNP* à *FZ*, &c. la droite *NO* coupera *FZ* au point cherché *B*. D'où l'on tirera immédiatement son Equation constitutive, qui doit être la même à peu près que celle de nos Réfractoires opposées à fond rectiligne, N°. 15 & 45, en prenant pour constante l'une de leurs variables. Nous avons suffisamment expliqué, *Art.* LXIV & LXVIII, dans la seconde partie de ces Recherches, Mém. 1723, en quoi consiste ce Problème, comment il s'y agit de la Réfraction, * & ce qu'il y faut observer, pour ne pas tomber à cette occasion dans l'erreur où il a induit quelques Lecteurs. * Pag. 57. in 4.

8. La Réfringente & la Ligne du fond étant données avec la distance de l'œil sur un même plan, on peut toujours trouver la Réfractoire qui en résulte, & réciproquement, la Réfractoire & la Réfringente étant données; car la ligne cherchée est unique. Mais la Réfractoire & la Ligne du fond étant semblablement données de position avec l'œil, l'invention & la construction de la Réfringente ne sont pas un Problème de même nature que le précédent, y ayant une infinité de lignes, droites ou courbes, qui peuvent le résoudre. La Réfractoire & la Ligne du fond sont en cela comme les Caustiques, soit par Réfléxion, soit par Réfraction, qui répondent

dent chacune à une infinité de courbes dont elles peuvent être les Caustiques, quoique chaque courbe n'ait que sa Caustique propre & déterminée. Mais l'examen de ce Problème appartient à la suite de notre méthode pour les Réfractoires à Réfringente Curviligne.

88. Les Courbes que produit une Ligne ou un *fond* quelconque vu par Réflexion sur une ligne, droite ou courbe, donnée de position avec l'œil sur un plan, & que j'appellerai *Anacamptiques* ou *Réflectoires*, doivent évidemment entrer dans notre Théorie des Anaclastiques ou Réfractoires; car la Réflexion & la Réfraction ne sont à la rigueur que des espèces d'un même genre que l'on peut réciproquement traiter sous le concept de l'une des deux, comme nous l'avons pratiqué dans les premières Parties de ces Recherches. Mon dessein est aussi de réduire les Réflectoires aux mêmes constructions & aux mêmes Formules que les Réfractoires. Les Réflectoires sont déja en un sens plus connues, par la *déformation* des images, & par la figure convèxe ou concave, qu'on sait que doit prendre une ligne droite vue dans un miroir convèxe ou concave. Elles sont même, à quelques égards, d'une description plus simple que les Réfractoires. Le rapport de $m$ à $n$, qui pourroit y exprimer celui des inclinaisons des angles d'Incidence & de Réflexion, y devient * inutile, ou se réduit à l'égalité, la Réflexion ne renfermant communément que l'idée d'un seul milieu, & le ressort ou le principe quelconque de Réflexion dans

* Pag 58. n. 4.

dans la Lumière, étant supposé infiniment parfait. C'est sur ces suppositions tacites que sera fondée la principale différence que l'on pourroit mettre entre les Réflectoires & les Réfractoires, savoir, que par celles-ci le fond apparent diffère du fond réel, lors même que la Réfringente est une droite, & que par celles-là le fond réel ou l'objet ne peut être *déformé*, que lorsque la Réflechissante est courbe. Nous retiendrons cependant l'analogie & le rapport de *m* à *n*, tant pour les unes que pour les autres, afin de ramener toute cette matière à la théorie & aux Formules de la Réflexion & de la Réfraction des Corps en général, & d'un ressort parfait ou imparfait, comme on les trouve dans les Mémoires de 1722 & 1723. Dans cette généralité, la construction des Réfractoires (N°. 56.) donne déja celle des Réflectoires qui sont dans le même cas, & le petit changement qu'il y faut introduire, est indiqué dans le dernier des Mémoires que je viens de citer, *Art.* LXV. Le détail des Réflectoires fournira l'explication de la plupart des phénomènes des Miroirs concaves & convexes, & même la solution de quelques difficultés qu'on a faites sur ce sujet, & qui ont arrêté d'habiles Géomètres. C'est ce dont je me suis déja convaincu par quelques essais; mais il n'y a pas d'apparence que les nouvelles occupations auxquelles je suis appellé, me permettent sitôt de remettre la main à ce travail.

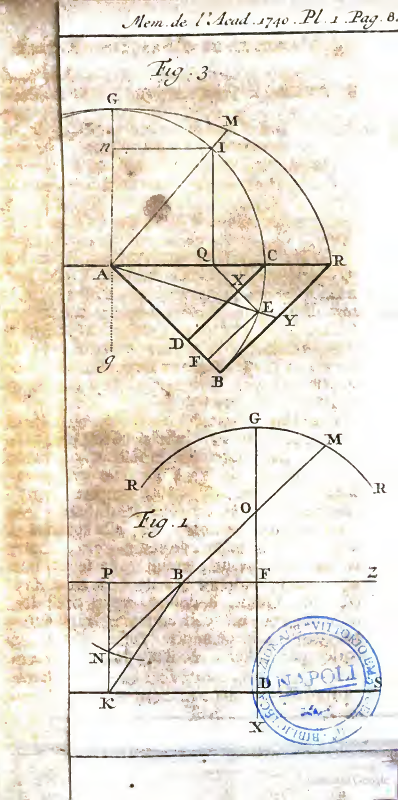
* Pag. 59. in 4. * *REFLEXIONS ANATOMIQUES sur les incommodités, infirmités, &c. qui arrivent au Corps humain à l'occasion de certaines attitudes & de certains habillemens.*

Par MR. WINSLOW (a).

IL est assez notoire que certaines attitudes négligées ont seules causé au Corps humain quantité d'inconvéniens, d'incommodités, d'infirmités, & même des maladies considérables; & que faute d'avoir fait attention à la prémière cause de ces inconvéniens, &c. on y a employé plusieurs remèdes, non seulement envain; mais quelquefois avec augmentation des maux.

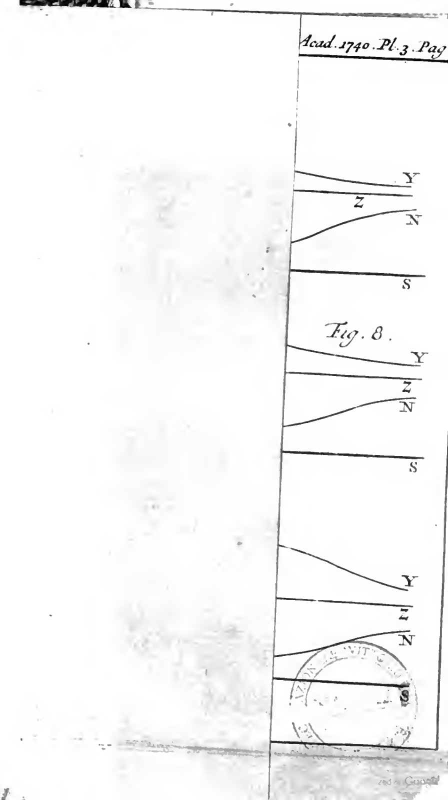
Une Dame d'une grande taille, bien droite, & que j'avois vu telle pendant plusieurs années, étant devenue très sédentaire, avoit pris coutume de s'habiller très négligemment, & d'être assise toute courbée, tantôt en avant, tantôt de côté & d'autre. Au bout de quelques mois après, elle commença à avoir de la peine à se tenir droite debout comme auparavant, ensuite elle sentit une espèce d'inégalité au bas de l'épine du dos. M'ayant consulté là-dessus, je lui conseillai d'abord, pour prévenir au moins l'augmentation de cette incommidité, l'usage d'un petit corset particulier, & d'un dossier proportion-

(a) 20. Juillet. 1740.

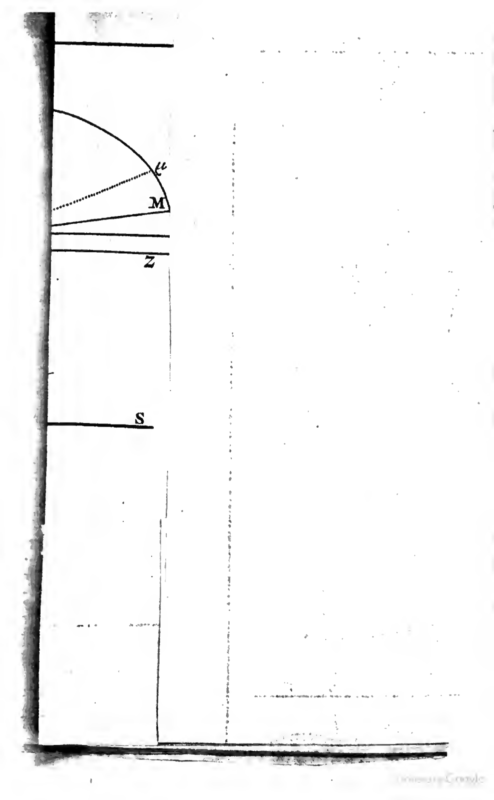

Fig. 3
G
M
n
I
Q
C
R
A
X
E
Y
D
F
B
g
G
M
R
R
O
Fig. 1.
P
B
F
Z
N
D
S
K
X

H
k
K
G
t
T
Fig. 6.
P
M
A
C
L
R

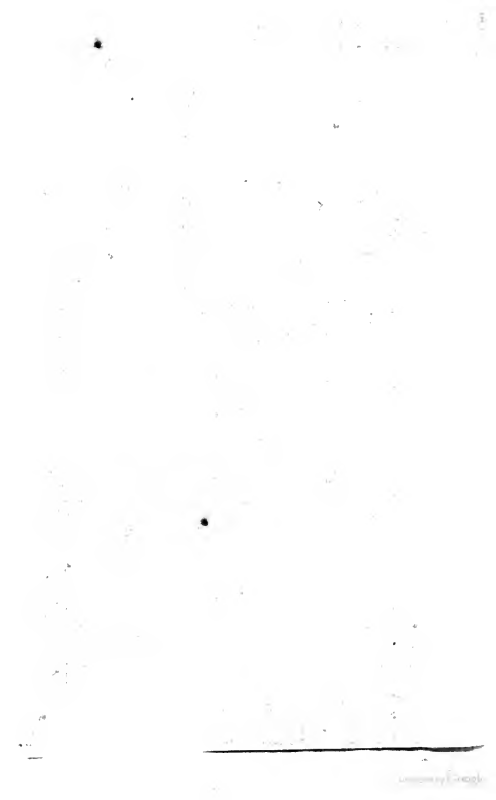


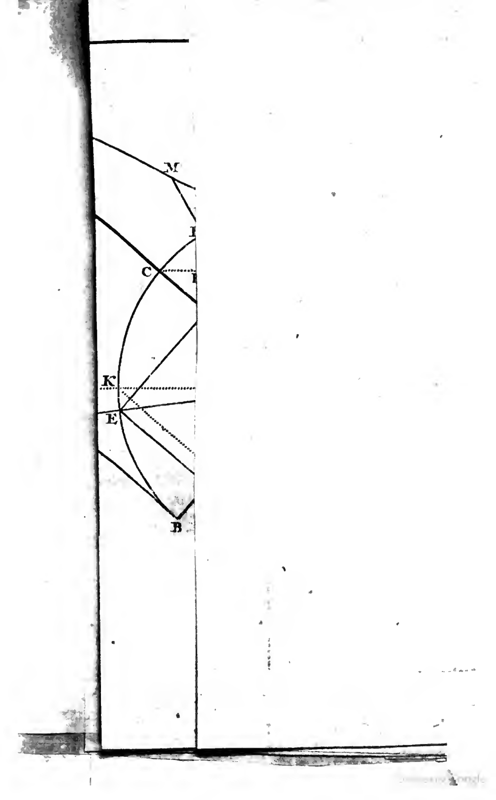

Y
Z
N
S
Fig. 8.
Y
Z
N
S
Y
Z
N
S

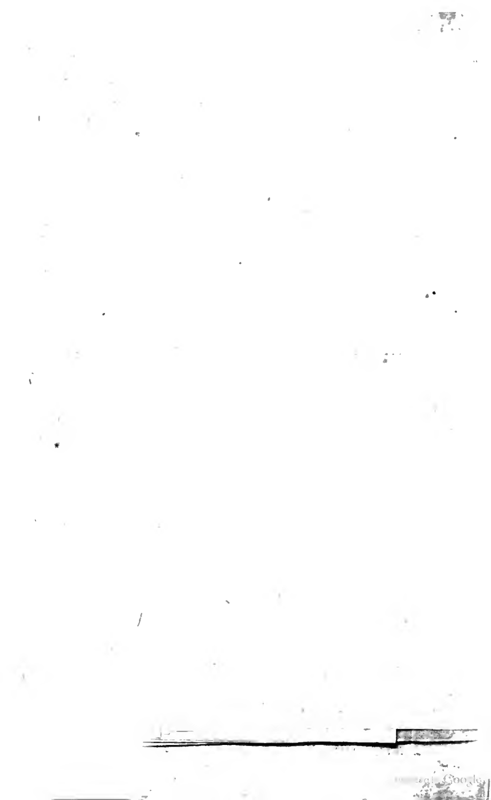


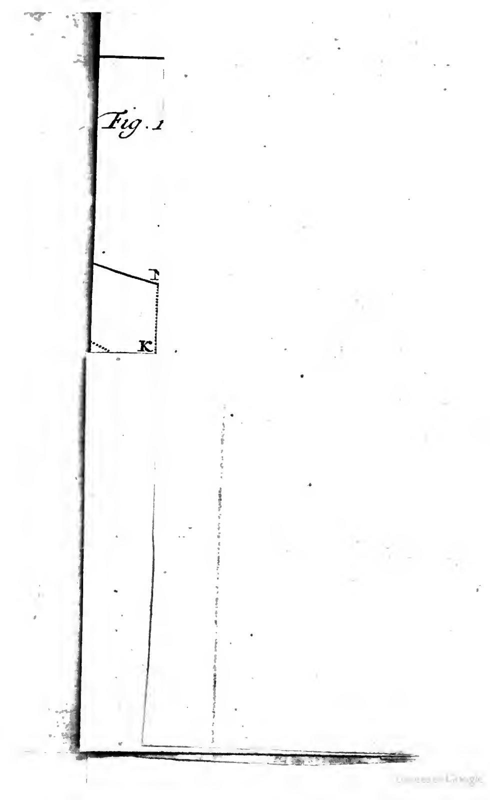


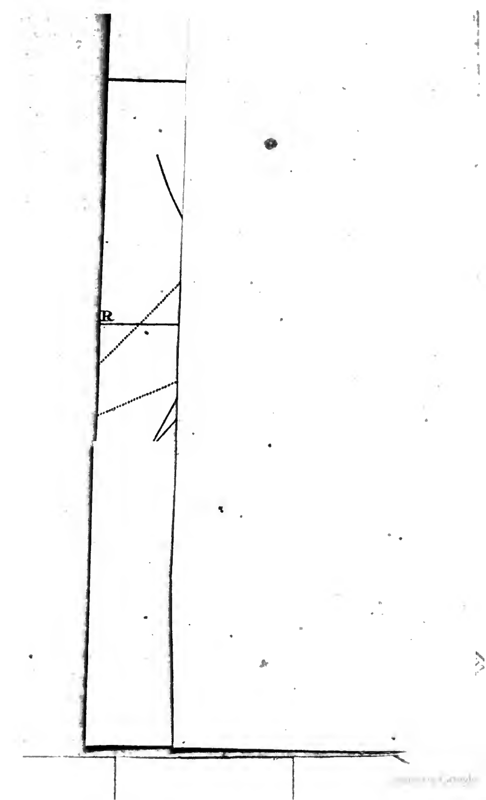
μ
M
Z
S



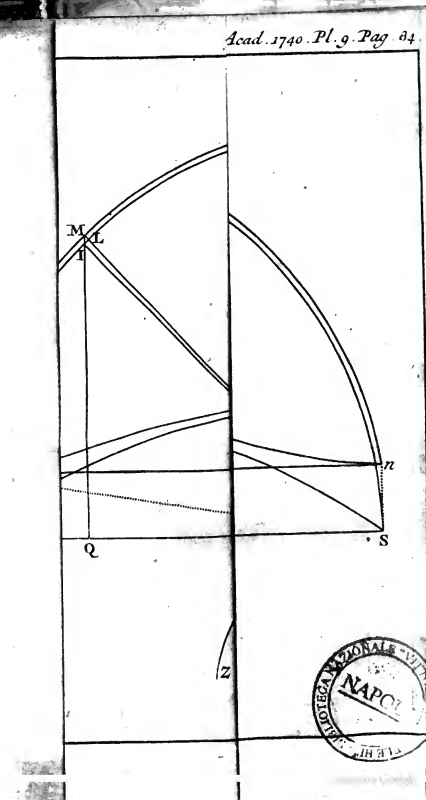

M
C
K
E
B




Fig. 1
K


R




M
L
I
n
Q
S
Z

tionné à son siège ordinaire. Elle négligea mon conseil, & l'épine du dos lui devint de plus en plus courbée latéralement en deux sens contraires, à peu-près comme une S romaine; de sorte qu'à la fin ayant toujours différé les moyens que je lui avois proposés, elle perdit environ le quart de la hauteur de sa taille, & resta non seulement courbée en deux sens, de droite à gauche & de gauche à droite, mais encore si pliée, que les premières fausses-côtes d'un côté approchoient très près de la crête de l'os des iles du même côté, & que les viscères du bas-ventre étoient par-là irrégulierement poussés vers le côté opposé. Son estomac même * en fut tellement comprimé, que ce qu'elle avaloit, lui paroissoit tomber distinctement dans deux capacités différentes.

* Pag. 60. in 4.

J'ai vu plusieurs jeunes gens d'étude, qui étant obligés de se tenir courbés pour écrire sur le genou dans les Classes publiques, ont été très incommodés de la compression que cette attitude contrainte & réïtérée avoit causée au bas de la poitrine & aux viscères contenus dans l'épigastre; sur-tout ceux qui, à cause de la vue basse, avoient été plus exposés à ces inconvéniens, dont différens maux de la poitrine & du bas-ventre avoient été la suite. Les meilleurs remèdes proposés par ceux qu'ils avoient consultés sur ces incommodités, sans leur avoir parlé de l'attitude gênante qui les avoit précédées, étoient devenus très inutiles aux uns, & avoient paru augmenter les maux aux autres. Ce n'a été qu'à force de questionner, que j'en ai

découvert la cause dans cette attitude contrainte, laquelle ayant été ensuite discontinuée, les malades ont été guéris, les uns uniquement par-là, les autres par les mêmes remèdes dont le succès avoit été empêché ci-devant par la continuation de l'attitude. J'ai encore trouvé de jeunes Etudians sujets à des maux de tete, d'yeux, de gorge, &c. desquelles incommodités, ni les saignées, ni d'autres remèdes convenables, n'ont pû empêcher les récidives plus ou moins fréquentes. A la fin leur Infirmier m'ayant averti d'une habitude assez générale parmi ces jeunes gens, de dormir la nuit la tête renversée derrière le traversin, j'eus d'abord soin de les faire changer d'attitude, & d'y faire veiller ceux qui les avoient en garde; ce qui a encore très bien réussi, même à l'égard des infirmités qui depuis un tems considérable de cette mauvaise habitude, étoient devenues comme habituelles.

Combien de fois n'est-il pas arrivé que l'inadvertence de cette espèce dans le traitement de certaines maladies, a occasionné des accidens très facheux, & même irremédiables, sans qu'on en ait pu comprendre la cause, & quelquefois apres toutes les marques d'une cure parfaite ? En voici un exemple très remarquable. Je fus appellé, il y a plus
* Pag. 61. in 4. de * vingt ans, pour examiner la guérison d'une fracture de la Cuisse d'une femme, qui boitoit, quoiqu'il y eût des preuves ordinaires que cette fracture avoit été parfaitement bien réduite, & que l'os consolidé avoit sa dimension naturelle comme celui de l'autre

côté,

côté. Je la fis coucher à plat, & dans cette attitude, après avoir mis avec beaucoup de facilité les deux genoux, les malléoles, les talons & les deux gros orteils dans une situation parfaitement égale, on crut me prouver par-là que la cuisse qui avoit été fracturée & guérie, étoit dans une parfaite égalité avec l'autre cuisse, ce qui me parut aussi d'abord. Mais voyant qu'un instant après la jambe du côté malade étoit remontée comme d'elle-même un peu au-dessus du niveau naturel, & qu'elle paroissoit en même tems plus courte que celle de l'autre côté, j'examinai aussi-tôt les deux hanches, & j'observai qu'elles étoient alors exactement dans leur position naturelle à la même hauteur, & qu'en remettant les jambes & les pieds dans une attitude égale, la position des hanches devenoit aussi-tôt oblique. Je compris par-là que l'os de la cuisse avoit perdu sa longueur naturelle par la soudure irrégulière de la fracture, & que faute d'attention sur l'attitude des hanches, on étoit trompé par la manière ordinaire de s'en rapporter à l'égalité seule des genoux, des malléoles, des talons & des orteils; ce qui arrive d'autant plus facilement, qu'à mesure qu'on tire la jambe du côté de la fracture pour la comparer avec l'autre jambe, le malade, crainte de douleur, fait obéir lui-même sa jambe au manuel de l'Opérateur, mais le fait naturellement sans réflexion, & par conséquent sans avertir que pour le faire, il fait aussi en même tems descendre la hanche de ce côté. C'est de quoi j'ai, depuis cette observation, averti

ti en plusieurs rencontres, & j'en ai même fait mention ailleurs.

Les effets de certains habillemens ne méritent pas moins d'attention. Nos Anciens ont déja communiqué leurs observations sur les inconvéniens & les mauvaises suites qu'occasionnent aux filles & aux femmes le serrement excessif de leurs corps ou corsets à baleines, & sur l'impression plus * ou moins funeste qui en arrive en différentes manières aux principaux viscères du bas-ventre, jusqu'à blesser même, à estropier & à étouffer le fruit des femmes enceintes.

* Pag. 62. in 4.

J'ai observé depuis plusieurs années que le serrement du cou par les cravattes, les porte-rabats, les colets de chemises, &c. avoit seul été la cause primitive & immédiate des maux de tête, des maux d'yeux, des maux de gorge, des étourdissemens, des vertiges, des menaces de syncope, des saignemens du nez, &c. & que faute d'attention à cette cause, on avoit employé quantité de remèdes sans aucun succès; auxquelles incommodités j'ai souvent remedié, & quelquefois comme dans un clin d'œil, par le seul relâchement de ces sortes de brides, qui avoient empêché de revenir librement par les veines jugulaires le sang que les artères carotides avoient distribué sans obstacle aux parties tant externes qu'internes de la tête.

Mr. Cruger, Directeur Général de la Chirurgie en Dannemarc & en Norvege, étant venu à Paris, & m'ayant entendu parler de cette observation, me dit, qu'un Capitaine de

de ce païs-là s'étoit avisé d'accoutumer tous les Soldats de sa Compagnie à serrer très fort leurs cravattes, & à porter des jarretières très serrées au-dessous des genoux, afin que par la haute couleur de leurs visages & la grosseur du mollet de leurs jambes, que le serrement produisoit, ces Soldats parussent bien vigoureux, bien nourris, & en grand embonpoint. Mais au bout d'un certain tems ils tombèrent presque tous malades d'une manière particulière, dont plusieurs, après les tentatives inutiles des remèdes, tant externes qu'internes, périrent à la fin comme ayant été attaqués d'une espèce d'affection scorbutique putride, & dont on a vu même avoir été infectées, altérées & corrompues les parties internes du corps dans ceux qu'on avoit ouverts après leur mort.

Ceci m'ayant donné lieu de faire attention sur une espèce de Fièvre que causent les compressions douloureuses de quelque partie externe du corps, même la plus petite, par la continuation ou la fréquence des ligatures, des plis, des * inégalités, des duretés, des chocs, &c. il m'est venu en pensée que la même chose peut arriver aux animaux, par exemple, aux Veaux, aux Agneaux, &c. par les secousses continuelles & les chocs des charettes en général, & particulierement par les ligatures extrêmement serrées de leurs pieds, lesquels on voit encore très enflés après la mort de ces animaux, & quelquefois même devenus bleuâtres par les meutrissures que les liens y ont causées. On pourroit delà soupçonner que ces secousses continuelles

* Pag 63. in 4.

&

& ces ligatures meurtrissantes altèrent la masse du sang de ces animaux, & en rendent la viande moins saine que celle d'autres pareils qui n'ont pas été exposés à ces tortures.

J'ai fait observer dans mon Traité d'Anatomie, que les différens mouvemens des os du pied étant très libres dans l'état naturel, comme on le voit assez dans les petits enfans, se perdent ordinairement par la mauvaise manière de chausser les pieds; que la chaussure haute des femmes change tout-à-fait la conformation naturelle de ces os, rend les pieds extraordinairement cambrés ou voutés, & même incapables de s'applattir, à cause de la soudure non naturelle ou anchylose forcée de ces os, à peu près comme il arrive aux vertèbres des bossus; car ces chaussures hautes font que l'extrémité postérieure de l'os *calcaneum*, à laquelle est attaché le gros tendon d'Achille, se trouve continuellement beaucoup plus élevée, & le devant du pied beaucoup plus abaissé que dans l'état naturel. Par conséquent les muscles qui couvrent la jambe postérieurement, & qui servent par l'attache de leur tendon à étendre le pied, sont continuellement dans un raccourcissement non naturel, pendant que les muscles antérieurs, qui servent à fléchir le pied en devant, sont au contraire dans un allongement forcé. On voit que les personnes ainsi chaussées, ne peuvent que très difficilement descendre d'une montagne; au-lieu qu'en y montant, la chaussure haute leur peut en quelque façon servir de marches plattes, le bout du pied étant

étant alors plus élevé. Elles ont aussi de la peine à marcher longtems, même par un chemin * uni & plat, sur-tout à marcher vite, étant alors obligées ou de marcher en dandinant, à peu près comme les Canards, ou de tenir les genoux plus ou moins pliés & soulevés, pour ne pas heurter des talons de leur chaussure contre terre. C'est encore par la même raison qu'elles ne peuvent sauter avec la même liberté que d'autres qui ont la chaussure basse; car on sait que dans l'homme, de même que dans les quadrupedes & dans les oiseaux, l'action de sauter s'exécute par le soulevement subit & promt de l'extrémité postérieure & saillante de l'os *calcaneum* au moyen des muscles dont le gros tendon y est attaché.

* Pag. 64. in 4.

Les chaussures basses n'exposent pas à ces inconvéniens, mais au contraire facilitent tous les mouvemens naturels des pieds, comme le prouvent assez les Coureurs, les Portechaises, les Laboureurs, &c. Les sabots les plus communs, malgré leur pésanteur & inflexibilité, ne mettent pas tant d'obstacles à l'action libre & naturelle des muscles qui servent aux mouvemens des pieds, en ce que, outre le talon très bas, leur extrémité antérieure est arrondie vers le dessous, ce qui supplée en quelque manière au défaut de l'inflexion alternative d'un pied appuyé sur les orteils, pendant que l'autre pied est en l'air quand on marche. Les socques des Récollets suppléent encore davantage à ce défaut, en ce que, outre leur talon, elles ont une pièce de la même hauteur vers le devant, sous

ſous l'endroit qui répond à l'articulation du métatarſe avec les orteils; car par ce moyen la portion antérieure de ces ſocques étant en l'air, permet d'abaiſſer la pointe du pied proportionnément à l'élévation du *calcaneum*. Les ſouliers du petit peuple avec des ſemelles de bois n'ont pas tant de commodité, & ſont au contraire préjudiciables aux muſcles du tendon d'Achille, en ce que n'étant ni flexibles, ni façonnés de la maniere ſuſdite, ils rendent la portion antérieure du levier du pied plus longue que dans l'état naturel, & par-là font faire plus d'effort à ces muſcles pour ſoulever tout le corps ſur la pointe de ces ſouliers inflexibles; car on ſait que dans l'action de ſoulever le corps ſur la pointe * du pied, ce pied fait l'office du levier de la ſeconde eſpece, le fardeau de tout le corps étant alors entre l'effort des muſcles & la réſiſtance de la terre, &c.

* Pag. 65. in 4.

Mais pour revenir à la chauſſure haute, en voici un autre inconvénient. Non ſeulement les muſcles du gros tendon d'Achille, qui ſervent à l'extenſion du pied, mais auſſi les muſcles antérieurs qui ſervent à l'extenſion des orteils, ſont par la hauteur de ces chauſſures continuellement dans un état de raccourciſſement forcé; & non ſeulement les muſcles antérieurs qui ſervent à la flexion du pied, mais les muſcles poſtérieurs qui ſervent à la flexion des orteils, ſont en même tems par cette hauteur continuellement dans un état d'allongement forcé. Cet état continuel de froncement des uns & de tiraillement des autres de ces muſcles, ne peut que cauſer tôt ou tard

tard à leurs vaiſſeaux, tant ſanguins que lymphatiques, & à leurs nerfs quelque inconvénient plus ou moins conſidérable, & outre cela par la communication de ces vaiſſeaux & de ces nerfs avec les vaiſſeaux & les nerfs d'autres parties plus éloignées, même avec ceux des viſcères de l'abdomen, &c. occaſionner des incommodités que l'on attribueroit à toute autre cauſe, & par conſéquent on y apporteroit continuellement des remèdes, non ſeulement inutiles, mais accidentellement nuiſibles & dangereux, à peu-près de la même manière qu'on a vu arriver aux ſoldats mentionnés ci-devant, pour n'avoir pas eu cette attention. Il eſt vrai que cet état forcé de raccourciſſement d'une part & d'allongement de l'autre part, devient avec le tems comme naturel, de ſorte que ceux qui y ſont habituellement accoutumés, ne peuvent preſque pas ſans peine & ſans ſouffrance marcher avec des chauſſures baſſes; mais cela n'empêche pas que cette attitude non naturelle ne ſoit la cauſe de certaines infirmités qui paroiſſent n'y avoir aucun rapport. Je m'étendrai davantage là-deſſus à la ſuite de mes Remarques ſur le Traité *de Motu Animalium*, par Borelli.

O B-

* Pag. 66. in 4.

# OBSERVATIONS

*De la durée des Eclipses du second & du troisième Satellites de Jupiter, faites proche des limites en* 1739 & 1740, *avec des réflexions sur le mouvement du second Satellite.*

Par Mr. MARALDI (a).

IL est rare de voir dans la même Eclipse l'entrée du second Satellite de Jupiter dans l'ombre, & sa sortie. Depuis la découverte des Satellites, on n'en a encore, que je sache, que quatre observations rapportées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1729. Mon Oncle a fait assez sentir dans son Mémoire la conséquence & l'utilité de ces observations, il a invité les Astronomes à y être attentifs, & leur a indiqué le tems, ou plutôt le lieu de Jupiter vu du Soleil & de la Terre, où l'on peut voir ces deux phases dans la même Eclipse. Cette Planète s'est trouvée au mois d'Aout de l'année dernière & au mois de Février de cette année dans la situation favorable, mais il ne nous est réussi de faire qu'une observation au mois de Février. Il est important que les Astronomes en soient instruits, afin qu'ils puissent profiter de ces circonstances; elle sera aussi fort utile à ceux qui travaillent à la théorie des Sa-

(a) 23 Mars 1740.

Satellites. Nous avons fait cette observation Mr. Cassini & moi, chacun séparément, par un fort beau tems. Voici l'observation que Mr. Cassini a faite avec une Lunette de 18 pieds.

Le 26 Février à $8^h$ 53′ 42″ du soir, le $2^d$. Satellite sortoit de derrière le disque de ♃.

7 0 12 il se sépare du bord de Jupiter.

7 4 8 Immersion totale du Satellite dans l'ombre.

9 31 23 Commencement de l'Emers.

* J'ai fait cette observation avec une Lunette de 16 pieds, & j'ai observé l'Immersion totale du Satellite dans l'ombre à . . . . . . . . . . . . . . . . . . $7^h$ 3′ 57″, & le commencement de l'Emersion à . . 9 31 28; d'où je conclus la durée de l'Eclipse de $2^h$ 27′ 31″, un peu plus grande que par l'observation de Mr. Cassini, qui ne l'a trouvée que de 2h 27′ 15″, mais la différence n'est que de 16 secondes. Deux Observateurs s'éloignent souvent de cette quantité dans l'observation de la même phase. * Pag. 673 in 4.

On remarquera que le lieu de Jupiter vu du Soleil étoit à $9^d$ 45′ des Gemeaux, éloigné par conséquent des limites des Satellites, de $25^d$ 15′, & que le 4 de Mars, en étant encore plus éloigné, nous vimes le second Satellite sortir de derrière le disque de Jupiter

piter, & entrer dans l'ombre à $9^h$ 43′ 59″, & qu'ainsi ce n'est pas seulement vers le milieu du Taureau & du Scorpion, où sont les limites des Satellites, qu'on pourra voir (comme mon Oncle l'a marqué) l'entrée du second Satellite dans l'ombre & sa sortie dans la même Eclipse, mais même à 25 dégrés de côté & d'autre de ces points, lorsqu'en même tems cette Planète sera en quadrature avec le Soleil.

Si l'on suppose que les Nœuds des Satellites sont fixes, & que l'inclinaison n'a pas changé depuis le passage de Jupiter par les limites jusqu'au 26 de Février, on la trouvera par cette observation, de $4^d$ 17′, à 16 minutes près de celle qui a été déterminée par mon Oncle en 1729. C'est sur cette supposition, & suivant cette inclinaison, que nous avons calculé qu'elle devoit être cette année la durée des Eclipses du second Satellite proche des limites, pour la comparer à celle des années précédentes, & nous avons trouvé qu'elle auroit été de $2^h$ 17′ 40″, un peu plus grande que celle qui a eté observée en 1715, mais beaucoup plus petite qu'en 1727; car en 1715, elle a été observée de $2^h$ 14′ 28″, & en 1727, de $2^h$ 31′, ainsi il sembleroit que depuis 1715, elle a augmenté jusqu'en 1727, & qu'ensuite elle a diminué.

* Pag. 68. in 4. Il n'en est pas de même de la durée des Eclipses du troisième * Satellite près des limites, on n'y remarque point ces vicissitudes d'augmentation & de diminution, mais elle continue de diminuer comme elle a fait depuis

puis l'année 1691 ; car elle a été plus courte en 1739, qu'elle n'a encore été. Nous pourrions le prouver par plusieurs observations faites à différentes distances des limites, en comparant leur durée avec celle qui résulte d'une Table fondée sur les observations de 1727, rapportées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1732. Mais il nous suffira de rapporter celle qui est plus proche des limites, & dont la durée a été plus courte : voici cette observation : Le 23 Aout 1739, Mr. Cassini observa l'Immersion du troisième Satellite dans l'ombre à $2^h\ 11'\ 13''$ du matin, & il observa le commencement de l'Emersion à $3^h\ 55'\ 53''$; d'où l'on conclut la durée de cette Eclipse, de $1^h\ 44'\ 20''$, Jupiter étoit à $23^d\ 7'$ du Taureau, éloigné des limites des Satellites; de $8^d\ 37'$. A cette distance, & suivant l'inclinaison que nous avons déterminée en 1732, par les observations de 1727, on trouveroit la durée de cette Eclipse, de $1^h\ 53'\ 20''$, plus grande de 9 minutes que celle qui a été observée; ainsi on voit une diminution considérable depuis 1727 jusqu'en 1739, dont il n'est pas aisé de découvrir la marche, car elle ne paroit pas régulière, puisqu'en 1733, la durée des Eclipses a été la même qu'en 1727, comme il paroit par une observation du 2 Mars, où l'immersion du Satellite dans l'ombre arriva à $1^h\ 17'\ 30''$ du matin, & son Emersion à $3^h\ 15'\ 33''$, ce qui donne la durée des Eclipses, de $1^h\ 58'\ 3''$, Jupiter vu du Soleil, étoit à $0^d\ 51'$ du Scorpion, éloigné des limites, de $13^d\ 39'$. A cette distance, suivant

les observations de 1727, on trouve la durée de l'Eclipse, de 1h 58' 14", à 11 secondes près de celle qui a été observée.

La variation de la durée des Eclipses des Satellites de Jupiter sera toujours une source d'erreurs dans le calcul des Immersions & Emersions des Satellites; mais elle n'est pas la seule à craindre, particulierement dans le second Satellite. Les observations de 1715

* Pag. 69. in 4.

& de 1716, qui nous mettent à * l'abri de cette erreur (car on peut tenir compte de la variation de la durée des Eclipses, du moins dans les observations qui sont entre le 23 d'Aout 1715 & le 24 de Février 1716, puisqu'on a déterminé dans ces deux jours la durée des Eclipses, comme il est rapporté dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1729), ces observations, dis-je, nous font voir une inégalité qui monte à 24 minutes, tantot additive, & tantôt soustractive; car on voit que le 22 Juillet, ce Satellite avoit une inégalité soustractive, de 1' 27", Jupiter étoit à 10d 58' du Taureau, éloigné du Soleil, de 78d 25'. Le 23 d'Aout, elle étoit de 12' 19", elle a augmenté jusqu'au mois d'Octobre, & pendant tout ce mois elle a été de 22 minutes, ensuite elle a diminué, puisque le 2 de Novembre, elle n'étoit que de 21 minutes, & le 14 de Décembre, elle n'étoit plus que de 14 minutes; enfin on voit qu'elle avoit changé de dénomination le 24 de Février 1716, jour auquel on a déterminé pour la dernière fois la durée de l'Eclipse, & l'inégalité étoit de 8' 47" additive.

Si

Si on ſuppoſe que la moindre durée des Eclipſes de 1715 ait été telle, qu'on l'a obſervée le 17 Septembre, & qu'elle n'ait changé en 1716, que proportionellement à l'approche de Jupiter aux Nœuds, comme elle a fait depuis le 17 Septembre 1715 juſqu'au 24 Février 1716, & qu'on calcule ſuivant cette hypothèſe les autres obſervations de 1716, on verra que le 21 Avril l'inégalité étoit de 24′ additive, que le 22 Juillet elle étoit encore de 18 minutes, que le 17 Septembre elle n'étoit plus que de 1′ 21″, & qu'enfin le 19 Octobre elle avoit changé de dénomination, & étoit de 13 minutes ſouſtractive, & on pourroit conclurre que la période de cette inégalité a été de 14 mois un peu plus grande que le retour du Soleil à Jupiter, & qu'elle a été ſouſtractive pendant la moitié de cette période, & pendant l'autre moitié elle a été additive. Les obſervations de 1727 & de 1740, confirment la même inégalité, quoiqu'elle ait été un peu différente à égale diſtance de Jupiter au Soleil. Je n'entre point dans le détail de ces obſervations, j'ai même paſſé fort * légerement ſur les obſervations de 1715, parce que je les ai rangées dans une Table avec le lieu de Jupiter & ſa diſtance au Soleil au tems de chaque obſervation, de ſorte que l'on verra d'un coup d'œil la progreſſion de cette inégalité, & on fera plus aiſément la comparaiſon des obſervations de 1715 & de 1716, avec celles des autres années, que je ne le ferois par un long raiſonnement.

* Pag. 70. in 4.

| Dates des Immersions & Emersions. | Heures des Immersions & Emersions. | Inégalités. | Lieu de Jupiter vu du Soleil. | Distance de Jupiter au Soleil. |
|---|---|---|---|---|
| 1715. Juillet... 22 | 12h 38' 8"... Im. | 1' 37" — | 1s 10d 58' | 78d 25' |
| 29 | 15 11 27... Im. | 4 47 — | 1 11 37 | 84 34 |
| Aout.... 23 | 12 15 33... Im. | | | |
| 23 | 14 31 9 envir. Em. | | | |
| 23 | 13 23 21... ó | 12 19 — | 1 13 52 | 106 16 |
| 30 | 14 52 20... Im. | 14 2 — | 1 14 30 | 112 28 |
| Septembre 17 | 9 25 34... Im. | | | |
| 17 | 11 39 54... Em. | 18 44 — | 1 16 6 | 128 13 |
| Octobre.. 1 | 14 40 55... Im. | 22 6 — | 1 17 23 | 140 51 |
| 19 | 9 15 22... Im. | 22 6 — | 1 18 58 | 156 53 |
| 26 | 11 52 43... Im. | 22 12 — | 1 19 37 | 163 20 |
| Novembre 2 | 14 30 15... Im. | 21 18 — | 1 20 15 | 169 50 |
| Décembre 15 | 8 19 4... Em. | 14 7 — | 1 24 4 | 209 17 |
| 1716. Février... 17 | 7 52 49... Em. | 9 11 + | 1 29 46 | 268 36 |
| 24 | 8 11 25... Im. | 8 47 + | 2 0 23 | 275 2 |
| Avril.... 21 | 7 52 30... Em. | 24 21 + | 2 5 25 | 326 20 |
| Juillet... 22 | 15 5 56... Im. | 18 37 + | 2 13 30 | 46 43 |
| Septembre 17 | 11 48 3... Im. | 1 21 + | 2 18 26 | 96 41 |
| Octobre.. 19 | 11 24 1... Im. | 13 11 — | 2 21 11 | 125 42 |
| 1727. Aout.... 15 | 14 21 7... Im. | 12 33 — | 1 17 51 | 95 42 |
| Septembre 9 | 11 29 3... Im. | | | |
| 9 | 13 59 27... Em. | | | |
| 9 | 12 44 15... ó | 19 8 — | 1 20 6 | 116 35 |
| 16 | 14 6 45... Im. | 20 24 — | 1 20 44 | 122 50 |
| Octobre.. 4 | 8 41 9... Im. | 23 52 — | 1 22 19 | 138 44 |
| 25 | 16 36 21... Im. | 21 29 — | 1 24 13 | 158 1 |
| 1740. Février.. 1 | 12 15 30... Em. | 11 28 + | 2 7 37 | 245 27 |
| 19 | 6 51 36... Em. | 17 2 + | 2 9 10 | 261 4 |
| 26 | 7 4 8... Im. | | | |
| 26 | 9 31 23... Em. | | | |
| 26 | 8 17 45... ó | 19 39 + | 2 9 47 | 267 30 |
| Mars.... 4 | 9 43 59... Im. | 21 51 + | 2 10 24 | 273 53 |

Je

*Je ne m'arrêterai pas non plus à faire remarquer que cette inégalité n'a aucun rapport avec la seconde inégalité du prémier Satellite; il suffit de voir qu'elle a commencé entre la Conjonction & la Quadrature, mais beaucoup plus près de la quadrature, & qu'elle a été tantôt additive & tantôt soustractive, au-lieu que la seconde inégalité du prémier commence toujours à l'Opposition, & elle est toujours additive. Mais nous n'avons vu jusqu'ici que des observations faites lorsque Jupiter étoit dans le même Signe du Zodiaque, & nous n'oserions rien conclurre, que nous n'ayons confirmé cette inégalité par des observations faites dans d'autres points. Examinons celles qui peuvent être à l'abri de la variation de la durée des Eclipses, pour ne pas confondre une erreur qui viendroit du défaut de cette connoissance, avec la prétendue inégalité du Satellite.

* Pag. 71. in 4.

Pour cet effet, je considère qu'on peut supposer les Nœuds des Satellites, fixes; car on ne leur a encore reconnu aucun mouvement, & mon Oncle a prouvé que ceux du second Satellite sont encore au même endroit déterminé par les prémières observations de Mr. Cassini. J'examine ensuite dans quelle erreur on peut tomber en se servant des observations éloignées de 25 dégrés des Nœuds, en supposant l'inclinaison variable, à laquelle on a attribué jusqu'à présent la variation de la durée des Eclipses, & je trouve qu'on ne peut se tromper que de 2′ 23″; car par la Table de la demi-durée des Eclipses de Mr. Cassini, qui suppose l'inclinaison de $2^d\ 55'$, &

& le demi-diamètre de l'ombre dans l'Orbe du ſecond Satellite, de 6ᵈ 16′ 16″, on trouve à cette diſtance la demi-durée des Eclipſes, de 1ʰ 27′ 21″, & en ſuppoſant le même demi-diamètre de l'ombre & l'inclinaiſon, de 4ᵈ 32′, on la trouve de 1ʰ 24′ 58″. Mais ſi on ſuppoſe le demi-diamètre de l'ombre, de 6ᵈ 28′, tel que mon Oncle l'a déterminé dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1729, l'erreur ſera moindre; car on trouvera la démi-durée des Eclipſes à la même diſtance de 25 dégrés, de 1ʰ 27′ 49″, dont la différence avec celle que nous avons trouvée

* Pag. 72. in 4. par la Table de Mr. Caſſini, * n'eſt que de 28 ſecondes. Ainſi on peut employer dans cette recherche, ſans aucun ſcrupule, les obſervations éloignées des Nœuds de 25 dégrés. Le nombre en eſt aſſez grand, & nous prouve, à n'en pouvoir douter, que le ſecond Satellite a été ſujet à une inégalité ſynodique, tantôt additive & tantôt ſouſtractive. Mais il y a apparence que cette inégalité eſt compoſée de pluſieurs, & qu'elle vient de différentes cauſes, parmi leſquelles le mouvement de la lumière, ou la cauſe de la ſeconde inégalité du prémier Satellite peut être compriſe; car on voit cette inégalité changer de ſituation, comme ſi la cauſe dont elle eſt produite, alloit de la Conjonction à la Quadrature, de la Quadrature à l'Oppoſition, ainſi de ſuite. Elle eſt nulle dans des années à des endroits où elle eſt la plus grande dans d'autres années, & dans des tems elle eſt additive à la diſtance de Jupiter au

au Soleil, où elle est soustractive dans d'autres tems. Cependant on voit qu'elle se remet à peu-près à la même situation au bout de douze années. Sera-ce un mouvement dans la cause de cette inégalité, comme nous avons dit ci-dessus, ou cette inégalité sera-t-elle compliquée d'une autre inégalité de douze années, semblable à celle du prémier & du quatrième Satellites ? C'est ce que nous n'avons pas pu encore découvrir, & à quoi nous nous proposons de travailler.

## * REFLEXIONS

### *SUR*

### *LES OBSERVATIONS DU BAROMETRE,*

*Faites sur les Montagnes du Puy-de-Dome, du Mont d'Or & du Canigou.*

Par Mr. CASSINI DE THURY (a).

* Pag. 71. in 4.

PARMI plusieurs observations que divers Physiciens & Astronomes nous ont données sur la hauteur où le Mercure reste suspendu dans le Baromètre, à diverses élévations sur le niveau de la Mer, il ne s'en trouve que très peu de faites sur des Montagnes très élévées; elles sont cependant les

(a) 5 Mars 1740.

les plus propres pour connoître l'étendue de notre Atmoſphère, & les différentes raréfactions de l'air à diverſes hauteurs ſur la ſurface de la Terre.

Ayant donc eu occaſion cette année de parcourir les Montagnes d'Auvergne & des Pyrénées, nous avons eu attention, Mr. le Monnier le Médécin & moi, de faire ces expériences ſur pluſieurs Montagnes, dont les hauteurs avoient été déterminées géométriquement, & dont nous nous contenterons de rapporter celles que nous avons faites ſur ces trois Montagnes, les plus élevées de toutes celles que nous avons parcourues. Une des plus célèbres, & en même tems des plus anciennes obſervations qui ayent été faites ſur la hauteur où le Mercure reſte ſuſpendu dans le Baromètre à différentes élévations ſur le niveau de la Mer, eſt celle qui eſt rapportée dans le Traité de l'Equilibre des Liqueurs de Mr. Paſcal, faite à Clermont en Auvergne, & au Puy-de-Dôme, qui eſt une des Montagnes les plus élevées de cette Province, à la diſtance d'environ deux lieues de Clermont. Suivant cette obſervation, qui fut faite le 19 Septembre 1648, le Baromètre étant mis en * expérience dans le Jardin des Minimes, qui eſt le plus bas lieu de cette Ville, l'on trouva que le Mercure reſtoit ſuſpendu à la hauteur de 26po $3^{l}\frac{1}{2}$ dans deux Tuyaux de verre de pareil diamètre, longs de 4 pieds, & ſcellés hermétiquement par un bout; & ayant réïtéré cette expérience deux autres fois, la hau-

* Pag. 74. in 4.

hauteur du Mercure fut toujours trouvée la même.

On arrêta fixement un des Tuyaux pour pouvoir obſerver de moment en moment pendant toute la journée s'il y arriveroit du changement, & l'on porta l'autre Tuyau ſur le haut du Puy-de-Dome, élevé au-deſſus des Minimes d'environ 500 toiſes ; y ayant fait les mêmes expériences qu'aux Minimes, il ſe trouva qu'il ne reſtoit plus dans le Tube que la hauteur de 23 pouces 2 lignes de Vif-argent, ce que l'on réïtéra cinq fois très exactement, en diverſifiant l'expérience, & la faiſant tantôt dans une Chapelle qui étoit alors au haut de la Montagne, tantôt à l'abri, tantôt au vent, tantôt en beau tems, tantôt pendant la pluye & les brouillards qui y ſurvenoient, & l'on trouva toujours la hauteur du Mercure la même, de ſorte que la différence par rapport à celle que l'on avoit trouvée aux Minimes, eſt de 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$. On fit la même expérience en deſcendant de la Montagne, toujours avec le même Tuyau, le même Vif-argent & le même vaiſſeau, en un lieu appellé le Fond-de-l'arbre, & on trouva par trois fois la hauteur du Mercure de 25 pouces 0 l.

On a rapporté toutes ces circonſtances pour faire juger de la préciſion de cette expérience, qui ſemble ne laiſſer rien à deſirer, ſi ce n'eſt qu'on connoiſſe exactement la hauteur du Puy-de-Dome, tant au-deſſus du niveau de la Mer, que ſur la Ville de Clermont, dans l'endroit où ſont placés les Minimes, & que Mr. Perrier a jugé être d'envi-

ron 500 toises, sans avoir marqué si c'est par estime seulement, ou par quelques mesures géométriques, dont il ne donne point le détail.

Dans le Voyage de la Méridienne, qui fut en 1700, l'on mesura successivement les hauteurs des Montagnes des Pyrénées & de l'Auvergne au-dessus du niveau de la Mer, on détermina celle du Puy-de-Dome de 812 toises. A l'égard * de la différence de la hauteur du Puy-de-Dome & des Minimes, on ne l'avoit point déterminée géométriquement, & on s'étoit contenté de la déduire des observations du Baromètre faites à Paris & à Clermont, comme on le peut voir dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1705, où on la trouva de 571 toises.

* Pag. 75. in 4.

Nous jugeames donc non seulement devoir déterminer la hauteur du Puy-de-Dome au-dessus de Clermont, mais aussi devoir répéter les mêmes expériences qui furent faites en 1648.

Nous avions porté de Paris plusieurs Tubes de différent diamètre, que Mr. l'Abbé Nollet avoit choisis, & même remplis de Mercure, ayant bouché les orifices de chaque Tuyau de manière que le Mercure sembloit ne pouvoir en sortir ; mais quelque attention que nous ayons eue, il nous a été impossible dans le cours du voyage de les conserver dans le même état. Nous essayames donc de les remplir avec les mêmes soins, & de la manière que Mr. du Fay dit avoir apprise d'un Vitrier Allemand pour rendre

tout

tout à coup les Baromètres lumineux.

Nous choisîmes parmi nos Tuyaux des Tubes à peu près de même diamètre, mais de différente longueur. Après avoir nettoyé le Mercure, en le faisant passer par un cornet de papier, dont le trou étoit le plus petit qu'il étoit possible, l'on en versoit dans le Tuyau une très petite quantité, & l'on y introduisoit un fil de fer. Ayant allumé dans un rechaud plusieurs charbons ardens, l'on approchoit peu-à-peu de la flamme l'extrémité du Tuyau remplie de Mercure, jusqu'à ce qu'enfin on l'exposât entierement, alors le Mercure bouillonnoit, & l'on voyoit paroître des bulles d'air qui s'évanouissoient en tournant continuellement le Tuyau, & en enfonçant ou en retirant alternativement le fil de fer jusqu'à ce qu'il ne parût aucune bulle d'air; l'on faisoit refroidir ensuite le Tuyau, & on y introduisoit une autre quantité de Mercure, & ainsi successivement jusqu'à ce que le Tuyau fût entierement rempli : on portoit ces Tuyaux dans un lieu * obscur, & en balançant le Mercure, l'on remarquoit si l'espace vuide paroissoit lumineux.

* Pag. 76 in 4.

Cette préparation, qui étoit nécessaire pour rendre les Tubes lumineux, le devenoit aussi pour les expériences que nous voulions faire; car sans examiner quelle est la cause de cette lumière qui paroit dans le vuide du Baromètre, & si cette lumière est une preuve certaine qu'il ne reste aucune bulle d'air dans le Tuyau, il est cependant certain que puisque cette préparation rend

les bulles d'air beaucoup plus ſenſibles, il eſt beaucoup plus facile de les faire ſortir du Tuyau, & par conſéquent le Tube doit être plus exactement chargé & purgé d'air que par les préparations ordinaires : auſſi nous avons toujours remarqué que le Mercure reſtoit ſuſpendu à une plus grande hauteur dans les Tuyaux chargés au feu, que dans les autres qu'on avoit remplis à l'ordinaire.

Pour juger de la hauteur abſolue du Mercure, l'on avoit marqué ſur le Tuyau même, vers les deux extrémités, deux points éloignés l'un de l'autre d'une diſtance connue, & l'on rapportoit à ces deux points la ligne de niveau du Mercure & la hauteur au-deſſus du niveau, on remédioit par-là aux erreurs qui ſe trouvent dans les graduations ordinaires, dont aucunes ne s'accordent enſemble.

Toutes ces préparations étant faites, on renverſoit les Tuyaux dans un même vaſe rempli de Mercure, & l'on remarquoit ſi la ligne de niveau étant la même, la hauteur du Mercure ſe trouvoit auſſi la même dans tous les Tuyaux, & nous avons toujours trouvé que les Tuyaux chargés au feu s'accordoient tous très parfaitement, quoique de différent diamètre & de différente longueur, & nous ne remarquions des différences que dans les Tubes chargés à la manière ordinaire.

Pour pouvoir comparer nos obſervations à celles de Mr. Perrier, nous jugeames devoir les faire de même que lui dans le Jardin des Mi-

Minimes ; Mr. le Monnier se chargea de les faire aux Minimes, tandis que j'irois à la Montagne du Puy-de-Dome.

Le 3 Aout je partis de Clermont à $5^h$ du matin, j'arrivai * à $8^h \frac{1}{4}$ à une Montagne dont la figure ressemble beaucoup à celle du Puy-de-Dome, & comme elle n'est point si élevée, & qu'elle fait encore partie de celle du Puy-de-Dome, on l'appelle le petit Puy-de-Dome ; ayant mis un Tube de 29 pouces de longueur en expérience, je trouvai la hauteur du Mercure de $24^{po}$ $3^l \frac{6}{12}$. * Pag. 77. in 4.

Je montai ensuite au sommet du Puy-de-Dome, où j'arrivai à $9^h \frac{1}{4}$, & le Tube étant mis en expérience, je trouvai la hauteur du Mercure de $23^{po}$ $8^l \frac{4}{12}$, différente de $7^l \frac{2}{12}$ de celle qui avoit avoit été trouvée au petit Puy-de-Dome.

Le tems étoit fort férein, & comme j'avois fait porter un Quart-de-cercle, je pris des angles horisontaux, & j'observai la hauteur du Mont d'Or, de $0^o$ $40'$ $30''$.

Mr. le Monnier m'ayant communiqué l'observation qu'il avoit faite aux Minimes à $9^h$, où il trouva la hauteur du Mercure de $27^{po}$ $0^l$, l'on trouva par la comparaison de cette observation aux deux précédentes, la différence de hauteur du Mercure qui répond à la différente élévation des Minimes & du petit Puy-de-Dome, de $2^{po}$ $8^l \frac{6}{12}$, & l'abaissement du Mercure qui répond à la différence des hauteurs des Minimes & du sommet du Puy-de-Dome, de $3^{po}$ $3^l \frac{8}{12}$, plus grande de 2 lignes que celle que Mr. Perrier a trouvée.

Nous jugeames devoir répéter la même expérience. Le 6 Aout Mr. le Monnier partit de Clermont avec un des deux Tuyaux que l'on avoit comparés la veille, il s'arrêta au Village appellé le Fond-de-l'arbre, où Mr. Perrier avoit fait l'expérience en descendant de la Montagne, sans avoir marqué le lieu de sa station. Mr. le Monnier la fit à une Croix qui est à quelque distance du Village, & il trouva la hauteur du Mercure de 25po 7l $\frac{8}{12}$; il monta ensuite au petit Puy-de-Dome, où il trouva la hauteur du Mercure de 24po 4l $\frac{6}{12}$; enfin il arriva à 9h au sommet du Puy-de-Dome, il y trouva la hauteur du Mercure de 23po 9l $\frac{6}{12}$.

La différence de hauteur du Mercure du petit Puy-de-Dome au grand Puy-de-Dome résulte de cette observation de 7l $\frac{2}{12}$. La différence de la Croix du Fond-de-l'arbre au * haut du Puy-de-Dome sera de 1po 10l $\frac{4}{12}$, plus grande de $\frac{4}{12}$ de ligne que celle que Mr. Perrier a trouvée au Village, dont le terrein est un peu plus bas que celui de la Croix.

* Pag. 78. in 4.

J'allai à 9h $\frac{1}{4}$ au Jardin des Minimes avec deux Tuyaux de différente longueur, je trouvai la hauteur du Mercure avec le Tuyau comparé, de 27po 0l $\frac{1}{2}$, & avec l'autre de 27po 0l $\frac{4}{12}$. Le tems étoit fort serein à Clermont, mais l'on ne voyoit point la cime du Puy-de-Dome, qui étoit enveloppée dans un brouillard fort épais qui se dissipa peu-à-peu, & à 10h l'on voyoit très distinctement le Signal que nous y avions fait élever. Mr. le Monnier, après la première expérience,

avoit

avoit laissé les Tuyaux au haut de la Montagne, & employa le reste de la journée à herboriser. A $3^h$ il recommença l'expérience, le brouillard étoit alors dissipé, & le Ciel étoit fort serein, il trouva la hauteur du Mercure de $23^{po}$ $8^l \frac{11}{12}$. Il repassa par le petit Puy-de-Dome, où il trouva la hauteur du Mercure de $24^{po}$ $3^l$; & quoique les hauteurs absolues fussent différentes, les différences furent trouvées les mêmes. Le tems fut assez constant & uniforme à Clermont, & le Mercure se trouva toute la journée à la même hauteur. Par la comparaison de l'observation faite aux Minimes, avec la prémière faite au Puy-de-Dome, l'on trouve la différence de hauteur du Mercure de $3^{po}$ $3^l$, moindre de $\frac{8}{12}$ de ligne que celle que l'on a trouvée la prémière fois, mais toujours plus grande que celle que Mr. Perrier a observée.

Cette différence de 2 lignes entre l'observation de Mr. Perrier & la notre, paroît d'abord jetter quelque doute sur l'exactitude des observations faites de part & d'autre, cependant si l'on fait attention aux circonstances dans lesquelles ces observations ont été faites, on verra qu'elles peuvent se concilier parfaitement, & donner quelque idée de la manière dont se fait la plus grande ou la plus petite pression de l'air que l'on observe dans le Baromètre dans des tems différens; si celà vient de quelque variation qui survient dans la hauteur de l'Atmosphère, ou si, sans aucun changement dans l'At-

l'Atmoſphère, le même volume d'air devient plus peſant.

* Pag. 79. in 4. * On conſidérera d'abord que dans l'expérience de Mr. Perrier la hauteur du Vif-argent à Clermont étoit de 26$^{po}$ 3$^{l}$, plus petite de 9 lignes que celle que l'on a trouvée en dernier lieu, ce qui prouve que la colomne d'air étoit plus peſante dans notre obſervation que dans celle qui fut faite en 1648. On trouve auſſi que le Mercure a deſcendu de 3$^{po}$ 3$^{l}$ $\frac{8}{12}$ dans l'intervalle entre les Minimes & le haut du Puy-de-Dome, au-lieu qu'en 1648, il ne deſcendit que de 3$^{po}$ 1$^{l}$ $\frac{1}{2}$; d'où il ſuit qu'un pareil volume d'air étoit plus peſant dans l'obſervation de 1739. que dans celle de 1648, car l'étendue de l'air depuis Clermont juſqu'au ſommet de la Montagne, étant chargée d'une plus grande maſſe, devoit être plus comprimée, & faire équilibre avec un plus grand volume de Mercure, comme il eſt arrivé dans l'expérience. L'on pourroit auſſi rendre raiſon de cette différence, en ſuppoſant que le plus ou le moins de hauteur du Baromètre & les différens changemens qu'on y obſerve, viennent de quelque cauſe extérieure qui augmente le poids de l'air, comme on le remarque dans le tems du brouillard, où le Mercure ſe tient ſuſpendu à une plus grande hauteur (ce qui eſt confirmé par la ſeconde expérience que nous avons faite au Puy-de-Dome) dans ce cas l'air contenu dans le même eſpace, doit y peſer davantage que lorſqu'il eſt dégagé de cette matière qui en augmente la peſanteur; ainſi

ainsi de quelque manière que l'on conçoive que se fassent les variations que l'on observe dans la hauteur du Baromètre, le Mercure a dû descendre d'une plus grande quantité dans notre observation que dans celle de Mr. Perrier. Il est à remarquer que par les observations faites à Clermont depuis le 1 Aout 1649, & en 1650 & 1651, la plus grande hauteur du Mercure y a été trouvée le 26 Février 1651 de 26po 11l $\frac{1}{2}$, à peu-près comme dans notre observation, ce qui prouve qu'elle a été faite dans un tems où la colomne d'air étoit plus pesante. L'on voit aussi que la différence entre la hauteur du Mercure sur le haut de la Montagne, dans les deux observations, a été de 6 lignes, au-lieu qu'à Clermont elle a été de 8 lig. $\frac{1}{2}$; d'où il suit que * les variations que l'on observe dans le Baromètre, sont plus petites, plus les lieux sont élevés sur la surface de la terre; & en effet, dans les expériences qui furent faites à Clermont en 1649, 1650 & 1651, la plus grande hauteur du Mercure a été trouvée de 26po 11l $\frac{1}{2}$, & la plus petite de 25po 8l, avec une différence de 1po 3l $\frac{1}{2}$ seulement; au-lieu qu'à Stokholm, qui est au niveau de la Mer, cette différence a été observée pendant les mêmes années de 2po 2l $\frac{1}{4}$, ayant été trouvée le 8 Décembre 1649 de 28po 7l, & le 6 Mai 1650 de 26po 4l $\frac{3}{4}$. Il est vrai que par les expériences faites en même tems à Paris, cette différence n'a été trouvée que de 1po 3l de même qu'à Clermont; mais cette différence observée à Paris, est beaucoup plus petite que celle que l'on y observe ordinairement,

* Pag. 80, in 4.

car

car elle fut trouvée en 1738 de 1po 5l; l'on verra aussi par la comparaison de notre observation avec celle qui fut faite à Paris le même jour, où on trouva la hauteur du Mercure à 7h, de 28po 0l $\frac{1}{4}$, que l'air y étoit aussi plus pesant que dans les tems ordinaires, quoiqu'il ne fût pas cependant à la plus grande hauteur.

Après avoir déterminé la différence de hauteur du Mercure dans l'espace compris entre Clermont & le sommet du Puy-de-Dome, il ne restoit plus que de connoitre la hauteur perpendiculaire du Puy-de-Dome au-dessus des Minimes; nous mesurames pour cet effet dans la place de Jod une base de 169 toises 4 pieds, & ayant observé des deux extrémités les angles de position par rapport au signal du Puy-de-Dome, nous déterminames la distance de l'extrémité septentrionale de la base au signal de 4834 toises. La hauteur du sommet de la Montagne ayant été observée de 6° 37′ 0″, on trouve la hauteur perpendiculaire du Puy-de-Dome au-dessus du niveau de la place de Jod, de 557 toises, la différence de hauteur du petit Puy-de-Dome au grand Puy-de-Dome ayant été trouvée de 1° 0′ 0″, on aura la hauteur du petit Puy-de-Dome au-dessus de la place de Jod, de 473 toises, & la différence de hauteur du petit Puy-de-Dome au grand Puy-de-Dome, de 84 toises à laquelle répondent 7 lignes de
* Pag. 81. in 4. différence * de hauteur du Mercure; la place de Jod est de même niveau que l'Eglise & la Maison des Minimes, mais plus élevée que le Jardin d'environ 6 pieds. Supposant donc

donc les différences de hauteur établies ci-dessus, & la hauteur du Puy-de-Dome au-dessus du niveau de la Mer, de 812 toises, l'on aura la hauteur des Minimes ou de Clermont sur le niveau de la Mer, de 255 toises, celle du petit Puy-de-Dome de 728 toises.

La différence de hauteur du Mercure, observée à Paris & au haut du Puy-de-Dome étant, selon notre observation, de 4po 4l, si l'on y ajoute $4^{l}\frac{1}{6}$ dues à la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la Mer, on aura 4po $8^{l}\frac{1}{6}$ de diminution du Mercure, qui répondent à 812 toises de hauteur sur le niveau de la Mer, ce qui s'accorde mieux à l'expérience faite sur la Montagne de la Coste, plus élevée que le Puy-de-Dome, de 38 toises, où cette différence fut trouvée de 4po 10l; au-lieu que par l'observation de Mr. Perrier faite au Puy-de-Dome, comparée à celle de Paris, cette différence étoit de 4po 11l, plus grande d'une ligne, quoique la différence des hauteurs fût plus petite, ce que feu Mr. Maraldi, dans les Mémoires de l'Académie de 1703, attribue avec raison aux réductions que l'on a été obligé de faire aux observations de Paris où il n'y avoit point eu d'observations correspondantes.

Après avoir fini nos observations au Puy-de-Dome, nous jugeâmes devoir en faire de semblables au Mont d'Or, qui est la Montagne la plus élevée de l'Auvergne, & dont la hauteur perpendiculaire sur le niveau de la Mer, est de 1048 toises.

Cette Montagne est située au Sud-ouest de la

la Ville de Clermont, à la diſtance d'environ huit lieues; le chemin qui y conduit, n'eſt praticable que pour les mulets & les chevaux. Avant que d'arriver à la Montagne, l'on trouve une eſpèce de Vallon où eſt le Village des Bains; les côteaux de ce Vallon ſont formés par différentes pointes qui s'élèvent inſenſiblement juſqu'à la pointe la plus élevée, qui eſt celle du Mont d'Or, & qui ſe préſente dans l'enfoncement du * Vallon, le Village eſt éloigné d'une lieue du ſommet de la pointe la plus élevée. En face du Village, du côté du couchant, l'on voit une pointe aſſez ſingulière par ſa figure, & appellée la Montagne du Capucin, à cauſe d'un Rocher qui en a la reſſemblance; du côté de l'Orient l'on voit une chute d'eau qui ſort par un tuyau, & qui eſt la ſource de la Rivière de Dordogne.

* Pag. 82. in 4.

Dans le Village ſont ces Bains ſi renommés, & que l'on dit avoir été conſtruits du tems de Jules Céſar. Ce lieu ſemble n'être deſtiné que pour les malades, il y a fort peu d'autres habitans, le terrein ne pouvant leur fournir aucune nourriture, de quelque eſpèce que ce ſoit, & ce n'eſt que le concours des malades pendant l'Eté qui fournit à la ſubſiſtance de ceux qui y habitent, & à qui appartiennent les maiſons. Pendant l'hiver, lorſque la neige eſt tombée, ce lieu eſt impraticable, & pendant l'Eté il eſt preſque toujours couvert de brouillard. Il y a deux différens Bains, dont l'un s'appele le Bain de Céſar, & l'autre le grand Bain. L'eau du Bain de Céſar ſemble bouillonner, & ayant enfon-

foncé dedans le Thermomètre de Mr. de Reaumur, le Mercure eſt monté à 36°; l'ayant plongé enſuite dans le grand Bain, où l'eau ſans bouillonner eſt ſimplement chaude, il eſt monté à 35° ½, de ſorte qu'il y a apparence que c'eſt la même ſource, & que le bouillonnement n'eſt pas tant cauſé par la chaleur que par l'eau qui, en s'élevant, forme cette apparence qu'on remarque auſſi dans diverſes Sources d'eau froide, lorſqu'elles ſont abondantes.

Nous fimes l'expérience du Baromètre le 9 Aout au Village avec les mêmes Tuyaux qui avoient ſervi aux expériences du Puy-de-Dome, nous trouvames la hauteur du Mercure, de 24 pouces 10 lignes $\frac{7}{12}$, le Thermomètre étoit à 15 dégrés. Nous partimes enſuite du Village pour aller au haut de la Montagne, il faiſoit beaucoup de brouillard, & il tomboit de la pluye. Nous pouvions aller à la pointe la plus élevée par deux chemins différens; le prémier, en ſuivant le Vallon qui règne depuis le Village juſqu'au pied de la pointe, * & qui eſt d'environ une demi-lieue, l'on peut par ce chemin monter à cheval juſqu'aux deux tiers de la Montagne, mais comme Mr. le Monnier vouloit remarquer en chemin faiſant les Plantes dont il devoit faire enſuite différentes collections, nous jugeames devoir ſuivre le côteau occidental, & monter ſucceſſivement par différentes pointes juſqu'à la plus élevée. Nous montames d'abord à la pointe du Capucin, & le Tube étant mis en expérience, nous trouvames la hauteur du Mercure de 23 pouces

* Pag. 83 in 4.

ces 7 lignes $\frac{6}{12}$, le Thermomètre étoit à 10 degrés $\frac{1}{2}$; nous fuivimes enfuite un chemin fort efcarpé, & après cinq heures de marche, interrompues par les tems de repos & par les remarques que Mr. le Monnier faifoit, nous arrivames à la pointe la plus élevée, le brouillard étoit toujours fort épais, il tomboit de la pluye, & le Thermomètre étoit à 5° $\frac{1}{2}$ au-deffus de la congélation, la hauteur du Mercure fut trouvée de 22po 5l. Nous defcendimes enfuite de la Montagne par un autre chemin, & nous revinmes au Village après avoir employé le refte de la journée à ramaffer des Plantes. Comparant l'obfervation faite à la Montagne du Capucin avec celle que nous avions faite au Village avant que de partir, où elle fut trouvée de 24po 10l $\frac{7}{12}$, l'on aura la différence de hauteur du Mercure au Village & à la Montagne du Capucin, de 1po 3l $\frac{1}{2}$, & celle du Village à la pointe du Mont d'Or de 2po 5l $\frac{7}{12}$.

Le 10 le tems étoit encore plus affreux que la veille, nous fimes l'expérience au Village, & la hauteur du Mercure fut trouvée la même que la veille; le brouillard fe diffipa un peu vers le midi, & l'on découvroit la pointe & même le Signal que nous avions fait élever au haut de la Montagne.

Nous cherchames aux environs du Village, dans le vallon dont nous avons déja parlé, un lieu propre pour y mefurer une Bafe, & nous ne pumes trouver qu'une prairie de 85 toifes de longueur, que je mefurai; la pointe du Mont d'Or paroiffoit élevée de 9°

37',

37', & celle du Capucin, de 17° 40'. Connoissant par le moyen de la petite base, les rapports des distances, l'on trouve la hauteur du Mont d'Or au-dessus * du niveau de la base, qui est à peu-près le même que celui du Village, de 512 toises, & celle du Capucin, de 224 toises environ; car je ne prétends avoir déterminé qu'à peu-près ces hauteurs absolues. * Pag. 84. in 4.

Supposant la hauteur du Mont d'Or au-dessus du niveau de la Mer, de 1048 toises, l'on trouve que celle du Village des Bains est de 536, celle du Capucin, de 760 toises.

L'on remarquera ici que quoique la Montagne du Capucin soit moins élevée que celle du Puy-de-Dome, cependant la hauteur du Mercure y a été trouvée moindre qu'au Puy-de-Dome, ce qui prouve bien ce que nous avons déja avancé ailleurs, que les variations de la hauteur du Mercure ne dépendent pas seulement de la différente longueur de la colomne d'air, mais encore des différens accidens qui en augmentent le poids. Il falloit donc que la pesanteur de l'air fût moindre dans l'expérience faite au Capucin, que dans celle du Puy-de-Dome; & en effet, si l'on compare les observations faites à Paris le 9 Aout, où la hauteur du Mercure fut trouvée de 27po 8l $\frac{3}{12}$, avec celle que l'on y a observée le jour de l'observation du Puy-de-Dome, où on la trouve de 28po 0l $\frac{1}{4}$, l'on verra que l'air étoit plus pesant ce jour-là que le 9 Aout; d'un autre côté, si l'on compare la différence de hauteur du Mercure,

cure, observée au haut du Mont d'Or, avec celle qui a été observée à Paris le même jour & à la même heure, l'on aura une différence de hauteur, de 5po $3^{l}\frac{9}{12}$. Y ajoutant 4 lignes pour la réduction de l'Observatoire au niveau de la Mer, l'on aura 5po $7^{l}\frac{3}{4}$ de différence de hauteur du Mercure, prise au bord de la Mer & à la pointe du Mont d'Or. Suivant la progression établie en 1703, il devoit y avoir une différence de 5po $7^{l}$, ce qui s'accorde assez exactement.

Feu Mr. Maraldi, dans les Mémoires de l'Académie de 1705, rapporte une observation faite par le R. P. Sébastien Truchet, au haut du Mont d'Or, le 8 Juin de la même année, par laquelle il trouva la hauteur du Mercure, de 22po $2^{l}$, moindre de 3 lignes que celle que nous avons trouvée; la * hauteur du Mercure à Paris étoit ce jour-là de 27po $9^{l}\frac{3}{4}$. Comparant ensemble ces deux observations, & faisant toutes les réductions nécessaires, l'on trouve que la différence de hauteur du Mercure au bord de la Mer & au Mont d'Or, est de 5po $11^{l}\frac{2}{3}$, ce qui s'éloigne de 4 lignes de celle qui résulte de la progression établie, & differe du résultat de notre observation.

* Pag. 85. in 4.

Nous séjournames plusieurs jours au Mont d'Or, dans l'attente d'un tems plus favorable pour répéter l'expérience, & y faire diverses autres observations que je m'étois proposées; mais le tems ayant toujours été constamment le même, nous recommençames l'expérience avec le tems ordinaire, c'est-à-dire, avec de la pluye & du brouillard.

Le

Le 11 au matin, nous partimes du Village des Bains, & nous étant égarés dans la Montagne, à cause de l'épaisseur de la brume qui ne permettoit point de distinguer les objets les plus proches; nous n'arrivames que vers les 3 heures au sommet de la Montagne, le brouillard étoit alors moins épais, il tomboit de la pluye, & faisoit beaucoup de vent, la fatigue que nous avions essuyée, la pluye, le vent & le froid qu'il faisoit alors, nous ayant rendu le corps & les mains presque impotentes, nous ne pumes faire l'observation que très imparfaitement, nous trouvames la hauteur du Mercure, de 2[illegible]$^{po}$ $4^{l}$ [illegible]. Nous redescendimes promtement de la Montagne, & nous arrivames au Village avec un tems plus favorable, le Ciel s'étant éclairci, l'on apperçut pendant quelque tems le Soleil. Nous fimes l'expérience en arrivant au Village, & nous trouvames la hauteur du Mercure, de $24^{po}$ $8^{l}\frac{6}{13}$, moindre de $1^{l}\frac{1}{2}$ que nous l'avions trouvée les jours précédens; & dont il est fort aisé de découvrir la cause, puisque l'air devoit être alors moins pesant que dans le tems du brouillard; ce jour-là la hauteur du Mercure à Paris étoit de $27^{po}$ $7^{l}$, moindre de $1^{l}\frac{1}{2}$ que le 9 Aout, conformément à ce que nous avons trouvé.

Ce moment de beau tems ne dura pas, & le lendemain le tems étant toujours le même, ayant perdu toute espérance * de changement dans une saison qui commençoit à être fort avancée pour ces païs-là, étant appellé d'ailleurs à mes observations ordinaires, je

* Pag. 186. in 4.

me trouvai obligé d'abandonner cette Montagne, avant d'y avoir pu faire aucune observation des objets que l'on devoit découvrir de cette élévation, qui, comme nous l'avons déja remarqué, domine sur toutes les autres Montagnes d'Auvergne.

Je pourrois rapporter ici diverses autres expériences faites dans le cours de notre Voyage sur d'autres Montagnes moins élevées, mais comme elles n'ont rien de particulier, je vais passer tout de suite à celles que nous avons faites au Canigou.

Cette Montagne est située au Sud-ouest de Perpignan, la distance de la Tour St. Jaques de cette Ville à la pointe la plus élevée, a été déterminée de 23946 toises, & sa hauteur perpendiculaire au dessus du niveau de la Mer, de 1441 toises; elle peut être regardée comme une des plus élevées des Pyrenées, & l'est en effet de toutes celles que l'on a déterminées jusqu'à présent. Pendant plus de la moitié de l'année, cette Montagne est couverte de neiges, & pour lors son abord est impraticable, mais pendant l'Eté & au commencement de l'Automne, on peut monter très facilement jusqu'à la pointe la plus élevée.

Mr. de Plantade est le prémier qui a fait l'expérience de la hauteur du Baromètre au Canigou, & quoiqu'il y ait apporté toute l'exactitude dont il est capable, il étoit cependant très utile de la confirmer par une seconde, d'autant plus que ses observations lui avoient donné lieu à quelques remarques assez singulières; & qui par conséquent

quent ne pouvoient être trop prouvées.

Je ne rapporterai point ici les singularités & détails de ces expériences, mon Pere en ayant déja rendu compte à l'Académie: il me suffira de dire qu'il y avoit à désirer dans l'expérience de Mr. de Plantade, que l'on eût fait au bord de la Mer des observations correspondantes aux siennes, c'est-à-dire, dans le même tems, & avec des Tubes comparés; car autrement on ne peut déduire avec exactitude la différence * de hauteur du Mercure au bord de la Mer & au lieu où l'on a fait l'observation; de plus une seule expérience ne suffisoit pas pour reconnoitre si les variations de la hauteur du Mercure étoient aussi grandes sur les lieux élevés que celles qu'on observe au bord de la Mer, dans différens tems; remarque que nous avions déja faite, mais qui avoit besoin d'une nouvelle confirmation; enfin il étoit fort avantageux de connoître le dégré du Thermomètre dans le tems que l'on feroit l'observation du Baromètre, car il doit y avoir un si grand rapport entre les différentes hauteurs du Mercure dans le Baromètre, & les différens degrés de condensation ou de dilatation de l'air, que cela nous a donné lieu de penser à une expérience concernant le Thermomètre, qui étoit de savoir si le terme de l'eau bouillante ou de la congélation, étoit le même au bord de la Mer que sur des lieux élevés; quelques expériences que nous avions déja faites sur des Montagnes peu élevées, nous avoient fait remarquer quelques variations, mais il étoit nécessaire de les ren-

* Pag 78. in 4.

 dre

dre plus sensibles en choisissant des lieux très élevés; tous ces différens motifs nous parurent suffisans pour devoir recommencer cette expérience.

Nous remplimes pour cet effet plusieurs tubes de différent diamètre, de la manière que nous avons déja expliquée; & comme dans les expériences que l'on a faites jusqu'à présent, l'on s'étoit contenté d'employer des Baromètres chargés à la manière ordinaire, ce qui doit causer une différence dans la hauteur absolue du Mercure, & semble n'en devoir produire aucune dans les différences de hauteur, nous en chargeames quelques-uns sans feu, nous fimes l'expérience avec tous ces tuyaux plongés dans un même vase; la hauteur du Mercure fut trouvée la même dans tous les tuyaux chargés au feu, & moindre de 2 lignes dans les tuyaux de même diamètre & longueur, chargés à l'ordinaire.

Nous laissames à Mr. l'Abbé de la Caille, qui devoit faire les observations correspondantes au bord de la Mer, deux tuyaux de deux espèces, c'est-à-dire, l'un chargé au feu, & l'autre à la manière ordinaire.

* Pag 88. in 4. * Tous nos préparatifs étant faits, nous partimes, Mr. le Monnier & moi, de Perpignan le 25 Septembre, nous suivimes le chemin que plusieurs personnes nous avoient indiqué, nous passames par Villefranche, où nous fimes l'expérience avec un Tube de 2 lignes de diamètre; la hauteur du Mercure fut trouvée de 26po $7^{l}\frac{11}{12}$, elle fut trouvée dans le Tuyau capillaire, de 26po $6^{l}\frac{5}{12}$. De Villefranche, nous montames à l'Abbayé St. Mar-

Martin du Canigou, cette Abayé est située au couchant de Canigou, son élévation n'est environ que le tiers de celle du Canigou, elle est bâtie sur le roc, & de tous côtés l'on ne voit que des précipices affreux, son exposition singuliere rend ce lieu fort fréquenté pendant l'Eté & l'on croit être monté au Canigou lorsqu'on est venu à cette Abbayé, & c'étoit certainement le Canigou des gens qui nous avoient indiqué ce chemin, nous fimes l'expérience le 27 à 8 heures du matin dans l'Abbayé, le Thermomètre étoit à 12 dégrés, & la hauteur du Mercure fut trouvée de 24po 20l.

De l'Abbayé l'on peut monter tout droit à la pointe du Canigou, en suivant un chemin qui n'est guère pratiqué que par les chèvres, & comme nous avions avec nous des bêtes chargées de nos équipages, & des provisions nécessaires pour la vie, nous fumes obligés de descendre de l'Abbayé pour prendre le chemin qui conduit à Pra de-Mouillou. Après quatre heures de marche nous arrivames à une plaine où nous n'étions guère plus élevés qu'à l'Abbayé; nous avions à notre gauche la pointe occidentale & la plus élevée du Canigou, devant nous la pointe orientale moins élevée que l'autre, & il falloit que nous montassions à cette pointe pour en redescendre ensuite, & traverser une espèce de Vallon qu'on appelle le Clos du Canigou, & qui forme la séparation des deux pointes; ce chemin n'étoit praticable que pour des gens de pied, de sorte que nous fumes obligés d'y laisser nos chevaux & nos

équipages. Après neuf heures de marche par des chemins eſcarpés, nous arrivames au pied de la pointe orientale & dans cette eſpèce de Vallon dont nous avons * parlé; comme il faiſoit nuit, & que le brouillard étoit fort épais, nous ne pouvions guère juger à quelle diſtance nous étions encore de la pointe occidentale; nous y paſſames la nuit, & le brouillard s'étant diſſipé peu à peu, nous continuames à diſtinguer les objets qui nous environnoient. Nous découvrimes d'abord un étang au milieu du Vallon, & dans l'enfoncement du Vallon pluſieurs monceaux de glace & de neiges, élevés en forme de rochers; ces rochers de glace ſont en tout tems à l'abri des rayons du Soleil, de ſorte que cette glace ne peut jamais fondre, il ne peut s'en former que toutes les années de nouvelle, & comme elle n'eſt point d'abord ſi dure que l'ancienne, ni même de couleur ſemblable, les gens du païs croyent que cette différente couleur de la glace dénote quelque choſe de particulier dans l'eau qui la forme, & vous aſſurent qu'au Canigou l'on voit de la glace verte, blanche & de toute autre couleur.

* Pag. 89 in 4.

Le lendemain nous montames en deux heures de tems au haut de la pointe la plus élevée, où nous trouvames les reſtes de la Pyramide qui fut élevée en 1701; dans l'axe de la Pyramide l'on avoit placé une Croix de fer, & nous fumes fort ſurpris de la voir dans le même état que ſi elle ſortoit des mains de l'ouvrier, c'eſt à dire, ſans aucune apparence de rouille ni de diminution dans ſa

maſſe.

maſſe. Le tems étoit fort calme, & le Thermomètre étoit à 5° au-deſſus de la congélation; nous fimes l'expérience le 28 à $9^h$ du matin, & la hauteur du Mercure fut trouvée dans le Tuyau.

| | | |
|---|---|---|
| Chargé au feu, de....... | 20P° | 2l $\frac{3}{4}$. |
| Chargé à l'ordinaire, de... | 20 | 0 $\frac{1}{3}$. |
| Tuyau capillaire, de...... | 19 | 11 $\frac{2}{3}$. |

Nous répetames l'expérience d'heure en heure juſqu'à midi, & nous ne remarquames aucune variation ſenſible dans les hauteurs.

Nous deſcendimes enſuite de la pointe; & Mr. le Monnier, en chemin faiſant, examina les Plantes que produit cette Montagne, qui ne ſont pas abondantes dans la partie la plus * élevée, le fond du terrain n'étant que de pierrailles & de roches. * Pag. 90. in 4.

Nous ne fumes point tentées de reprendre notre prémier chemin, nous envoyames un de nos guides donner de nos nouvelles à l'Abbayé, où on nous attendoit, & nous préférames de ſuivre un chemin qui nous étoit inconnu.

Nous ſuivimes la gorge de la Montagne & le courant d'un ruiſſeau dont la ſource ſe forme au clos du Canigou, & qui ſe réunit à la Tech; en cinq heures de marche nous arrivames à un Village appellé Filiol, & qui eſt au pied de la Montagne. Les habitans de ce Village vont chercher de la glace au clos du Canigou, en deſcendent avec des mules chargées, & vont enſuite la diſtribuer dans les païs circonvoiſins; ainſi l'on peut juger combien ce chemin eſt préferable à l'autre, & c'eſt certainement le plus court & le plus

beau chemin que l'on puiſſe ſuivre pour aller à la Pointe du Canigou, puiſque l'on peut monter aiſément à cheval juſqu'au pied de la pointe, & qu'il ne faut plus que deux henres de marche pour être à la pointe du Canigou.

Nous repartimes le lendemain de Filiol, & nous arrivames de très bonne heure à Perpignan.

M. l'Abbé de la Caille nous communiqua les expériences qu'il avoit faites au bord de la Mer le 18, aux mêmes heures que nous les avions faites à la pointe du Canigou. Le Thermomètre étoit à 19°, il faiſoit beaucoup de brouillard dans la plaine & au bord de la Mer, & le vent étoit aſſez violent; il trouva la hauteur du Mercure dans le Tuyau.

Chargé au feu, de....... 28po 1l ½.
Chargé à l'ordinaire, de... 27 11 ⅓.

Il continua ces expériences juſqu'à midi, & ne remarqua aucune variation ſenſible dans les hauteurs.

Comparant l'obſervation faite au Canigou avec celle qui a été faite au bord de la Mer, l'on trouve une diminution de hauteur du Mercure dans le Tuyau

Chargé au feu, de........ 7po 11l ¼.
Chargé à l'ordinaire, de.... 7 1.

* Pag. 91. in 4. * Si au-lieu de ſe ſervir de l'obſervation directe faite au bord de la Mer, l'on eût déduit cette différence des obſervations faites à Paris, où la hauteur du Mercure fut trouvée le même jour du 27po 8l ⅔; l'on auroit trouvé une différence entre la hauteur du Mer-

Mercure observée à Paris & au Canigou de $7^{po}\ 6^{l}\frac{1}{12}$; y ajoutant $4^{l}\frac{1}{6}$ dues à la hauteur de l'Observatoire au-dessus du niveau de la Mer, l'on aura la différence de hauteur du Mercure prise au niveau de la Mer & à la pointe du Canigou, de $7^{po}\ 10^{l}\frac{1}{4}$, ce qui ne diffère que de trois quarts de ligne de ce qui résulte de l'observation directe, ce qui fait voir que quoique l'observation immédiate soit toujours préférable aux autres, l'on peut cependant employer très utilement des observations, quoique faites dans des païs éloignés & sous des climats differens, pour en déduire la différence de hauteur des unes par rapport aux autres, & même les rapporter au niveau de la Mer.

Nous avions commencé nos expériences à Perpignan le 27 Septembre, on les faisoit dans un lieu élevé au-dessus du niveau de la Mer, de 21 toises, & nous les continuames jusqu'au 12 du mois suivant, je vais les rapporter ici.

| | *A Perpignan.* | | | *A l'Observ. de Paris.* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le 27 SEPTEMBRE à | $8^{h}$.. | $27^{po}$ | $11^{l}\frac{1}{4}$ | à $7^{h}$... | $27^{po}$ | $9\frac{1}{2}$ |
| 28 Therm. à 14°. | 6 .. | 27 | $10\frac{5}{12}$ | ..... | 27 | $8\frac{2}{3}$ |
| 29 vent violent. | 12 .. | 27 | 8 | ..... | 27 | 8 |
| 30 ........... | 9 .. | 28 | $8\frac{3}{4}$ | ..... | 27 | 10 |
| 2 OCTOBRE... | 12 .. | 28 | 1 | ..... | 27 | $11\frac{3}{4}$ |
| 3 Therm. à 17°.. | 12 .. | 28 | $2\frac{2}{3}$ | ..... | 27 | $11\frac{1}{3}$ |
| 7 ........... | 12 .. | 28 | $1\frac{1}{24}$ | ..... | 27 | $10\frac{1}{2}$ |
| 8 il fait du vent. | 12 .. | 27 | $11\frac{7}{12}$ | ..... | 27 | 8 |
| 9 ........... | 12 .. | 27 | $8\frac{2}{3}$ | ..... | 27 | $5\frac{11}{12}$ |
| 11 Therm. à 16°. | 12 .. | 27 | $8\frac{2}{3}$ | ..... | 27 | 6 |
| 12 ........... | 12 .. | 27 | 10 | ..... | 27 | $6\frac{11}{12}$ |

En comparant nos observations faites à Perpignan, avec celles qui ont été faites à l'Observatoire, l'on peut remarquer que les variations dans les hauteurs du Mercure observées * dans ces deux lieux, sont à peu-près les mêmes; que la plus grande différence de hauteur du Mercure observée à Perpignan, a été du 8 au 9 Octobre, où la différence a été trouvée de $2\frac{1}{4}$, précisément de même qu'elle se trouve à Paris entre les observations faites le même jour, de sorte que l'on pourroit dire que les variations que l'on observe dans la hauteur du Mercure, sont à peu-près les mêmes dans les lieux qui sont également élevés sur la surface de la Mer, quoique ces lieux soient fort éloignés les uns des autres.

* Pag. 92 in 4.

L'on remarquera aussi que la plus petite hauteur du Mercure observée à Perpignan, a été le 29 Septembre, où le vent étoit très violent, ce qui confirme ce qui a déja été prouvé par plusieurs expériences que le vent influoit beaucoup sur la hauteur du Mercure dans le Baromètre.

La prémière expérience que nous avions faite au Canigou, nous avoit donné la différence de hauteur du Mercure au niveau de la Mer & au Canigou, mais elle ne nous avoit pas appris si les variations sont les mêmes au niveau de la Mer & au bord de la Mer; il falloit donc faire une seconde expérience dans une température d'air différente de la prémière, il nous restoit de plus l'expérience concernant le Thermomètre, que nous avions remise au second voyage, & que nous differames en attendant au changement dans le tems.

Nous

Nous construisîmes deux Thermomètres à Mercure, & nous primes sur ces deux Thermomètres le dégré de congélation & le terme de l'eau bouillante, & nous comparames la graduation de ces Thermomètres à celle du Thermomètre à Esprit-de-vin, construit sur les principes de Mr. de Reaumur. Nous conservames dans une bouteille la même eau, & le même vase où elle avoit bouilli, pour que toutes choses fussent égales de part & d'autre.

Mr. le Monnier partit le 4 Octobre de Perpignan, & arriva le 6 au sommet de la Montagne. Le tems étoit fort férein, le Thermomètre exposé au Soleil, étoit au 20°; il fit, en arrivant, l'expérience de la hauteur du Mercure, qu'il trouva de $20^{p°}\ 2^{l}\frac{1}{12}$, à demi-ligne près de celle que l'on avoit * trouvée la prémière fois. Ayant fait bouillir ensuite l'eau qu'il avoit portée, il y trempa son Thermomètre construit à Perpignan, le Baromètre étant $28^{p°}\ 2^{l}$, & il trouva que le terme de l'eau bouillante étoit plus bas de 15° de la graduation de Mr. Delisle, qui répondent à 9° environ de celle de Mr. de Reaumur. Il enfonça ensuite la boule du Thermomètre dans de la neige ramassée & exposée au Soleil, & le Mercure descendit au même point qu'à Perpignan. Il résulte de cette expérience que la différente pesanteur de l'air influe sur la chaleur de l'eau bouillante, & nullement sur la congélation.

* Pag. 93. in 4.

J'allai sur le bord de la Mer le même jour que Mr. le Monnier faisoit l'expérience au Canigou, le tems étoit fort beau, calme, & il ne faisoit point de brouillard comme la

prémière fois, la hauteur du Mercure fut trouvée de $28^{po}\ 3^{l}\frac{1}{12}$, plus grande de près de 2 lignes que la prémière fois. Il paroit d'abord singulier que la hauteur du Mercure ait été trouvée plus grande dans un tems sérein que par un tems de brouillard, mais l'on pourroit dire aussi que dans la prémière observation une cause contraire, telle que le vent qu'il faisoit alors, avoit eu plus d'action sur le Mercure pour le faire descendre, que l'augmentation du poids de l'air pour le faire monter.

Par l'observation faite à Paris le 6 Octobre, où la hauteur du Mercure fut trouvée de $27^{po}\ 10^{l}\frac{3}{4}$, l'on voit que la hauteur du Mercure étoit plus grande le 6 Octobre que le 4 du même mois, de près de deux lignes, comme on le trouve dans notre expérience, ce qui prouve ce que nous avons avancé ailleurs, que les variations qui arrivent dans une partie de notre Atmosphère, se font ressentir presque dans toute son étendue. Je pourrois faire remarquer aussi ce que nous avons déja dit à l'occasion des observations du Puy-de Dome, que la hauteur du Mercure ayant été plus grande au bord de la Mer le jour de la seconde expérience faite au Canigou, par conséquent la différence de diminution de hauteur du Mercure a dû être aussi
* Pag. 94 in 4. plus grande dans l'intervalle compris * entre le bord de la Mer & le Canigou, comme nous le donne l'expérience de $8^{po}\ 0^{l}\frac{10}{12}$.

Ainsi l'on voit que toutes nos expériences faites sur ces trois Montagnes différentes, s'accordent assez entre elles pour les consé-

quen-

quences que nous en avons tirées. Elles prouvent.

1. Que la variation de hauteur du Mercure dans le Baromètre, correſpondante à la différente élévation des lieux, ne ſuit aucune progreſſion uniforme, y ayant près d'un pouce de différence dans l'obſervation faite au Canigou, de celle qui réſultoit de la progreſſion établie en 1703, & fondée ſur des obſervations faites ſur des Montagnes peu élevées, & aucune des autres hypothèſes que l'on a faites depuis pour pouvoir concilier les obſervations, n'a pu ſatisfaire aux différences qui ſe rencontroient dans pluſieurs obſervations dont on ne pouvoit ſoupçonner l'exactitude.

2. Que la variation de la hauteur du Mercure, correſpondante à une même différence de hauteur, n'eſt pas toujours uniforme, puiſque les variations ne ſont pas de la même quantité dans les deux termes de comparaiſon, & que leur quantité dépend de l'élévation des lieux au-deſſus du niveau de la Mer, & qu'elle eſt moindre dans les lieux élevés qu'au bord de la Mer; ce qui eſt prouvé par les obſervations faites au Puy-de-Dome & au Canigou, où la hauteur du Mercure a été trouvée la même dans les deux obſervations différentes que nous avons faites, & encore la même que celle que Mr. de Plantade a trouvée dans l'expérience qu'il a faite dans une autre ſaiſon.

3. Que les variations que l'on obſerve dans le Baromètre, peuvent être cauſées par les différens accidens qui arrivent dans la tempéra-

rature de l'air, c'est-à-dire, par le brouillard, la pluye, le vent, &c.

4. Que l'on peut comparer très utilement les observations faites dans des lieux éloignés & sous des climats un peu différens, puisque les variations que nous avons observées dans les hauteurs du Mercure, ont été presque les mêmes * que celles que l'on a observées à Paris. Je ne crois pas qu'on doive trop étendre cette proposition, & lorsque les climats seront tout-à-fait différens, je crois qu'il pourroit se faire que les variations fussent entierement contraires les unes aux autres; mais il étoit bon de faire remarquer que dans la France ces variations sont assez uniformes, si l'on distingue les accidens qui peuvent arriver dans la température de l'air, & qui ne doivent pas être communs à tous les lieux, tels qu'un orage ou un ouragant, comme il paroit par l'observation faite à Perpignan le 29 Septembre, où le vent étoit très violent; la hauteur du Mercure a varié, du 28 au 29 Septembre, de près de 2 lignes, tandis qu'à Paris elle n'a presque point varié.

* Pag. 95. in 4.

* MO-

# * MOYEN DE PREPARER QUELQUES RACINES A LA MANIERE DES ORIENTAUX.

* Pag. 196. in 4.

Par Mr. GEOFROY (a).

L'ETUDE de la Botanique nous donne la connoissance des Plantes, les expériences réitérées nous en font connoitre les propriétés dans les Arts, & les vertus dans la Médécine; ainsi l'on ne sauroit répéter ces expériences avec trop de soin, si l'on veut être certain des usages auxquels on les destine. Le hazard a souvent beaucoup de part aux découvertes; souvent aussi la prétendue ressemblance de la racine, de la fleur, ou de quelque autre partie de la Plante avec certaines parties du Corps humain, a paru être une judication suffisante pour les appliquer aux maladies dont ces parties étoient affectées. Ce préjugé a rarement été confirmé par le succès, mais enfin il l'a été quelquefois, & cela suffit pour qu'on soit autorisé à faire des tentatives nouvelles, à vérifier les faits avancés par les Auteurs anciens.

La difficulté consiste souvent à reconnoitre les Plantes dont ils ont vanté les propriétés; même

(a) 9 Juillet 1740.

même à reconnoitre celles qui nous arrivent toutes préparées des Païs étrangers, ou simplement altérées par leur transport, par le climat, par leur culture. Nous avons vû depuis un petit nombre d'années, le Café varier de figure, de couleur, d'odeur & de gout, quoique ce soit le fruit d'un Arbre reconnu pour être constamment le même. Depuis que les Moscovites ont établi leur Commerce dans les Etats les plus éloignés de l'Asie, nous avons trouvé des variétés très sensibles dans la Rhubarbe; le transport de cette racine, plus promt par la Moscovie que par les Caravanes du Levant, semble être seul la cause de ces différences, puisque celle que nous tirons du Nord, * qui ne paroit pas d'abord être la même que celle du Levant, seulement parce qu'elle est plus nouvelle, prend en la gardant & en la laissant sécher quelque tems, la même couleur, la même consistance & le même gout que celle qui nous vient par les Bâtimens de Marseille.

* Pag. 97. in 4.

On nous apporte aussi du Levant des racines qu'on ne peut reconnoitre sans cette connoissance qu'une longue habitude donne aux Botanistes, parce que ces racines sont déguisées par les préparations que les Orientaux leur ont données: préparations qu'il faut presque toujours deviner, si l'on cherche à les imiter.

Le *Salep* des Turcs est de ce nombre. On a découvert en l'examinant avec attention, que c'étoit une espèce d'*Orchis* ou de *Satirion*, qui emprunte son nom de la figure extérieure de sa racine, & qui n'avoit été mise par les modernes au nombre des Plantes usuel-

usuelles & dans la classe des Aléxitaires, qu'à cause des vertus fortifiantes & restaurantes que les Anciens lui ont attribuées, sans doute à cause de la figure de cette racine, qui ressemble à deux bulbes accolées l'une à l'autre.

Persuadé qu'on pourroit préparer le *Salep* des Turcs avec les *Orchis* qui croissent & qui sont assez communs dans notre climat, si l'on pouvoit trouver l'art de leur donner la même transparence, j'ai fait plusieurs essais, & tenté d'employer sur l'*Orchis* ce que j'ai trouvé décrit dans le *Fasciculus Amœnitatum exoticarum* de Kempfer, au sujet de la préparation du Ginseng de la Chine. Selon cet Auteur, on lui donne de la transparence en faisant macérer cette racine fraiche dans de l'eau de Ris froide, pendant trois jours, puis l'exposant ensuite à la vapeur de cette eau dans des vaisseaux fermés. Alors, dit-il, si l'on fait sécher cette racine ainsi préparée, elle en devient plus dure, de couleur rousse & transparente comme une résine, ce qui est, ajoute-t-il, une marque de sa bonté.

Tout le Ginseng de la Chine n'a pas cette transparence, & j'en conserve dans ma collection d'Histoire Naturelle un morceau apporté autrefois par les Ambassadeurs de Siam, * qui n'a point acquis en vieillissant, ni la couleur, ni la transparence du Ginseng préparé; ainsi ce n'est pas le tems qui lui donne cette qualité, comme il la donne quelquefois à d'autres racines pleines de suc & à des fibres très déliés, qui étant bien sèches, ont beaucoup moins d'opacité, & ressemblent à peu

* Pag. 98. in 4°

peu près à la Corne. Si l'on tentoit cette pratique sur le Ginseng du Canada, il n'y a point de doute qu'on ne parvînt à le rendre semblable au Ginseng Chinois préparé. Je l'ai essayé sur quelques racines de Plantes ombellifères, & sur-tout sur celle du Cherui, que j'ai rendue transparente en la faisant simplement bouillir dans de l'eau commune, & l'exposant ensuite à l'air pour la faire sécher.

J'ai encore observé que cette racine étrangère que nous tirons de l'Arabie, & que par cette raison on nomme *Costus Arabicus*, pourroit bien être une espèce de racine qui approche de l'*Enula*. Au moins notre *Enula* choisie, bien nourrie, séchée avec soin & gardée longtems prend-elle l'odeur du *Costus*, & n'a-t-elle plus cette forte odeur qu'ont toutes les racines d'*Enula* que nos Herboristes nous apportent des Montagnes. Peut-être pourroit elle remplacer le *Costus*, si l'on cessoit d'en apporter du Levant.

A l'égard du *Salep* des Turcs, c'est une racine blanche ou roussatre, selon qu'elle est plus ou moins récente : les Orientaux nous l'envoyent transparente & enfilée avec un fil de coton. Elle est en usage pour rétablir les forces épuisées. C'est un restaurant pour les Pthisiques, & on la donne avec succès dans les dissentiers bilieuses, selon Degnerus qui a publié deux Dissertations sur cette maladie, & qui se servoit alors du Salep des Turcs, comme d'un remède, pour ainsi dire, spécifique. Quoiqu'il en soit, j'ai observé que c'étoit un remède adoucissant, reprimant l'a-

l'acreté de la lymphe, & d'un aſſez promt ſecours dans pluſieurs cas; qu'ainſi on le pourroit mettre en uſage dans les campagnes, & ſur tout dans les endroits où les Orchis croiſſent en abondance. On pourra l'employer en boiſſon au autrement, dans les maladies dont je viens de parler, ſon efficacité y eſt * plus aſſurée que dans les autres cas pour leſquels on l'employoit autrefois. Mais il ſemble que cette racine réuſſit mieux, préparée comme le Salep des Turcs, que donnée ſans préparation, & voici comment je les ai imités.

* Pag. 99. in 4.

Si l'on tente de faire ſécher les racines ou bulbes de nos Orchis, avant que d'en avoir enlevé l'écorce, on n'y réuſſit pas, elles reſtent mollaſſes, bruniſſent, & s'humectent trop facilement à la moindre humidité. Mais après avoir choiſi les racines les plus nourries, j'en fais ôter la peau, je les fais jetter dans l'eau froide, & après qu'elles y ont ſéjourné quelques heures, je les fais cuire dans une ſuffiſante quantité d'eau, je les fais égoutter, puis je les enfile pour les laiſſer ſécher à l'air, choiſiſſant pour cette préparation un tems ſec & chaud. Elles deviennent tranſparentes, elles reſſemblent à des morceaux de Gomme Adragant, & demeurent très dures. On les peut conſerver ſaines tant qu'on voudra, pourvu qu'on les tienne dans un lieu ſec; au-lieu que les racines qu'on a fait ſécher ſans cette préparation, s'humectent, comme je l'ai dit, & moiſiſſent pour peu que le tems ſoit pluvieux pendant pluſieurs jours.

Ainſi

Ainsi préparées, on peut les réduire en poudre aussi fine que l'on veut, on en prend le poids de 21 grains qu'on humecte peu-à-peu d'eau bouillante, la poudre s'y fond entiérement, & forme un mucilage qu'on peut étendre par ébullition dans une chopine en trois demi-septiers d'eau; & l'on est le maitre de rendre cette boisson plus agréable en y ajoutant le Sucre & quelques légers parfums: cette poudre peut aussi s'allier au lait qu'on a conseillé aux malades affectés de maladie de poitrine.

Si l'on évapore sur des assiettes de fayence l'eau dans laquelle on a fait cuire ces racines il y reste un extrait visqueux dont l'odeur mélangée est la même que celle d'une Prairie en fleurs, quand on y passe au-dessous du vent. On pourroit aussi la comparer à celle du Melilot. La fleur de l'Orchis qui commence à se faner, a aussi cette odeur.

* Pag. 100. in 4.

## * SUR LA TRISECTION DE L'ANGLE.

Par Mr. Nicole (a).

LA manière dont on considère dans ce Mémoire la question de la Trisection de l'Angle, fait trouver une infinité de cordes dans le Cercle, qui prises trois à trois, ex-

(a) 6 Aout 1740.

exprimeut toujours les trois Racines de l'Equation du 3me. dégré à laquelle ce Problème se réduit.

La prémière de ces trois cordes divise un Arc en trois parties égales; la seconde divise le complément de cet Arc à 360 dégrés aussi en trois parties égales; & la 3m. corde égale à la somme des deux autres, divise encore en trois parties égales l'Arc composé de la circonférence entière du Cercle, & de l'Arc qui appartient à la prémière de ces trois cordes.

Cette 3me. corde a encore une autre propriété, c'est que celle de son complément à 180 dégrés, divise aussi en trois parties égales l'Arc, complément au demi-Cercle de celui qui est divisé en trois parties égales par la prémière des trois cordes, & par-là on voit que lorsque l'on peut diviser un Arc en trois parties égales, on divise de même son complément à deux Angles droits & son complément à quatre Angles droits.

L'expression algébrique & indéterminée que l'on trouve dans ce Mémoire pour chacune de ces trois cordes, & pour celle qui appartient à l'Arc qui doit être coupé en trois parties égales par une de ces cordes, sont quatre formules générales dans lesquelles si l'on donne telle valeur que l'on veut à l'indéterminée qui y entre, on trouve aussitôt & la corde de l'Arc qui doit être coupé en trois parties égales, & les trois cordes qui sont les Racines de l'Equation du 3me. dégré que fournit le Problème rélativement à ce cas.

Cette

Cette manière de considérer la question, n'est que l'inverse * du Problème de la Trisection de l'Angle; mais par la construction qu'elle fournit pour déterminer la corde de l'arc qui doit être coupé en trois parties égales, elle donne le moyen d'exécuter un mouvement continu qui résout le Problème direct : elle a encore cet avantage, qu'elle fait découvrir une propriété nouvelle du Cercle. Cette propriété est, que deux cordes égales ou inégales, faisant entre elles & à la circonférence du Cercle un Angle de 120 dégrés, cet Angle est toujours coupé en deux également par une 3me. corde qui est égale à la somme des deux autres, & ces trois cordes sont toujours les trois racines de l'Equation du 3me. dégré. qui résulte de la Trisection de l'Angle.

* Pag. 101. in 4.

I. Soit le demi-Cercle $ADECGB$, (a) & la corde $DG$ parallèle au diamètre $AB$.

On demande le point $E$ sur l'arc $DECG$, par lequel tirant la corde $EC$ parallèle à $DG$, cette corde $EC$ divise l'arc donné $DECG$ en trois parties égales.

Soit supposé $DE = EC = CG$, si l'on mène du centre $O$ les rayons $OE$, $OC$, qui coupent $DG$ en $M$ & $N$, les triangles $OEC$, $OMN$, seront isocèles & semblables; de plus l'angle $OEC$ est par la supposition égal à l'angle $OED$, & est alterne à l'angle $DME$, les triangles $DEM$, $GNC$, font donc aussi isocèles, & semblables aux deux premiers $OEC$, $OMN$.

Si

(a) Fig. 1.

Si l'on fait $AB = 2a$, $DG = b$, $MD = DE = EC = CG = GN = x$, on aura $MN = b - 2x$; cela posé, les triangles semblables $ODE$, $DEM$, donneront $OD$ ($a$) : $DE$ ($x$) : : $DE$ ($x$) . $EM = \frac{xx}{a}$, donc $OM = a - \frac{xx}{a}$, & les triangles semblables $OMN$, $OEC$, donneront $OM$ ($a - \frac{xx}{a}$) . $MN$ ($b - 2x$) : : $OE$ ($a$) . $EC$ ($x$), d'où l'on tire $x^3 - 3aax + aab = 0$, qui est l'Equation du Problême.

## *COROLLAIRES.

*Pag. 102. in 4.

II. Il suit de cette Equation, que si $b = 2a$, qui est la plus grande valeur que $b$ puisse recevoir, cette Equation deviendra $x^3 - 3aax + 2a^3 = 0$. (a). Mais lorsque $b = 2a$, l'arc $ACB$ qu'on veut diviser en trois parties égales, est de 180 dégrés, dont le tiers est 60 dégrés; or on sait que la corde de 60 dégrés est égale au rayon, il faut donc que dans ce cas $x - a = 0$ soit un diviseur de l'Equation $x^3 - 3aax + 2a^3 = 0$.

La division étant faite, il vient $xx + ax - 2aa = 0$, qui donne $x = -\frac{1}{2}a \pm \sqrt{(\frac{1}{4}aa + 2aa)} = -\frac{1}{2}a \pm \frac{3}{2}a$.

Les trois racines de l'Equation sont donc alors $x = a$, $x = a$, $x = -2a$, dont deux sont égales & positives, & la troisième négative, égale aux deux positives.

La prémière, positive, est $AC = a$, qui di-

(a) Fig. 2.

divise le demi-Cercle $ACB$ en trois parties égales.

La seconde, positive, est $AD = a$, puis divise l'autre demi-Cercle $ADB$ en trois parties égales.

La troisième, négative, est $AB = -2a$, qui est égale aux deux positives, & qui divise en trois parties égales l'arc composé de $360^d + 180^d = 540^d$.

III. Si $b = a\sqrt{2} = AK$, qui est la corde de 90 dégrés, l'Equation deviendra $x^3 - 3aax + a^3\sqrt{2} = 0$.

On sait que la corde $AE$ de 30 dégrés est $\frac{a\sqrt{3}-a}{\sqrt{2}}$, il faut donc que $x - \frac{a\sqrt{3}-a}{\sqrt{2}} = 0$ soit un diviseur de l'Equation.

La division étant faite, on trouve $xx + xx\left(\frac{a\sqrt{3}-a}{\sqrt{2}}\right) - aa - aa\sqrt{3} = 0$, qui donne $x = \frac{a-a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \pm \sqrt{\left(\frac{4aa-2aa\sqrt{3}}{8} + aa + aa\sqrt{3}\right)} = \frac{a-a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \pm \sqrt{\left(\frac{12aa+8aa\sqrt{3}}{8}\right)}$ $= \frac{a-a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \pm \times \frac{(3a+a\sqrt{3})}{2\sqrt{2}}$. Les * trois racines de l'Equation sont donc alors $x = \frac{a\sqrt{3}-a}{\sqrt{2}}$, $x = a\sqrt{2}$, & $x = \frac{-a\sqrt{3}-a}{\sqrt{2}}$, dont deux sont positives, & la troisième, négative, égale aux deux positives.

* Pag. 103. in 4.

La

La prémière, positive, est $AE = \frac{a\sqrt{3}-a}{\sqrt{2}}$, qui divise le quart de cercle $AK$ en trois parties égales.

La seconde, positive, est $AF = a\sqrt{2}$, qui divise l'arc de Cercle $AFBK$, qui est le complement de l'arc $AK$, en trois parties égales.

La troisième, négative, égale aux deux positives, est $AG = \frac{-a\sqrt{3}-a}{\sqrt{2}}$, qui est la corde de 150 dégrés, & divise en trois parties égales l'arc composé de $360^d + 90^d = 450^d$.

IV. Si $b=0$, l'Equation devient $x^3 - 3aax = 0$, qui donne $x=0$ & $x = \pm a\sqrt{3}$, les trois racines de l'Equation sont donc alors $x=0$, $x=a\sqrt{3}$ & $x=-a\sqrt{3}$.

Dans ce cas, des trois racines il y en a encore deux positives, qui sont les cordes du tiers de deux arcs, complémens l'un de l'autre à 360 dégrés, & la troisième, négative, égale, aux deux autres; car avant que la corde $b$ soit zéro, on peut la considérer comme la corde de l'arc $Aa$ infiniment petit, alors la prémière racine positive sera la corde du tiers de l'arc infiniment petit $Aa$, cette corde sera donc infiniment petite, & sera exprimée par $x=0$. Le complément de cet arc infiniment petit est 360 dégrés, dont le tiers est 120 dégrés, la seconde racine positive $x = a\sqrt{3} = AI$ exprime cette corde, & la troisième racine négative est $AH = -a\sqrt{3} = -0 - a\sqrt{3}$, qui divise en trois

trois parties égales l'arc composé de $360^d + 0^d = 360^d$.

## REMARQUE.

V. Par les trois cas que l'on vient d'examiner, on voit que les cordes égales *AC*, *AD*, chacune de 60 dégrés, & * le diamètre *AB*, sont les trois racines de l'Equation pour le prémier cas.

* Pag. 104. in 4

Que si l'on transporte le diamètre *AB* en *AG*, de manière que l'arc *BG* soit de 30 dégrès, & les cordes *AC*, *AD*, en *AE*, *AF*, de manière que les arcs *CE* & *DF* soient aussi de 30 dégrés, alors les trois cordes *AE*, *AF*, *AG*, sont les trois racines de l'Equation pour le second cas; & transportant encore la corde *AG* en *AH*, de manière que l'arc *GH* soit de 30 dégrés, & les cordes *AE*, *AF*, en *Aa*, *AI*, de manière que les arcs *Ea*, *FI*, soient aussi de 30 dégrés, les cordes *Aa*, *AI*, *AH*, sont les trois racines de l'Equation pour le troisième cas.

## COROLLAIRE I.

VI. Delà il suit que si l'on fait un assemblage de trois lignes inflexibles (*a*) *AC*, *AD*, *AB*, les deux prémières égales chacune au rayon du Cercle, & la troisième égale au diamètre, faisant avec chacune des deux un angle de 60 dègrés, que l'on fasse tourner cet

(*a*) Fig. 3.

cet assemblage sur le point $A$, comme pivot, dans quelque situation que cet assemblage se trouve, la corde $AG$ sera toujours égale à la somme des deux cordes $AE$, $AF$, & ces trois cordes représenteront dans tous les cas les trois racines de l'Equation générale de la Trisection de l'Angle $x^3 - 3aax + aab = 0$.

Quoique cette vérité suive de la Remarque précédente, en voici une démonstration qui est générale.

VII. Soit nommée la corde $AE$, $x$, & la corde $EC = BG = DF$, $z$; en menant le diamètre $ET$ & les cordes $AT$, $CT$, des complémens des arcs $EA$; $EC$, on aura $AT = \sqrt{(4aa - xx)}$ & $CT = \sqrt{(4aa - zz)}$. Mais par une propriété du Cercle on sait que $AC \times ET = AE \times CT + EC \times AT$, ce qui est en termes analytiques $2aa = x\sqrt{(4aa - zz)} + z\sqrt{(4aa - xx)}$ ou $2aa - z\sqrt{(4aa - xx)} = x\sqrt{(4aa - zz)}$ d'où l'on tire $z = \frac{1}{2}\sqrt{(4aa - xx)} - \frac{1}{2}x\sqrt{3} = CE = BG = DF$.

Si maintenant on mène le diamètre $DOH$ & les cordes * $AH$, $FH$, des complemens des arcs $DA$, $DF$, on aura $AH\ \sqrt{(DH^2 - DA^2)} = a\sqrt{3}$ & $FH = \sqrt{(DH^2 - DF^2)} = \sqrt{[4aa - aa - \frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}x\sqrt{(12aa - 3xx)}]} = \sqrt{[3aa - \frac{1}{2}xx + x\sqrt{(3aa - \frac{1}{4}xx)}]} = \frac{1}{2}x + \sqrt{(3aa - \frac{1}{4}xx)}$. Or par la même propriété du Cercle, on a $DH \times AF = AD \times FH + DF \times AH$, donc $AF = \frac{AD \times FH + DF \times AH}{DH}$,

* Pag. 105. in 4

 ce

trois parties égales l'arc composé de $360^d + 0^d = 360^d$.

## REMARQUE.

V. Par les trois cas que l'on vient d'examiner, on voit que les cordes égales *AC*, *AD*, chacune de 60 dégrés, & * le diamètre *AB*, sont les trois racines de l'Equation pour le prémier cas.

* Pag. 104. in 4

Que si l'on transporte le diamètre *AB* en *AG*, de manière que l'arc *BG* soit de 30 dégrès, & les cordes *AC*, *AD*, en *AE*, *AF*, de manière que les arcs *CE* & *DF* soient aussi de 30 dégrés, alors les trois cordes *AE*, *AF*, *AG*, sont les trois racines de l'Equation pour le second cas; & transportant encore la corde *AG* en *AH*, de manière que l'arc *GH* soit de 30 dégrés, & les cordes *AE*, *AF*, en *Aa*, *AI*, de manière que les arcs *Ea*, *FI*, soient aussi de 30 dégrés, les cordes *Aa*, *AI*, *AH*, sont les trois racines de l'Equation pour le troisième cas.

## COROLLAIRE I.

VI. Delà il suit que si l'on fait un assemblage de trois lignes inflexibles (*a*) *AC*, *AD*, *AB*, les deux prémières égales chacune au rayon du Cercle, & la troisième égale au diamètre, faisant avec chacune des deux un angle de 60 dègrés, que l'on fasse tourner cet

(*a*) Fig. 3.

cet assemblage sur le point $A$, comme pivot, dans quelque situation que cet assemblage se trouve, la corde $AG$ sera toujours égale à la somme des deux cordes $AE$, $AF$, & ces trois cordes représenteront dans tous les cas les trois racines de l'Equation générale de la Trisection de l'Angle $x^3 - 3aax + aab = 0$.

Quoique cette vérité suive de la Remarque précédente, en voici une démonstration qui est générale.

VII. Soit nommée la corde $AE$, $x$, & la corde $EC = BG = DF$, $z$; en menant le diamètre $ET$ & les cordes $AT$, $CT$, des complémens des arcs $EA$; $EC$, on aura $AT = \sqrt{(4aa - xx)}$ & $CT = \sqrt{(4aa - zz.)}$ Mais par une propriété du Cercle on sait que $AC \times ET = AE \times CT + EC \times AT$, ce qui est en termes analytiques $2aa = x\sqrt{(4aa - zz)} + z\sqrt{(4aa - xx)}$ ou $2aa - z\sqrt{(4aa - xx)} = x\sqrt{(4aa - zz)}$ d'où l'on tire $z = \frac{1}{2}\sqrt{(4aa - xx)} - \frac{1}{2}x\sqrt{3} = CE = BG = DF$.

Si maintenant on mène le diamètre $DOH$ & les cordes * $AH$, $FH$, des complemens des arcs $DA$, $DF$, on aura $AH\sqrt{(DH^2 - DA^2)} = a\sqrt{3}$ & $FH = \sqrt{(DH^2 - DF^2)} = \sqrt{[4aa - aa - \frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}x\sqrt{(12aa - 3xx)}]} = \sqrt{[3aa - \frac{1}{2}xx + x\sqrt{(3aa - \frac{1}{4}xx)}]} = \frac{1}{2}x + \sqrt{(3aa - \frac{1}{4}xx)}$. Or par la même propriété du Cercle, on a $DH \times AF = AD \times FH + DF \times AH$, donc $AF = \frac{AD \times FH + DF \times AH}{DH}$,

* Pag. 105. in 4

 ce

ce qui eſt en termes analytiques $AF = \frac{a\times[\frac{1}{2}x+V(3aa-\frac{3}{4}xx)]+aV3\times[\frac{1}{2}V(4aa-xx)-\frac{1}{2}xV3]}{2a}$ $= \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}V(3aa - \frac{3}{4}xx) + \frac{1}{4}V(12aa - 3xx) - \frac{3}{4}x = V(3aa - \frac{3}{4}xx) - \frac{1}{2}xx$; on a auſſi $AG = V(AB^2 - BG^2) = V[4aa - \frac{1}{4}\times(4aa - xx) - \frac{3}{4}xx + \frac{1}{2}xV(12aa - 3xx)] = V[3aa - \frac{1}{2}xx + xV(3aa - \frac{3}{4}xx)] = \frac{1}{2}x + V(3aa - \frac{3}{4}xx)$. On a donc $AE = x$, $AF = V(3aa - \frac{3}{4}xx) - \frac{1}{2}x$, & $AG = \frac{1}{2}x + V(3aa - \frac{3}{4}xx) = AE + AF$. Ce qu'il falloit prémierement démontrer.

VIII. Mais de l'Equation générale $x^3 - 3aax + aab = 0$, il ſuit $b = \frac{3aax - x^3}{aa} = 3x - \frac{x^3}{aa}$; ainſi $3x - \frac{x^3}{aa}$, $x$, $V(3aa - \frac{3}{4}xx) - \frac{1}{2}x$, & $V(3aa - \frac{3}{4}xx) + \frac{1}{2}x$, ſont quatre formules générales, dont la prémière exprime la corde d'un arc quelconque, depuis o juſqu'à 180 dégrés, la ſeconde exprime la corde du tiers de cet arc, la troiſième la corde du tiers de ſon complément à 180 dégrés, & la quatrième exprime une corde égale à la ſomme des deux précédentes.

Ces trois dernières formules expriment auſſi les trois racines de l'Equation générale de la Triſection de l'ange, $x^3 - 3aax + aab = 0$.

Si l'on ſuppoſe $x = \frac{1}{2}a$, on aura $b = 1\frac{3}{8}a$, l'Equation générale ſera $x^3 - 3aax + 1\frac{3}{8}a^3 = 0$,

$= 0$, dont les trois * racines sont $x - \frac{1}{2}a = 0$, $x - \frac{1}{4}a\sqrt{45} + \frac{1}{4}a = 0$, & $x + \frac{1}{4}a\sqrt{45} + \frac{1}{4}a = 0$. * Pag. 106. in 4.

## COROLLAIRE II.

IX. Il suit de ce que (a) $b = \frac{3aax - x^3}{aa}$, que $x : b :: x : \frac{3aax - x^3}{aa} :: a . 3aa - xx :: \frac{1}{2}a : \frac{3}{2}a - \frac{xx}{2a}$. On a donc la proportion $\frac{1}{2}a : x :: \frac{3}{2}a - \frac{xx}{2a} : b$.

Si donc la corde $AE$ ($x$) de l'arc $AE$ est donnée pour une des racines de l'Equation générale, & que l'on demande l'arc $AH$, que la corde $AE$ divise en trois parties égales, il sera aisé de trouver par la proportion précédente la corde $AH$ de l'arc qu'on cherche; car il n'y a qu'à diviser les deux rayons $OA$, $OB$ en deux parties égales aux points $K$ & $L$, mener au point $E$ le rayon $KE$, du point $E$ abaisser la perpendiculaire $EP$ sur le diamètre, prendre $LQ = PA$, tirer $QI$ parallèle à $KE$, qui rencontre $AE$ prolongée en $I$. Si du rayon, $AI$, & du point $A$, comme centre, on décrit l'arc $IH$, il coupera la circonférence $ACB$ au point $H$ qui détermine la corde $AH$, dont l'arc est coupé en trois parties égales par la corde $AE$.

Car le sinus verse $AP = \frac{xx}{2a} = QL$, donc

(a) Fig. 4.

donc $A\mathcal{Q} = \frac{3}{2}a - \frac{aa}{2a}$, & les Triangles ſemblables $KAE$, $\mathcal{Q}AI$, donneront $KA$ $(\frac{1}{2}a) : AE\ (x) :: \mathcal{Q}A\ (\frac{3}{2}a - \frac{xx}{2a}) : AI\ (b) = AH$, donc $b = \frac{3aax - x^3}{aa}$, ou $x^3 - 3aax + aab = 0$, qui eſt l'Equation du Problème.

## COROLLAIRE III.

X. Il ſuit de cette conſtruction qui fait trouver la corde (a) $AH$ de l'arc triple de l'arc $AE$, dont la corde eſt donnée, que ſi c'eſt la corde $AH$ qui eſt donnée, & qu'il faille trouver la corde $AE$ du tiers de l'arc $AH$, on pourra le faire par * un mouvement continu aſſez ſimple, de cette manière.

* Pag. 107. in 4.

Soient diviſés les deux demi-rayons $AK$ & $LO$, en parties égales, en commençant de $A$ en $P$, & de $L$ en $\mathcal{Q}$.

Soit priſe la ligne $KC$, perpendiculaire ſur le diamètre, & qui puiſſe tourner ſur le point $K$ comme centre, de $KC$ en $KE$.

Soit auſſi priſe la ligne $ACF$, égale à la corde donnée $AH$ paſſant par le point $C$, & qui puiſſe auſſi tourner ſur le point $A$ comme centre, de $ACF$ en $AEI$; que de plus on ajuſte à l'extrémité $F$ de cette ligne, une autre ligne ou regle $FV$, qui puiſſe tourner ſur ce point $F$ comme pivot. Cela poſé,

(a) Fig. 5.

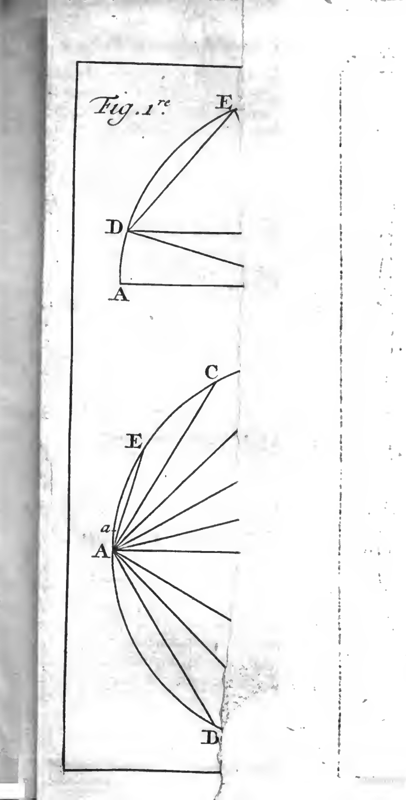
posé, si à l'extrémité $C$ du rayon $CO$, on attache un fil à plomb $CKS$, qui porte un petit poids $S$, & que l'on fasse décrire au rayon $CO$ un arc quelconque $CE$, en transportant le fil à plomb de $CS$ en $ER$, & en obligeant la ligne $KC$ à tourner en $KE$, & la ligne $ACF$ à tourner en $AEI$, en entretenant toujours dans ce mouvement la règle $IQ$, parallèle à $EK$; lorsqu'il arrivera que la ligne à plomb $ER$ coupera le diamètre en $P$, & la règle $IQ$ en $Q$, de manière qu'il y aura autant de parties égales entre $A$ & $P$, qu'entre $L$ & $Q$, alors l'arc $AE$ ainsi déterminé, sera le tiers de l'arc $AEH$, soutenu par la corde donnée $AH$, ce qui est évident par la construction de l'article précédent.

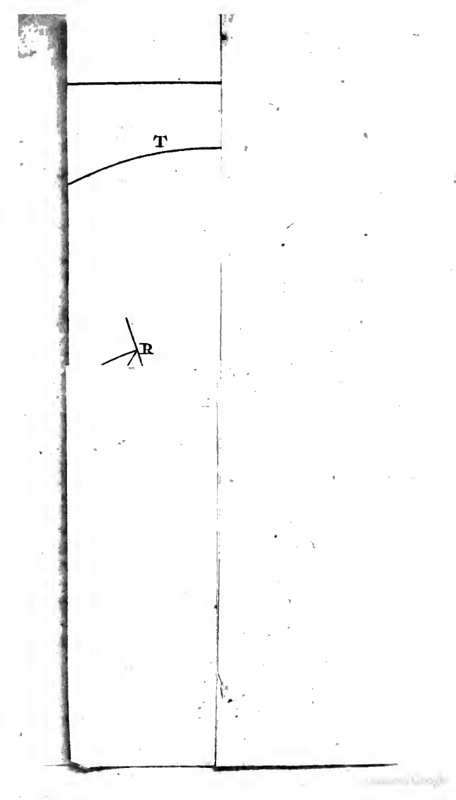
## COROLLAIRE IV.

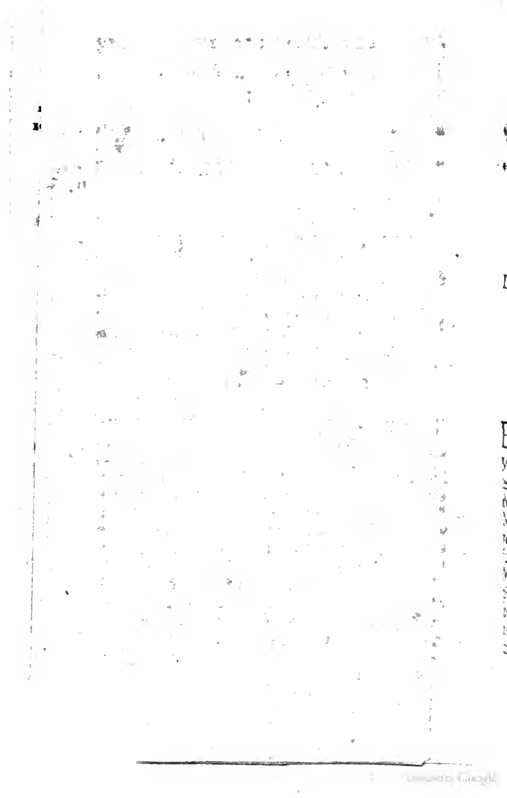
XI. Si l'on porte le rayon (a) $AO$ de $A$ en $C$ & en $D$, & que l'on transporte l'arc $EG$ de $D$ en $F$, & de $B$ en $G$, que l'on tire les cordes $AF$, $AG$, on a déja vu que les trois cordes $AE$, $AF$, $AG$, sont les trois racines de l'Equation qui résulte de la division en trois parties égales de l'arc $AH$, déterminé comme on l'a fait, art. IX, par la corde $AH = b$, & que ces cordes sont telles que les deux prémières divisent, l'une l'arc $ACH$ en trois parties égales, & l'autre son complément à 360 dégrés, aussi en trois parties égales. Or on sait que lorsqu'un

(a) Fig. 3.

qu'un arc tel que *ACH* est donné, non seulement son complément *ADBH* à 360 dégrés, est
*Pag. 108. in-4 aussi * donné, mais encore son complément *BGH* à 180 dégrés. Il semble donc que l'analogie demande que la troisième corde *AG*, qui est la troisième racine de l'Equation soit par elle-même, ou par quelque chose qui lui appartienne, doive aussi diviser l'arc *BGH* en trois parties égales, & effectivement si l'on examine de plus près cette corde *AG*, on verra que celle de son complément *BG*, divise en trois parties égales l'arc *BH*, complément de l'arc *AH* à 180 dégrés; car si l'on nomme *BG*, $z$, & que l'on cherche la corde de l'arc triple de *BG*, on aura par ce qui précéde en nommant $c$ cette corde, on aura, dis-je, $c = 3z - \frac{z^3}{aa}$, par la même raison que l'on a $b = 3x - \frac{x^3}{aa}$. Donc, à cause que $z = \frac{1}{2}\sqrt{(4aa - xx)} - \frac{1}{2}x\sqrt{3}$, on a $\frac{3aaz - z^3}{aa} = c = \frac{(aa - xx) \times \sqrt{(4aa - xx)}}{aa}$, & $cc = \frac{(a^4 - 2aaxx + x^4) \times (4aa - xx)}{a^4}$, on a aussi $bb = \frac{9a^4xx - 6aax^4 + x^6}{a^4}$. Donc $\sqrt{(bb + cc)}$ $= \sqrt{\left(\frac{9a^4xx - 6aax^4 + x^6 + 4a^6 - 9a^4xx + 6aax^4 - x^6}{a^4}\right)}$ $= \sqrt{(4aa)} = 2a$. Donc les deux cordes *AH*, *BH*, sont complément a deux droits l'une de l'autre, & de même que la corde *AE* divise en trois parties égales l'arc *AH*, la corde *BG* divisera aussi en trois parties égales


Fig. 1re
E
D
A
C
E
a
A
D


T
R



égales l'arc $BH$, complement à 180 dégrés de l'arc $AH$.

# * TROISIEME MEMOIRE SUR LES MONSTRES A DEUX TETES,

* Pag. 109 n° 4.

*Dans lequel, à l'occasion de celui dont j'ai donné la description dans le Tome de l'Académie de l'année 1724, j'examine de plus près que je ne l'ai fait jusqu'ici, la formation de ces Monstres par les causes accidentelles.*

Par Mr. LEMERY (a).

EN parlant & à l'occasion du Monstre rapporté par feu Mr. du Verney dans les Mémoires de l'Académie année 1706, & dans lequel ce fameux Anatomiste avoit cru trouver des preuves incontestables de la formation des Monstres par des Oeufs monstrueux, j'ai fait voir en 1738, dans mon prémier Mémoire sur les Monstres, & cela par l'examen du Monstre même de Mr. du Verney, que l'opinion des œufs monstrueux étoit insoutenable, & ne pouvoit jamais avoir lieu. J'ai aussi prouvé en 1738, dans mon second Mémoire, que la seule raison qu'on ait pu imaginer

(a) 23 Aout 1741.

giner en faveur des œufs monstrueux, & avec laquelle on s'est cru en droit de renvoyer à ces œufs tous les Monstres dans la structure intérieure desquels on ne voit point aussi clairement qu'on le voudroit la méchanique particulière de l'opération des causes accidentelles ; que cette raison, dis je, est une pure inconséquence qui ne fait quoi que ce soit ni pour les œufs monstrueux, ni contre les causes accidentelles ; que tout ce qu'on peut conclurre de ce qui fait le fondement de cette fausse induction, c'est le défaut naturel de nos lumières ; qu'enfin la fausseté de cette induction se découvre manifestement par l'examen d'une multitude prodigieuse de parties monstrueuses, qui, en vertu de la raison alléguée, seroient uniquement attribuables * au système des œufs monstrueux, & néanmoins dans lesquelles la réalité de l'opération des causes accidentelles se déclare avec la dernière évidence, ou par le secours des différens moyens rapportés dans mon second Mémoire, ou parce que cette opération se passe en quelque manière sous nos yeux, & par-là nous permet si peu de douter de son effet, que la certitude qu'elle nous en donne, va, s'il est permis de le dire, jusqu'à la démonstration, tels sont les Monstres issus d'un male & d'une femelle d'espèces différentes, dans lesquels le concours fortuit d'animaux différens, unique cause de leur production singulière, exclut formellement les œufs monstrueux, & cependant cache aussi fortement la méchanique de son opération, que cette espèce de cause accidentelle

* Pag. 110. in 4.

telle est réelle & palpable à leur égard, ce qui ne devroit point être si la raison alléguée étoit véritable.

J'ajouterai ici une réfléxion, c'est qu'il paroit, ou du moins qu'on a souvent lieu de remarquer, que plus la cause accidentelle d'un Monstre est avérée, moins la méchanique de son action se laisse appercevoir. Quoique les différentes causes accidentelles des Monstres issus d'un male & d'une femelle de même espèce, soient aisément reconnoissables & très évidentes, elles ne sont cependant chacune ni aussi certaines, ni aussi clairement désignées que celles des Monstres venus d'animaux différens; cependant on auroit peut-être bien plus de peine à concevoir comment le concours fortuit de deux animaux différens produit le Monstre particulier qui en vient, qu'on n'en auroit à rendre raison de la manière dont la pression mutuelle des deux Fœtus produit tout ce qu'on observe de singulier dans le Monstre qui en résulte.

* Pag. 111. 134.

## * PREMIERE PARTIE

*Dans laquelle on fait voir qu'il ſuffit de conſulter la Squelete du Monſtre qui fait l'objet principal de ce Mémoire, pour avoir une certitude parfaite de la cauſe & de la méchanique de la formation de ce Monſtre.*

POur ce qui regarde préſentement le Monſtre que j'ai publié en 1724, & qui ſera de nouveau notre objet principal dans ce troiſième Mémoire, ce ſont les difficultés de Mr. Winſlow contre ce que j'ai avancé au ſujet de ce Monſtre, qui ont fait naitre de ma part des éclairciſſemens plus particuliers que je vais tâcher de donner ſur la méchanique de ſa formation, & en même tems ſur celle de tous les Monſtres qui lui reſſemblent par les mêmes endroits, & qui ſont en très grand nombre.

J'ai dit, en parlant pour la prémière fois de ce Monſtre, qu'il avoit été formé de deux Fœtus unis latéralement enſemble par une preſſion accidentelle, & je me ſuis cru parfaitement autoriſé à l'avancer ſur la ſeule inſpection de ſon Squelete: c'étoit un compoſé de deux moitiés de Squeletes, à chacune deſquelles il étoit reſté une tête & une épine entière, qui dans le bas & vers le coccyx touchoit l'épine de l'autre moitié de Squelete, mais à meſure que ces deux épines s'éle-voient,

voient, elles s'écartoient un peu l'une de l'autre, sur-tout dans la région de la poitrine; il y avoit au côté gauche de l'une de ces moitiés de Squeletes, toutes les parties qui manquoient à son côté droit, & au côté droit de l'autre moitié de Squelete, toutes les parties qui manquoient à son côté gauche, de manière que cet assemblage de parties recouvertes de la peau, n'offroit à la vue, aux deux têtes près, qu'un seul corps composé de deux bras & de deux jambes, comme il a coutume de l'être naturellement.

Si l'on peut conclurre avec évidence sur la considération du Squelete monstrueux dont il s'agit, que dans la position * latérale des deux Fœtus désignés par les deux épines & par les deux têtes de ce Squelete, les parties de l'un & de l'autre qui se sont naturellement trouvées entre les deux épines de chacun de ces Fœtus, ont été détruites par leur rencontre & leur pression mutuelle, ou du moins qu'elles ont été les unes aux autres par cette rencontre, un obstacle mutuel à leur développement; voici encore un fait qui justifie & confirme parfaitement l'idée de cette destruction de parties.

* Pag. 112. in 4.

Au défaut du total des côtes & de toutes les autres parties qui manquoient au côté droit du Fœtus gauche, & au côté gauche du Fœtus droit, telles que l'un des deux bras, l'une des deux jambes de chacun de ces Fœtus, on trouvoit aux deux épines de l'un & de l'autre, de petites portions de côtes, dont le nombre, ainsi que celui des côtes qui étoient restées entières, étoit de douze, qui

partoient, comme les côtes entières, des mêmes vertèbres, mais par le côté opposé à celui de ces côtes entières: ces petites portions de côtes qui étoient très courtes dans l'une & dans l'autre épine, se rencontroient de part & d'autre dans leurs extrémités, s'étoient unies par-là les unes aux autres, & avoient formé en se fondant, une espèce de calus ou de bouton, au moyen de quoi les deux épines se trouvoient jointes, & ne composoient ensemble qu'un seul & même Squelete qui portoit deux têtes, & avoit deux épines.

Les bouts des côtes dont on vient de parler, restes du débris général de plusieurs parties, sont des espèces de monumens dont le témoignage n'est point équivoque; ils annoncent manifestement, 1. la rupture réelle ou le défaut de développement de deux rangs de côtes originairement entières & représentées dans le Monstre par les petits fragmens qui sont restés attachés aux deux épines, & qui auroient pu chacun être plus ou moins longs qu'ils ne l'ont été, si la pression qui a opéré la destruction des côtes dont ils faisoient partie, eût été plus ou moins forte, ou eût duré plus ou moins de tems, comme je le ferai voir dans ce Mémoire par une observation curieuse d'Anatomie comparée: * au reste si les côtes réduites en très petites portions, n'eussent pas été détruites, comme elles l'ont été, on conçoit aisément, que jamais les deux épines n'eussent pu s'approcher d'aussi près qu'elles l'ont fait & elles se seroient approchées encore davantage,

*Pag. 113. in 4.

du

du moins dans la région de la poitrine, s'il n'étoit resté aucun fragment, aucun vestige de ces côtes; mais en ces cas les marques les plus authentiques de leur destruction nous eussent été enlevées, & nous n'eussions plus été à portée de faire voir avec la même évidence, que l'époque de la jonction des deux épines est le tems où les côtes dont il s'agit ont cessé d'être, qu'avant ce tems ces deux épines appartenoient à deux Fœtus distingués alors, & séparés l'un de l'autre, & qui ne pouvoient être autrement l'un à l'égard de l'autre, tant que leurs côtes subsistoient: d'où il suit que l'union des deux Fœtus, dont notre Monstre est composé, n'est nullement originaire, qu'elle est visiblement le pur effet des causes accidentelles, & par conséquent qu'elle a été faite après coup.

En second lieu, ce que les bouts de côtes indiquent, à l'égard des côtes entières dont ils faisoient une très petite partie, ils l'indiquent aussi à l'égard de l'omoplate, de la clavicule, de l'humerus ou de l'os du bras, des os de la hanche & de la cuisse, qui appartenoient à chacun des côtés où se sont trouvés les bouts de côtes dans chaque Fœtus: ces os étoient aux deux épines & à la pression latérale, ce que les côtes y ont été avant leur destruction; tant qu'ils eussent subsisté, ils n'eussent jamais permis, non plus que les côtes, que les deux épines se fussent approchées comme elles l'ont fait, & si les bouts de côtes sont une marque sensible & incontestable de côtes originairement entières, & qui ensuite ont été détruites par la

la pression, cette même cause qui a porté son action sur la région de la poitrine & sur celle du bas-ventre, comme on le reconnoit par la considération des deux épines qui s'approchent de près dans toute cette étendue, mais encore plus vers la région hypogastrique qu'ailleurs, cette cause, dis-je, n'a pu agir comme elle l'a * fait sur les côtes, sans agir de même sur les os mentionnés, plus exposés encore à son action que les côtes, & qui s'y présentoient en quelque sorte les premiers : par conséquent les bouts de côtes, en annonçant la destruction des côtes dont ils faisoient originairement partie, annoncent aussi celle de chacun des os qui ont été rapportés.

* pag. 114. in 4.

Enfin ne diroit-on pas, en considérant les petits fragmens de côtes restés à l'un des côtés de chaque épine, que la pression latérale & réciproque des deux Fœtus, qui pour faire avancer ces deux épines l'une vers l'autre, paroit avoir sacrifié toutes les parties intermédiaires, n'a laissé de toutes ces parties que le peu qu'il en falloit pour attester les ravages qu'elle venoit de faire? Et ce qui prouve encore bien clairement le retranchement de toutes les parties qui pouvoient empêcher les deux épines de se joindre, & moyennant lequel, au-lieu de deux sternum, il n'en paroissoit qu'un seul, qui répondoit à la fois à deux rangs de côtes, l'un de la part de l'épine de l'un des deux Fœtus, & l'autre de la part de celle de l'autre Fœtus, c'est une expérience bien facile, & indiquée au commencement de ce Mémoire.

Supposons qu'on enlève au Squelete d'un Fœ-

Fœtus l'omoplate, la clavicule, l'humerus, les os des hanches, & le femur du côté gauche; qu'ensuite on fende en long, & en deux parties à peu-près égales, le sternum de ce Squelete, qu'on en détache la portion gauche & les douze côtes du même côté, qu'on coupe & sépare chacune de ces côtes à quelques lignes en deça de l'épine, à laquelle il doit rester par-là douze petits bouts de côtes; supposons encore qu'on fasse parfaitement la même chose au côté droit du Squelete d'un autre Fœtus de même grandeur, & qu'après avoir placé ces deux Squeletes à côté l'un de l'autre, de manière que les deux moitiés du sternum s'appliquent immédiatement l'une à l'autre, & que les douze petits bouts de côtes de chaque côté s'abouchent les uns aux autres par leurs extrémités correspondantes; qu'enfin on cole ensemble & les deux moitiés de sternum & les bouts de côtes de part & d'autre pour les * faire tenir dans la situation marquée, le Squelete artificiel & résultant de cet assemblage bizarre, ne différera alors en rien d'essentiel de celui de notre Monstre. D'où l'on voit que ce que l'instrument tranchant a opéré pour la formation de ce Squelete artificiel, & cela en employant deux Squeletes de Fœtus différens originairement distingués & séparés l'un de l'autre, la pression l'a fait exactement de même pour la production du Squelete de notre Monstre avec deux Fœtus, qui dans leur première origine ne tenoient point du tout l'un à l'autre, & sur lesquels la pression a d'autant plus facilement operé, que dans le

* Pag. 115. in 4.

tems de son action toutes les parties de ces Fœtus étoient de la dernière mollesse, & presque sans résistance; & c'est vraisemblablement en conséquence de cet excès de mollesse que quand la pression a cessé, & que les côtes ont aussi cessé d'avancer les unes vers les autres, de se pénétrer mutuellement & de se détruire, les bouts des côtes qui en sont restés, & qui peuvent être regardés comme l'endroit du terme ou de la fin de l'effet de la pression, sont demeurés attachés les uns aux autres, comme l'eussent pu faire en pareil cas deux morceux de pâte nouvellement faite; mais ce qui paroît encore avoir le plus contribué à l'union de ces fragmens de côtes, ce sont les sucs lymphatiques & nourriciers qui ont découlé de l'endroit de la rupture de ces fragmens, & qui en se condensant, ont soudé & lié de plus en plus ces différentes pièces les unes aux autres par leurs extrémités, & ont formé les espèces de boutons qu'on y remarque; car on sait que les sucs d'os & de viande desséchés font une colle forte analogue à celle dont nous nous sommes servi pour unir les deux moitiés de sternum, & pour souder les bouts de côtes de notre Squelette artificiel.

On voit assez par ce qui vient d'être dit, que la formation du Squelete monstrueux se conçoit & s'explique très nettement par le secours de la pression: par conséquent le premier des trois moyens rapportés dans le précédent Mémoire, pour vérifier l'action des causes accidentelles sur telle * ou telle partie

* Pag. 116. in 4.

tie monſtrueuſe, a déja lieu dans le cas préſent; & pour ce qui regarde les deux autres moyens, ils y ſont encore le même effet, comme il eſt aiſé de s'en convaincre par l'application de l'un & de l'autre de ces moyens au Squelete monſtrueux; enfin ce Squelete paroît ſi évidemment un ouvrage accidentel & fait après coup, que Mr. Winſlow n'a pas jugé à propos d'attaquer ce qui a été dit à ce ſujet, il avoue même que la manière dont je conçois la formation de ce Squelete, eſt ingénieuſe & favoriſe le ſyſteme des accidens par rapport à cet article, auquel il en joint deux autres de parties molles & internes du même monſtre, qu'il laiſſeroit auſſi au même ſyſtême, s'il n'en étoit empêché par deux ou trois autres de ſes parties qu'il prétend originaires, ſur ce qu'il ne peut en expliquer la formation par la voye des accidens; de ſorte que par là toutes les parties du Monſtre ſont renvoyées au ſyſteme des œufs monſtrueux, ſans faire grace à aucune pour l'autre ſyſteme.

Mais ſi la ſuppoſition des œufs monſtrueux eſt inſoutenable, ſi ces œufs prétendus ſont des êtres chimériques & imaginaires, qui n'ont pour eux aucune raiſon valable, comme je me flate de l'avoir prouvé avec la dernière évidence, & par des preuves déciſives & inconteſtables, comment s'eſt-il pu faire que des parties monſtrueuſes qui, par ce qui vient d'être dit, ne doivent ni ne peuvent raiſonnablement être cenſées venir d'œufs monſtrueux, ayent eu le pouvoir d'entrainer au profit de ces œufs, d'autres parties monſtrueu-

ſtrueuſes avec leſquelles elles ſe trouvent dans le même Monſtre, & ce qu'il y a de plus ſingulier, dans leſquelles l'opération des cauſes accidentelles ſe voit manifeſtement?

Nous penſons, Mr. Winſlow & moi, bien différemment ſur les inductions qu'on doit tirer de la coéxiſtence de ces différentes parties dans un même Monſtre, c'eſt à dire, ſur la cauſe des unes par rapport à celle des autres; & quand je n'aurois pas prouvé dans d'autres Mémoires, que les parties monſtrueuſes, ſoit celles qui déclarent parfaitement la manière dont telle ou telle cauſe accidentelle a opéré leur * production, ſoit celles où la manœuvre de ces cauſes eſt beaucoup moins évidente; quand, dis-je, je n'aurois pas prouvé que les unes & les autres ſont également le produit des cauſes accidentelles, la coéxiſtence de ces deux ſortes de parties dans le Monſtre qui m'appartient, me fourniroit la preuve de cette vérité; celles de la ſtructure deſquelles la foibleſſe de nos lumières ne permetroit pas de rendre raiſon par le moyen des cauſes accidentelles, n'en ſeroient pas moins attribuées à ces cauſes, ſur cela ſeul qu'ellles logent avec d'autres parties, ſur la conformation monſtrueuſe deſquelles on apperçoit clairement la manière dont les cauſes accidentelles ont réellement opéré; & en effet, outre qu'il eſt hors de toute vraiſemblance, & le plus ſouvent de la dernière impoſſibilité, qu'entre des parties monſtrueuſes qui ſe trouvent enſemble dans un même ſujet, il y en ait pluſieurs devenues telles après coup, & par

* Pag. 117. in 4.

par une cauſe accidentelle, pendant que d'autres qui paroiſſent avoir été formées ſur le même modèle, ſont néanmoins originairement monſtrueuſes, ce qui a auſſi été remarqué de même par Mr. Winſlow, mais avec cette différence qu'il dérobe aux cauſes accidentelles en faveur des œufs monſtrueux, ce que je rends excluſivement & à juſte titre à ces cauſes, il eſt encore vrai que la preſſion n'a pu agir comme nous voyons qu'elle a fait ſur les parties oſſeuſes du Monſtre, ſans avoir agi de même ſur ſes parties internes: comment les deux épines des deux Fœtus dont ce Monſtre eſt composé, euſſent-elles jamais pu s'approcher d'auſſi près qu'elles l'ont fait, & tenir enſemble comme on les y voit, ſi la preſſion, en détruiſant un rang de côtes de chacun de ces Fœtus, n'eut pas en meme tems ou détruit, ou déplacé toutes les parties contenues en chaque Fœtus dans l'eſpace formé par ce rang de côtes recouvertes de leurs tégumens dans la poitrine, & par les ſeuls tégumens dans le bas ventre? Tant que ces parties contenues dans une moitié de chacun des deux Fœtus euſſent ſubſiſté en entier ſous leur forme, ou dans leur place naturelle, elles euſſent été de part & d'autre un obſtacle invincible pour l'approche & le contact des deux épines.

* Par conſéquent la même cauſe de deſtruction qui a donné lieu à ce qu'il y a de monſtrueux dans le Squelete de notre Monſtre, a dû produire auſſi ce qui s'eſt trouvé de monſtrueux dans ſes parties internes; & pour faire ſentir davantage toute la force de ce rai- * Pag. 118. in 4.

raiſonnement, qu'il me ſoit permis de rappeller encore ici qui a déja été remarqué au commencement de ce Mémoire, en réfléchiſſant ſur la formation du Squelete du Monſtre dont il s'agit préſentement, c'eſt que la preſſion, moyenant laquelle on conçoit cette formation avec autant de facilité que de netteté, de l'aveu même de Mr. Winſlow, n'eſt point ici une ſimple poſſibilité, une pure ſuppoſition; que ſon effet eſt très réel; que la réalité de cet effet eſt ſpécialement prouvée par la conſidération des petits bouts de côtes de ce Squelete, reſtes évidens de côtes originairement entières, qui n'ont diſparu qu'après coup, qui ont laiſſé des marques inconteſtables de leur deſtruction, ſans laquelle les deux Fœtus auxquels elles appartenoient, n'euſſent jamais pu s'unir comme ils ont fait, & qu'enfin lorſqu'on voit dans les ruines de quelque ancien bâtiment des reſtes & des ſignes non équivoques d'un eſcalier, d'un plancher, d'un mur, ſi l'on eſt en droit d'en conclurre que ces différentes parties du bâtiment ruiné exiſtoient auparavant en leur entier, on en peut faire de même à l'égard des bouts de côtes qui atteſtent avec la même évidence la deſtruction ou le défaut de développement des différentes parties oſſeuſes qui ſe ſont trouvées les plus expoſées, & qui n'ont pu réſiſter par-là à l'effort de la preſſion; par conſéquent ſi l'effet de la preſſion ſur le Squelete monſtrueux eſt très réel, & ſi cette preſſion n'a pu agir comme elle a fait ſur les parties externes oſſeuſes ou contenantes du Monſtre, ſans agir auſſi

aussi sur les parties internes contenues dans l'enceinte de ces parties enveloppantes, il s'ensuit que l'effet de la pression sur les parties internes devient par cette considération tout aussi réel que celui de la pression sur les parties externes, & qu'il y a une égale certitude de cet effet sur les unes & les autres : aussi retrouve-t-on, 1. la même sorte de productions monstrueuses dans les * parties osseuses & dans les parties internes; 2. observe-t-on encore que si les parties contenantes de l'un des deux côtés de chaque Fœtus ont été détruites toutes ou presque toutes, les parties contenues à moitié ou en entier dans l'enceinte de ces parties contenantes, ont aussi été détruites à moitié ou en entier, & que comme les parties contenantes de l'autre côté de chaque Fœtus n'ont point souffert, & sont restés saines & sauves, les parties internes de cet autre côté sont aussi restées de même, ou du moins elles n'ont eu qu'une moitié de détruite, c'est-à-dire, celle qui résidoit dans la région qui l'a été; car, pour la moitié qui residoit dans l'autre région, on fera voir qu'elle a toujours tenu bon, & que des deux moitiés subsistantes & appartenantes à chacun des deux Fœtus, il s'en est fait un nouveau tout de la nature de celui qui a été formé de la rencontre & de l'union des douze petits bouts de côtes partant de chaque épine ; ce qui prouve une seule & même cause, qui n'a pas eu besoin d'en admettre d'autres, & qui a agi en même tems & de la même manière sur les parties

* Pag. 119. in 4.

ties externes & internes de notre Monſtre.

Et pour faire ſentir encore davantage la vérité de ce ſentiment par un exemple tiré du même Monſtre, comment concevoir que les deux Fœtus de ce Monſtre ayant été unis originairement par le cœur, comme le prétend Mr. Winſlow, pendant que je fais voir inconteſtablement que les deux épines ne ſe ſont autant approchées qu'elles l'ont fait, que par la ſuppreſſion des parties intermédiaires qui étoient un obſtacle à leur approche, & que ce n'eſt encore qu'au moyen de cette ſuppreſſion que les deux foyes des deux Fœtus ont pu ſe rencontrer & ſe confondre par la preſſion? Or ſi ces deux Fœtus étoient originairement unis par le cœur, par quel miracle cette union pouvoit-elle avoir lieu, avant que la preſſion ſurvenue après coup & accidentellement eût parfaitement detruit toutes les parties externes & intermédiaires, qui tant qu'elles auroient ſubſiſté en leur entier, euſſent toujours empêché que les deux Fœtus euſſent jamais pu être unis par leurs parties internes, & ſurtout par celles de la* poitrine, dont le cœur en eſt une? Par conſéquent la formation du cœur unique & monſtrueux, qui, de même que celle du foye n'a pu arriver qu'après la deſtruction des parties contenantes & intermédiaires des deux Fœtus, doit par la même raiſon avoir été faite ſur le plan de celle du foye, c'eſt-à-dire, par la rencontre immédiate de deux cœurs, qui par la preſſion n'en

* Pag. 120. in 4.

n'en ont plus fait ensemble qu'un seul d'une structure extraordinaire & monstrueuse.

Au reste, comme les inductions qui viennent d'être tirées de la coéxistence des différentes parties de notre Monstre, dont les unes répandent nécessairement sur les autres, en faveur des causes accidentelles, le dégré de lumière & de certitude que ces autres parties n'offriroient point par elles-mêmes, & qu'elles offrent clairement par le secours des prémières ; comme, dis-je, ces inductions peuvent être tirées de même d'un très grand nombre d'autres Monstres qui sont parfaitement ou dans le cas du nôtre, ou dans un cas semblable, il s'ensuit qu'outre les trois moyens rapportés dans le précédent Mémoire pour la vérification des causes accidentelles à l'égard des différentes parties monstrueuses, la circonstance particulière de la coéxistence de plusieurs de ces parties dans un même sujet, fournit encore un nouveau moyen très méchanique & très concluant pour vérifier l'action des causes accidentelles sur les parties différentes d'une très grande quantité de Monstres.

Après avoir prouvé aussi nettement que je viens de le faire, & par un quatrième moyen, que ce qu'il y a de monstrueux dans chacune des parties du Monstre qui m'appartient, ne vient & ne peut venir que d'une pression accidentelle, je pourrois parfaitement me dispenser d'entrer dans l'examen de chacune des objections de Mr. Winslow contre ce que j'ai avancé sur la formation des différentes parties de ce Monstre, & cela d'au-

d'autant mieux que le fond de ces objections ne roule toujours, ainsi qu'il a été remarqué ailleurs, que sur la difficulté ou même l'impossibilité de concevoir comment les causes accidentelles eussent jamais pû produire certaines singularités monstrueuses qu'il allègue; or il est inutile de répétér & de faire voir de nouveau que cette espèce d'objection ne prouve rien, ou ne prouve que notre ignorance.

* Pag. 121. in 4.

Mais ce n'est plus comme objections contre le systême des causes accidentelles que je regarderai dorénavant les Remarques de Mr. Winslow sur différentes parties du Monstre qui m'appartient, ce sera comme autant d'exemples particuliers du fond d'ignorance ou du défaut de pénétration où nous nous trouvons tous à l'égard des choses mêmes dont la réalité nous est d'ailleurs la mieux connue, & quoique mon dessein ne soit nullement de méconnoitre ce fond d'ignorance, ce défaut de pénétration, malgré lequel la production des Monstres n'en appartient pas moins aux causes accidentelles, ne pourroit-on pas faire voir que comme en certains cas nous sommes de grands aveugles, & qu'en d'autres nous voyons assez clair dans la structure des parties monstrueuses, il y en a d'autres aussi où, à la faveur de certaines circonstances sur lesquelles on s'avise de réfléchir, d'observations d'anatomie comparée, ou autres, dont on a eu le bonheur de faire usage, non seulement on entrevoit ce qu'on ne voyoit point auparavant, je veux dire, ce qui a pu résulter de l'action des causes accidentelles

dentelles, mais on peut encore parvenir dans la suite à quelque chose de mieux par une multiplicité de pareils secours. C'est ce que nous tâcherons de faire appercevoir par les réflexions nouvelles que les difficultés de Mr. Winslow nous donneront lieu de faire dans la seconde Partie de ce troisième Mémoire.

## * MANIERE FORT SIMPLE *de se servir d'Horloges de moyen volume, au-lieu de grosses Horloges, dans les cas où l'on est obligé de les faire sonner sur des Timbres fort gros & fort éloignés.*

* Pag. 122. in 4.

Par Mr. GRANDJEAN DE FOUCHY (a).

Il n'y a personne qui ne sache combien les grosses Horloges diffèrent des Horloges de moyen volume, appellées communément *Horloges à piliers*, combien ces dernières sont plus aisées à placer, moins incommodes pour le bruit, & par-dessus tout, combien la différence de prix est considérable, puisqu'au lieu de 1000 livres que coute ordinairement une grosse Horloge, on a une Horloge à piliers des mieux finies pour 150 livres.

Ce sont ces considérations, & sur-tout celle du bruit qui souvent fait abandonner les chambres voisines des Horloges, & celle de

(a) 6 Avril 1740.

de la dépense, qui m'ont engagé à faire part à l'Académie d'une manière qui m'a paru fort simple, d'employer les Horloges à piliers, presque par-tout où l'on a été jusqu'ici obligé de se servir d'Horloges de gros volume; je dis où l'on a été obligé, car je suis bien persuadé que la seule nécessité de faire sonner l'heure avec de forts marteaux sur de gros timbres, ou même sur des cloches, a empêché qu'on ne s'en soit servi jusqu'ici: Voici en quoi consiste la manière que je propose.

Je suppose que l'on ait une Horloge à piliers bien faite, de celles qu'on appelle *du grand modèle*, on commencera par la placer auprès de l'endroit où l'on se propose de mettre le cadran, de manière que l'axe de la roue du cadran (qu'on aura soin de faire faire assez fort pour ne se pas tordre aisément) porte immédiatement l'aiguille qui marque les * heures, ce qui, eu égard au peu de volume de l'Horloge, se pourra toujours, si l'on n'a qu'un seul cadran à mener; & dans le cas où l'on en auroit plusieurs, on aura attention à ne leur donner que le moins de frottement qu'on pourra. On ôtera ensuite du corps de l'Horloge le timbre, le marteau qui frappe sur le timbre, & sa levée, & on mettra en sa place la détente *ADB*, mobile en *A* sur une pièce *AC*, fixée sur la platine inférieure de l'Horloge, & dont l'extrémité *B* est engagée entre les chevilles de la roue de chevilles *W*, de manière que cette roue ne peut tourner sans faire mouvoir la détente *ADB* autour de son clou *A*; au point *D* est pla-

* Pag. 123. in 4.

placé un fil de fer qui répond à la machine que je vais décrire, & qui est la seule addition que je propose.

Dans un endroit commode, près ou éloigné de l'Horloge (cela est absolument indifférent) on établira sur quelque pièce de charpente, sur quelque mur, une cage de fer *EF*, propre à recevoir une roue *GH*, garnie de sa fusée *I*, & de son encliquetage; cette roue est dentée, & porte des chevilles, le nombre des dents & celui des chevilles est arbitraire, il n'y a qu'une seule chose à observer, qui est que les intervalles d'une cheville à l'autre soient égaux, & comprennent chacun un nombre entier de dents, ce que je remarque ici d'autant plus volontiers, qu'au moyen de cette liberté, on pourra choisir telle vieille roue d'Horloge qu'on voudra, pour cet usage; cette roue engraine dans un pignon *K*, porté par la même cage, & ce pignon doit avoir autant d'ailes que les intervalles entre les chevilles contiennent de dents. Sur l'arbre de ce pignon est fixé un chaperon *L*, & un volant *NO*; le poids *P*, dont la corde est dévidée autour de la fusée, mettroit dans un mouvement continuel la roue, le chaperon & le volant, si le chaperon n'avoit une entaille *M*, qui reçoit le bec d'une détente *N*♌*R*, laquelle est poussée vers le chaperon par le ressort 4, 5.

De l'autre côté & dans la même cage est une levée *ST*, mobile en *S* sur un clou attaché à la cage, & engagée par le bout *T* dans les chevilles de la roue *GH*, cette le-

* Pag. 124. in 4. levée * sert à tirer par son point *V*, un fil de fer *VX*, qui, au moyen d'un ou de plusieurs renvois *UX*, va répondre au levier *TÆ* du marteau *Z*, qui frappe sur la cloche.

Ceci supposé, quand le rouage de sonnerie de l'Horloge viendra à courir, la roue de chevilles *W*, tirera par la détente *AD*, le fil de fere *DR*, & celui-ci la détente *R*♋*M*; elle se dégagera donc du chaperon *LM*, & lui laissera la liberté de tourner, aussi-tôt la roue *GH* marchera, & fera passer une de ses chevilles, qui fera sonner un coup au gros marteau *Z*. Mais comme le nombre des dents comprises entre les chevilles est égal à celui des ailes du pignon *K*, avant que la cheville suivante puisse agir sur la levée *ST*, le chaperon aura fait un tour, & présentera son échancrure à la détente *M*♋ qui y entrera, & l'empêchera de tourner.

Si donc la roue *W* de l'Horloge à piliers n'a fait passer qu'une de ses chevilles, le mouvement cessera au prémier coup dans la grosse sonnerie, mais si la roue de la Pendule continue à tourner, elle dégagera le chaperon autant de fois qu'il se rengagera, & fera par conséquent sonner au gros timbre autant de coups qu'elle en auroit fait sonner au petit marteau, sans que l'Horloge ait eu plus d'effort à faire.

La seule attention nécessaire dans cette construction, est de régler le volant *NO*, de façon que les chevilles de la roue *GH* passent en un tems égal, ou même plus court que celui que mettent à passer les chevilles

de

de la roue *W*, ce qui se fera très aisément si l'on fait les ailes du volant de façon qu'elles puissent s'incliner plus ou moins au plan de leur mouvement, de la manière imaginée par Mr. Julien le Roi.

On peut épargner une bonne partie de la cage de fer qui doit porter la grosse sonnerie, en faisant sceller dans le mur, ou enfonçant dans la poutre où on l'attachera, des crampons dans lesquels on percera des trous pour les pivots de la roue & du chaperon. On peut aussi, au-lieu du remontoir, y mettre une double fusée pareille à celles qui sont usitées pour les Tournebroches, ce qui réduira la cage de fer * à une simple barre contournée, comme elle est marquée dans la seconde figure, qui représente le profil de toute la machine. On pourra donc, par ce moyen, avoir une Horloge qui tienne peu de place, fasse peu de bruit, & dont le prix ne sera jamais le quart de celui d'une grosse Horloge ordinaire.

* Pag. 115. in 4.

J'ai dit qu'on ne seroit point incommodé du bruit, car l'Horloge à piliers n'en fait qu'un très supportable, même dans une chambre, & la nouvelle machine à laquelle même on peut épargner le bruit du volant en le mettant à frottement sur un axe elliptique pressé par le ressort du volant même, la nouvelle machine, dis-je, peut être placée par-tout où l'on voudra, & très éloignée des endroits que l'on habite.

Enfin, un dernier avantage que je crois considérable, c'est de pouvoir emporter &

placer aiſément une Horloge dans les Provinces les plus éloignées, & où à peine quelquefois connoit-on le nom d'un Horloger, & ſi quelque choſe vient à y manquer, de pouvoir tout auſſi facilement la faire revenir entre les mains d'un ouvrier capable de le rétablir.

Je laiſſe à l'intelligence de ceux qui voudront ſe ſervir de cette conſtruction, la manière de placer les renvois, tant pour les détentes que pour les marteaux.

Je ne parle point non plus des Horloges à quarts, on en ſera quitte pour une ſeconde roue *GH*, garnie de ſon poids, de ſon chaperon, &c. mais dont les chevilles ſeront alternativement placées des deux côtés pour prendre les levées des deux marteaux des quarts.

* Pag. 126. in 4.

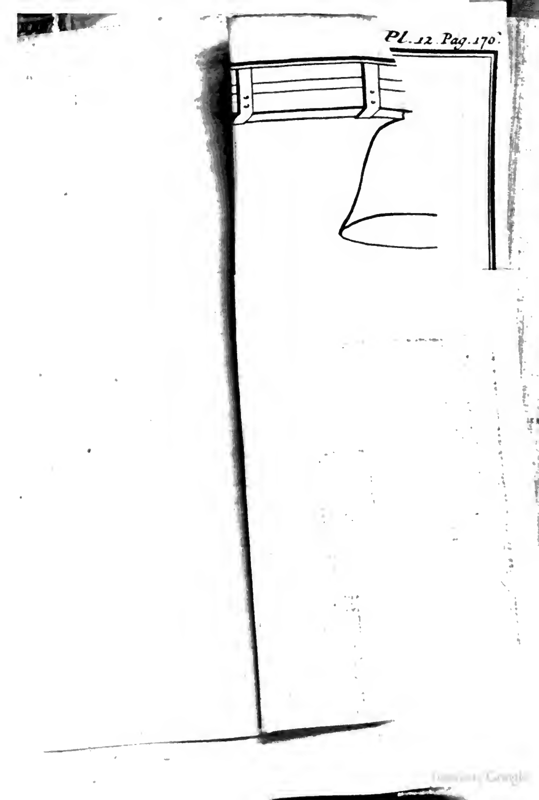
## * THEORIE CHYMIQUE DE LA TEINTURE DES ETOFFES.

### *Premier Mémoire.*

Par Mr. HELLOT (*a*).

ON ſait que l'Art de la Teinture eſt entre les mains de différentes claſſes d'ouvriers, & qu'il y a dans les principales Villes du Royaume, des Teintures auxquels il n'eſt

(*a*) 25 Juin 1740.


Pl. 12. Pag. 170.



n'eſt permis de teindre qu'en petit teint, & d'autres qui ne doivent teindre qu'en bon teint: que certains ingrédiens peuvent être employés par les uns, & qu'il n'eſt pas permis aux autres de s'en ſervir. Ces précautions ont été jugées néceſſaires par Mr. Colbert, auquel l'Etat doit l'établiſſement de ſes principales Manufactures. Le Reglement qui porte ſon nom, & qui fut publié en 1669, a été ſuivi pendant un tems conſidérable, & pendant tout ce tems le commerce de nos Etoffes dans les Païs Etrangers n'a rien perdu de ſes avantages. Mais enfin il s'eſt introduit peu à peu une ſi grande quantité d'abus, ſoit dans la fabrique, ſoit dans les teintures des Etoffes fabriquées, que nos Voiſins, ſaiſiſſant cette occaſion favorable d'établir un Commerce avantageux en Italie, dans le Levant, & dans d'autres lieux où la prémière réputation de nos Manufactures les avoit empêchés d'y faire pénétrer les leurs, ſeroient parvenus à ruiner entierement notre Commerce avec l'Etranger, ſi le Miniſtère n'avoit pas ſu prévenir la perte de cette partie des revenus de l'Etat. Il a fallu ordonner l'exécution rigoureuſe des anciens Reglemens, & remédier par de nouvelles Ordonnances aux maux qui n'avoient pas été prévus. Quelques articles de ce Reglement de 1669, qui ne regardent que les Teintures, paroiſſant difficiles à exécuter, & les Fabriquans ne manquant pas de raiſons plauſibles pour les éluder, on crut qu'il * étoit néceſſaire de répéter pluſieurs des expériences dont la prémière réuſſite avoit été la ba-

* Pag. 127. in 4.

se de ce Reglement. Il falloit aussi s'assurer de la solidité des nouvelles couleurs découvertes depuis; trouver le moyen de les appliquer également aux Laines, au Fil, au Coton & aux Soyes.

L'Artisan, qui n'a ordinairement que des mains & sa routine, n'étoit pas propre aux vues du Ministère, il falloit un Physicien qui sût opérer & réfléchir, on crut qu'on ne pourroit le trouver que dans cette Compagnie, dont l'objet est la perfection des Arts, aussi-bien que les découvertes dans les Sciences, & Mr. du Fay fut choisi.

Il a employé huit années à ce travail, & dès la sixième il avoit une collection de faits certains, assez ample pour en déduire les principaux articles d'un nouveau Reglement qui parut au mois de Janvier 1737.

Tout ce qui gêne l'ouvrier, tout ce qui peut diminuer pour un tems le gain journalier sur lequel il fonde l'espérance d'une fortune rapide, excite ses clameurs. Il ne peut ou ne veut pas sentir que ce qui n'est qu'un retardement momentané de cette fortune, la rendra beaucoup plus certaine au bout d'un petit nombre d'années. Aussi le Reglement a-t-il fait naitre des oppositions & des plaintes de la part de quelques Fabriquans. Le Ministère n'a pas jugé à propos de suivre les voyes d'autorité pour le faire exécuter sans égard à ces oppositions; il a cru qu'il étoit de son équité, d'examiner encore si les plaintes étoient fondées, si les expériences sur lesquelles on se récrioit, ne pouvoient s'exécuter en grand, ou si leur exécution é-

tant

tant démontrée possible, elle n'occasionneroit pas des dépenses qui augmenteroient considérablement le prix des Etoffes auxquelles on auroit donné le bon teint nouvellement ordonné pour faire exécuter les anciens Reglemens.

Peu de personnes auroient pu, aussi bien que Mr. du Fay, continuer le travail qu'il avoit commencé, & le porter à ce terme de perfection, qui n'admet plus de doute. Mais enfin la mort l'a prévenu, & ce travail n'est pas achevé. * On a cru, & sans doute trop favorablement pour moi, que je pouvois être du nombre de ceux qu'on avoit à choisir pour lui succéder, & si je me suis déterminé à tenter de remplir les vues du Conseil, qui m'a nommé, ce n'a été que dans l'espérance d'obtenir les secours & les conseils d'une Compagnie qui peut mieux qu'aucune autre, me diriger dans ce travail. Je vais donc lui proposer le plan que je me suis formé, & lui lire un essai de la méthode que je suivrai dans mes expériences.

* Pag. 128. in 4.

L'Art de la Teinture a pour objet de satisfaire la vue par des variétés de belles couleurs. Le Fabriquant cherche à faire ces couleurs presque sans dépense. Le Ministère veut qu'elles soient stables, & que les ingrédiens qui entrent dans leur composition, n'altèrent pas la solidité des Etoffes. Ainsi le Fabriquant choisit les drogues qui coûtent le moins, qui s'employent le plus aisément, & peut-être par préférence celles dont la couleur est moins durable. C'est ce que l'on

a voulu prévenir par les articles du Reglement, qui désignent les ingrédiens de bon teint, & ceux de mauvais ou de petit teint.

En général, je crois que toute la méchanique invisible de la Teinture peut se rapporter à ceci.

Dilater les pores du corps à teindre, y déposer des particules d'une matière étrangère, & les y retenir, ce sera le bon teint.

Déposer des matières étrangères sur la seule surface des corps, ou dans des pores dont la capacité ne soit pas suffisante pour les recevoir, ce sera le petit ou le faux teint, parce que le moindre choc détachera les atomes colorans qui ne seront pas enchassés assez avant.

Outre l'ouverture convenable des pores du sujet qu'on veut teindre, je ferai voir par les expériences raportées ci-après, qu'il faut que ces corps soient enduits d'une espèce de mastic que ni l'eau de la pluye, ni les rayons du Soleil ne puissent altérer, & qu'on ne peut se dispenser d'admettre différens dégrés de ténuité ou de petitesse dans les particules * colorantes, en sorte que les plus déliées seront de bon teint, & les plus grossières de petit teint. Ce qui n'est ici que supposé, sera démontré, à ce que je crois, dans le Mémoire qu'on va lire, & dans ceux qui le suivront.

* Pag. 229. in 4.

DU

## DU BLEU.

Le Bleu eſt une des cinq couleurs que les Teinturiers nomment *primitives*, parce qu'elles ſont le fondement de toutes celles qu'on peut appliquer ſur les Etoffes, de quelque genre qu'elles ſoient. C'eſt auſſi la couleur qui paroit la plus difficile à préparer: outre ſa teinte propre qui s'applique ſeule ſur la Laine, le Fil, le Coton & la Soye, elle ſert auſſi à faire des couleurs compoſées, comme ſont les différens Vers, en ajoutant le jaune, les Pourpres, les Violets, en y joignant le rouge, les Olives & autres couleurs plus ternes, en ſe ſervant des ingrédiens qui ſont le fauve & le noir.

Ces détails, qui ſont de pratique, ne regardent que le Teinturier, & il n'en eſt pas queſtion dans ce Mémoire. Je les réſerve pour un autre ouvrage, qui ſera rendu public, lorſqu'il conviendra d'imprimer un Traité complet de l'Art de la Teinture.

Le Bleu, dont il s'agit dans ce Mémoire, étant une couleur dont on ne peut ſe paſſer dans la Teinture, & exigeant beaucoup d'attention dans ſa préparation, c'eſt par cette couleur que j'ai commencé le travail dont je ſuis chargé, parce que j'ai cru que la théorie de ſa préparation & de ſon effet, étant une fois bien développée, j'en pourrois tirer des lumières utiles pour la manière d'employer toutes les autres matières colorantes dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent, ou celles dont on pourra ſe ſervir dans la ſuite, tant pour cet-

te couleur simple que pour les quatre autres couleurs primitives, qui sont le Rouge, le Jaune, le Fauve & le Noir.

Cette couleur, qui n'est considérée ici que par rapport à l'utilité dont elle est dans la teinture des Etoffes, n'a été tirée jusqu'à présent que du règne Végétal; & il ne paroit pas qu'on puisse espérer d'employer dans cet art aucun des autres * Bleus dont les Peintres se servent, parce que ce sont toutes matières ou métalliques, ou minérales, ou vitrifiées, qui ne peuvent, sans perdre leur couleur, être réduites en particules assez fines pour rester suspendues dans le liquide salin qui doit pénétrer les fibres des matières, soit végétales, soit animales, dont on fabrique les Etoffes.

* Pag. 130. in 4

Nous connoissons deux Plantes qui donnent le bleu après une préparation préliminaire. L'une est l'*Isatis* ou *Glastum*, qu'on nomme *Pastèl* en Languedoc, & *Vouède* en Normandie, où on le cultive & prépare. J'en parlerai dans un autre Mémoire, parce que je n'ai pas encore eu les commodités nécessaires pour le bien examiner.

L'Autre est l'*Anil*, qui croit dans les Indes orientales & occidentales, où on le prépare pour l'envoyer en Europe, sous le nom d'*Inde* ou d'*Indigo*.

Dans la préparation de cette dernière plante, on a pour but de séparer la fécule colorante des autres parties inutiles de la plante. Cette fécule est un objet considérable de commerce dans les Colonies Françoises & Espagnoles de l'Amérique, d'où l'on nous appor-

porte la plus grande partie de l'Indigo qui se consomme dans ce Royaume. Les Indes orientales ne nous en fournissent que très peu.

Ceux qui cultivent l'*Anil*, & qui le préparent, ont trois Cuves de maçonnerie, placées l'une au-dessus de l'autre en manière de cascades. Ils remplissent d'eau la prémière ou la plus élevée, & y mettent la plante entière telle qu'ils l'ont cueillie, c'est-à-dire, avec ses tiges, son écorce, ses feuilles & ses fleurs. Comme ce n'est que dans des Climats chauds que cette plante peut être aisément cultivée, la chaleur du climat excite très vite la fermentation. L'eau, où la plante trempe, s'échauffe au bout de quelques heures, bouillonne, s'épaissit, & devient de couleur bleue, tirant sur le violet. Quand, après cette vive fermentation, on s'apperçoit que l'eau s'est chargée de toutes les parties colorantes, & que ce qui la surnage n'est plus que le cadavre inutile de la plante, on ouvre le robinet de cette prémière Cuve qui est nommée * la *Trempoire*, & l'on fait passer l'eau chargée de toute la fécule colorante dans la seconde Cuve inférieure. On a donné à celle-ci le nom de *Baterie*, parce qu'on y bat l'eau avec un Moulin à palettes, pour condenser ou rapprocher les parties de cette fécule trop raréfiée, & la faire précipiter au fond, jusqu'à ce que l'eau qui la surnage soit devenue claire comme de l'eau ordinaire. On ouvre alors les robinets qui sont vers le bas des parois verticales de cette Cuve, pour faire écouler cette eau inutile

* Pag. 131. in 4.

tile jusqu'à ce qu'elle soit diminuée à 2 ou 3 pouces près de la surface de la fécule. Après quoi on ouvre les seconds robinets qui sont au fond de la Cuve, afin que toute cette fécule soit entraînée dans la troisième Cuve, qu'on nomme le *Reposoir*. C'est au fond de celle-ci que l'Indigo se dépose de nouveau, & se desséche par l'évaporation de toute l'eau qui l'avoit accompagné. C'est delà qu'on le retire pour en former des pains ou tablettes.

Cette fécule est beaucoup plus riche en matière colorante que ne le sont le *Pastel* & le *Vouède*, & il paroit par diverses expériences rapportées dans le journal de Mr. du Fay, qu'une livre d'Indigo fournit plus de bleu que 12 à 13 livres du meilleur Pastel.

Pour que l'Indigo, tel qu'on nous l'envoye de l'Amérique, dépose sur les Etoffes fabriquées, ou sur les Laines, les particules colorantes dont le Teinturier a besoin dans son art, on le fait infuser de plusieurs manières, qui cependant se peuvent réduire à trois. Ce sont ces infusions à froid ou à chaud qu'on nomme *Cuves d'Inde*, ou *Cuves de bleu*. Celle à froid peut servir pour les Fils & Cotons; celles à chaud sont employées pour les Laines & autres matières animales.

Dans celle à froid, on joint à l'Indigo la Potasse, la Chaux vive, la Couperose verte, la Garence & le Son.

Celles à chaud se préparent ou avec l'Eau ou avec l'Urine. Si c'est avec l'Eau, on ajoute

joute à l'Indigo les Cendres gravelées & un peu de Garence.

Si c'est avec l'Urine, on joint à l'Indigo l'Alun & le Tartre crud. L'une & l'autre de ces Cuves destinées aux * Laines, ont besoin d'un dégré de chaleur assez fort, si l'on veut que la Laine s'y charge d'une teinture solide, c'est-à-dire, qui puisse résister à l'action de l'air & aux épreuves ordonnées dans l'Instruction que le Conseil fit publier en 1733.

* Pag. 132. in 4.

J'ai préparé moi-même ces trois Cuves en petit dans des vaisseaux de crystal, exposés au grand jour, afin de pouvoir voir ce qui s'y passoit, avant que l'infusion fût venue en couleur, c'est-à-dire, qu'elle fût verte au-dessous de l'écume bleue qui doit la surnager. C'est une condition absolument nécessaire, & sans laquelle la couleur que l'Etoffe y prendroit, ne seroit pas de bon teint, & disparoitroit presque entierement aux moindres épreuves.

Je vais décrire la Cuve d'Inde à froid, parce que c'est celle où les changemens se font mieux fait appercevoir, & que ce qui arrive dans les deux autres, n'a pas des différences bien essentielles.

J'ai mis 4 pintes d'Eau dans un vaisseau de verre, dont la capacité étoit de 8 pintes. J'y ai fait dissoudre 3 onces de Couperose verte, qui a donné à l'Eau une teinte jaune. J'ai fait dissoudre à part 3 onces de Potasse dans suffisante quantité d'Eau, & lorsque la dissolution en a été achevée, j'y ai fait digérer pendant trois heures sur un feu très

doux 3 onces d'Indigo de St. Domingue, bien broyé. Il s'y est gonflé, & ayant pris un plus grand volume, il s'est élevé du fond de cette liqueur alkaline avec laquelle il a formé une espèce de sirop épais, mais qui étoit bleu : marque que l'Indigo n'étoit que divisé, mais non pas entierement dissout : car si la dissolution eût été parfaite, cette liqueur auroit été verte, au-lieu d'être bleue, parce que toute liqueur qui a été teinte en bleu par un végétal, quel qu'il soit, verdit, lorsqu'on y mêle un Sel alkali, ou concret, ou en forme liquide, soit qu'il soit fixe, soit qu'il soit volatil. Delà on commence à découvrir pourquoi l'Indigo ne teint pas une Etoffe en bleu solide quand son infusion n'est pas verte. C'est qu'alors sa dissolution n'est pas achevée, & que l'alkali ne peut agir sur ses prémières parties, pour ainsi dire, élémentaires, comme * il agit, par exemple, sur la teinture des Violettes, qui est une dissolution parfaite des parties colorantes de ces fleurs, qu'il verdit dans l'instant & au prémier contact.

* Pag. 133. in 4.

J'ai versé cette liqueur bleue épaisse dans la dissolution de la Couperose, & après avoir bien agité le mêlange avec une spatule, j'y ai ajouté 3 onces de Chaux éteinte à l'air. Dans une saison chaude, ces sortes de Cuves à froid peuvent monter en couleur en trois heures de tems ; mais lorsque j'ai fait cette expérience, le Thermomètre étoit à 4 dégrés au-dessous du terme de la congélation. Aussi cette Cuve a-t-elle été quatre jours à prendre la couleur verte, & par conséquent j'ai

j'ai eu plus de tems pour examiner les changemens qui y arrivoient. La fermentation qui doit se faire indispensablement dans toute liqueur vitriolique, où l'on met un Sel alkali & une Terre absorbante, s'est faite dans mon vaisseau avec tant de lenteur, qu'il n'a paru que très peu d'écume ou de bulles d'air sur la surface du bain, cependant j'avois soin d'agiter le mêlange sept ou huit fois par jour.

A chacune de ces agitations, j'ai remarqué le second jour que ce qui tomboit le prémier au fond du vaisseau, étoit le fer de la Couperose que le sel alkali de la Potasse en avoit précipité pour s'unir à l'acide. Ainsi dans cette opération de la Cuve d'Indigo à froid, on fait un Tartre vitriolé à la façon de *Tachenius*, au-lieu que dans la méthode ordinaire de préparer ce sel moyen, on verse de l'Esprit acide de Vitriol sur un Sel alkali végétal, tel que le Sel de Tartre ou la Potasse. Voilà encore une circonstance qui conduit insensiblement à la *Théorie du bon Teint*: je prie qu'on s'en ressouvienne, parce que j'en ferai usage dans la suite de ce Mémoire.

Après que le fer s'est précipité, on voit tomber la terre de la Chaux. Elle est aisée à reconnoitre par sa couleur blanche, qui ne commence à disparoitre pour en prendre une plus difficile à distinguer, que quand les particules colorantes de l'Indigo sont assez développées. Enfin au-dessus de cette terre blanche, se dépose la fécule de l'Indigo, qui peu-à-peu se raréfie de telle

sorte

ſorte, que cette matière, qui dans les deux
* Pag. 134. in 4. * prémiers jours n'occupoit au-deſſus de la Chaux précipitée qu'un eſpace d'un pouce ou deux de haut, s'élève inſenſiblement juſqu'à demi-pouce près de la ſurface du bain, lequel devient alors tellement opaque, qu'on n'y peut plus rien diſtinguer.

Cette raréfaction de l'Indigo, lente dans les tems froids, promte dans l'Eté, & qu'on peut accélérer dans l'hiver, en donnant à la liqueur 15 ou 18 dégrés de chaleur, eſt une preuve qu'il ſe fait dans le mêlange une fermentation réelle qui ouvre les molécules de l'Indigo, & les diviſe en des particules d'une ténuité extrême. Alors leurs ſurfaces ayant été multipliées preſque à l'infini, elles en ſont d'autant plus également diſtribuées dans la liqueur, qui par-là devient propre à les dépoſer, avec cet *uni* qu'on exige, ſur le ſujet qu'on y plonge pour y prendre la teinture. Avant cette diſtribution parfaite, la Cuve d'Inde ne fait que des taches bleues ſur l'Etoffe, & ces taches bleues ſont enlevées même par la ſimple eau bouillante.

Si cette fermentation ſe fait précipitamment ou en peu d'heures, ſoit à l'occaſion de la chaleur de l'air, ſoit à l'aide d'un petit feu mis ſous le vaiſſeau, on voit paroitre ſur la ſurface du bain une grande quantité d'écume bleue que les Teinturiers appellent *Fleurée*, & une pellicule preſque toujours très mince, qui a des reflets qu'ils ont auſſi nommés *Cuivreux*, parce qu'on y voit les couleurs de l'Iris, où le jaune & le rouge dominent: ce qui n'eſt pas cependant particulier à l'In-

di-

digo, puisqu'on apperçoit de semblables reflets dans tous les mêlanges qui fermentent actuellement, & principalement dans ceux qui contiennent le plus de parties grasses mêlées avec des parties salines. L'Urine, la Suye, & plusieurs autres corps mis en fermentation, présentent les mêmes phénomènes.

Cette écume de la Cuve d'Indigo paroît bleue, parce qu'elle est exposée à l'air extérieur, qui lui est contigu. Mais si l'on prend avec une cuillère un peu de la liqueur qui est au-dessous de cette écume, on la trouvera plus ou moins * verte, selon qu'elle est plus ou moins chargée de particules colorantes. On verra dans la suite de ce Mémoire la raison de cette différence, ou au moins une explication vraisemblable de cette variété, qui est absolument nécessaire pour la réussite de l'opération que je décris.

* Pag. 135. in 4.

Lorsque la Cuve est en cet état, on y peut teindre le Fil, le Coton, les Toiles qui en sont tissues, & la couleur que ces corps y prennent, est de bon teint, c'est-à-dire, que ce Coton & ce Fil la conserveront, même après avoir resté pendant un tems convenable dans une dissolution de Savon actuellement bouillante. C'est l'épreuve qu'on leur fait subir, & celle qu'on a choisie préférablement à toute autre, parce que les Toiles de Coton & de Fil doivent être blanchies avec le Savon quand elles sont sales.

Quoique le bain d'Indigo, qui est vert sous l'écume, puisse teindre solidement sans addition d'aucune autre matière, les Teinturiers

riers qui font dans l'ufage d'employer cette Cuve, y ajoutent une décoction de Garence & de Son dans l'eau commune & paffée par un tamis ; c'eft ce qu'ils nomment un *Brevet*. Ils y mettent la Garence pour affurer, difent-ils, la couleur de l'Indigo, parce que cette racine en fournit une fi folide fur les fujets préparés, qu'elle réfifte à prefque toutes les épreuves. Ils y ajoutent le Son pour adoucir l'eau qu'ils fuppofent contenir prefque toujours des parties d'un fel acide, qu'il eft bon, felon eux, d'amortir.

C'eft une fuite de l'ancien préjugé où l'on étoit du tems de Mr. Colbert, contre l'Indigo, & ce Miniftre, qui ne pouvoit prononcer que d'après des expériences auxquelles fes grandes occupations ne lui permettoient pas d'être préfent, défendit par le Reglement de 1669, d'employer l'Indigo feul. Mais depuis que le Confeil a reconnu par les nouvelles épreuves faites fous les yeux de Mr. du Fay, que la ftabilité de la teinture de cette drogue eft telle qu'on la peut defirer, le nouveau Reglement de 1737, laiffe la liberté aux Teinturiers de l'employer feule ou mêlée avec le Paftel ; ainfi fi l'on continue de joindre la Garence à l'Indigo, c'eft plutôt * parce que cette racine fourniffant un rouge affez foncé, & ce rouge fe mêlant avec le bleu de l'Indigo, il lui donne une teinte qui le fait approcher du Violet, & lui fait prendre un plus bel œil.

* Pag. 136. in 4.

Quant au Son, fi on l'employe, c'eft moins pour amortir le prétendu acide répandu dans les eaux, que pour y diftribuer une certai-

ne quantité de matière glutineuse, puisque la petite portion de farine qui y reste, se mêlant avec la liqueur du bain, doit diminuer un peu sa trop grande fluidité, & par conséquent empêcher que les particules colorantes qui y sont suspendues, ne se précipitent aussi vite qu'elles le pourroient faire dans une liqueur qui n'auroit pas aquis un certain dégré d'épaississement.

Malgré cette colle distribuée dans la liqueur, tant de la part du Son que de la part de la Garence qui fournit aussi quelque chose de glutineux, les particules colorantes ne laissent pas que de retomber au fond du vaisseau, si l'on est quelques jours sans agiter le bain. Alors le haut de la liqueur ne donne plus qu'une foible teinte au sujet qu'on y plonge; & si l'on veut qu'il en prenne une convenable, il faut rebrouiller le mêlange, & le laisser reposer une heure ou deux, pour que le fer de la Couperose & les parties grossières de la Chaux se précipitent de nouveau par leur pesanteur, de crainte que se mêlant inutilement aux véritables parties colorantes, elles n'altèrent leur teinture, & ne déposent sur le sujet qu'on veut teindre, une matière peu adhérente, qui, en se desséchant, rendroit ce sujet poudreux, & dont chaque petite partie occuperoit un espace où la particule vraiment colorante ne pourroit s'introduire, pour s'y appliquer avec un contact immédiat au sujet.

Pour ne rien changer, quant à-présent, à la méthode des Teinturiers, à celle que Mr. du Fay a suivie, j'ai fait bouillir une partie

de Garence en poudre & une partie de Son dans ce qu'il me falloit d'eau pour emplir entierement ma Cuve d'Inde. J'ai passé cette décoction, ou ce *brevet*, en langage de Teinturier, à travers un linge & avec expression; puis * j'ai mis cette liqueur encore très chaude, & qui étoit d'un rouge de sang, dans le bain d'Indigo: j'ai brouillé le tout, & au bout de deux heures ce bain s'est trouvé verd, par conséquent en état de teindre, & il a teint en effet du Coton d'une couleur bleue solide, mais un peu plus vive qu'elle ne l'étoit avant que j'y eusse ajouté le rouge de la Garence.

* Pag. 137. in 4.

Cherchons présentement quelle peut être la cause particulière de la solidité de cette couleur. Peut-être sera-t-elle la cause générale de la ténacité de toutes les autres; car il paroit d'avance par l'expérience décrite ci-devant, que cette ténacite dépend du choix des Sels qu'on ajoute aux décoctions des Ingrédiens colorans. Si avec les conséquences que je tirerai du choix de ces Sels, de leur nature, de leurs propriétés, on consent à admettre (ce qu'on ne peut refuser légitimement) le plus ou moins de ténuité dans les particules colorantes des ingrédiens dont on peut faire usage en teinture, il semble que toute la Théorie de cet Art sera connue, sans qu'il soit nécessaire de supposer des causes incertaines.

On concevra aisément que les Sels qu'on ajoute dans la Cuve d'Inde, servent autant à ouvrir les pores naturels du sujet qu'on veut teindre, qu'à développer les atomes colorans

lorans de cette fécule. Dans les autres préparations de teinture qui donnent les Jaunes, les Rouges, &c. (j'en excepte la teinture d'Ecarlate, pour laquelle il faut une explication particulière) on prépare d'abord les Laines dans une dissolution de Sels que les Teinturiers appellent le *Bouillon*. Or dans ces bouillons on employe ordinairement le Tartre crud & l'Alun. Au bout d'un certain tems on en retire la Laine, qu'on n'exprime que légerement, & on l'enveloppe dans un sac pour la conserver humide dans un lieu frais, afin que la liqueur saline qui y est restée adhérente puisse agir dessus, & la préparer à recevoir la teinture. Pour la teindre ensuite, on la plonge, encore humide, dans une décoction bouillante d'ingrédiens jaunes ou rouges; sans cette préparation, c'est-à-dire, sans l'addition de ces sels, ces teintures ne feroient pas solides. Donc il a fallu élargir par des sels corrodans, * les pores naturels des fibres de cette Laine, peut-être y en ouvrir de nouveaux, pour y loger les atomes colorans des ingrédiens. L'ébullition du bain y enfonce ces atomes par des chocs répétés, les pores déja aggrandis par les sels, se dilatent encore par la chaleur de l'eau bouillante, & ils se resserrent ensuite par le froid extérieur, quand on retire le sujet coloré de la chaudière, qu'on l'évente, & qu'on le plonge dans l'eau froide. Ainsi voila l'atome colorant pris & retenu dans les pores ou fissures du corps teint par le ressort de ses fibres qui s'est remis dans son prémier état.

* Pag. 138 in 4.

Si outre ce reſſort des fibres, on ſuppoſe que les parois de leurs pores ont été enduites intérieurement d'une couche de la liqueur ſaline du bouillon, on verra aiſément que c'eſt un moyen de plus employé par l'art pour retenir l'atome coloré. Car cet atome étant entré dans le pore, pendant que l'enduit ſalin des parois étoit encore liquide, & cet enduit s'étant enſuite congelé par le froid, l'atome eſt alors retenu, & par le reſſort dont il vient d'être parlé, & par cet enduit, qui devenu dur en ſe criſtalliſant, forme une ſorte de maſtic qui ne le laiſſera pas échapper aiſément. Cet enduit ſalin dont je dis que les parois des pores ſont recouvertes, n'eſt pas une ſuppoſition. Il eſt ſi néceſſaire, que ſi, avant que de tremper le ſujet préparé par les Sels dans le bain coloré deſtiné à le teindre, j'enleve ces ſels par de l'eau bouillante, ce ſujet y prendra à la vérité la couleur du bain, mais cette couleur ne ſera point ſolide : ſi au contraire je le plonge encore chargé de tout ce que les pores ont pu retenir de ces ſels, la couleur dont il ſe chargera, réſiſtera à toutes les épreuves.

Si, outre cela, l'atome coloré eſt d'une ténuité telle, que la petite éminence qui reſte apparente à l'entrée du pore, & ſans laquelle le ſujet ne paroitroit pas teint, puiſſe être recouverte de ce même enduit ſalin, comme de la lame extrêmement mince d'un criſtal tranſparent, on en doit conclurre qu'une teinture réſultante de tous ces atomes retenus & recouverts deviendra extrême-

rement solide, & qu'elle sera de la classe du bon teint, pourvu que l'enduit salin ne puisse être * emporté par l'eau froide, telle que celle de la pluye, ni calciné ou réduit en poudre par les rayons du Soleil; car pour qu'une teinture soit réputée solide, il faut qu'elle résiste à ces deux épreuves. On n'en doit pas raisonnablement exiger d'autres pour les Etoffes destinées à nos habits & à nos ameublemens.

* Pag. 139. in 4.

Mais nous ne connoissons en Chymie que deux Sels, qui étant une fois cristallisés & purifiés, puissent être humectés par l'eau froide sans s'y dissoudre. Il n'y a presque aussi que ces deux Sels qui puissent demeurer quelques jours exposés au Soleil sans s'y réduire en farine ou poussière blanche. Ces sels sont le Cristal de Tartre & le Tartre vitriolé. Or on peut faire ce dernier en mêlant ensemble un sel dont l'acide soit vitriolique, tel que la Couperose & l'Alun, & un Sel déja alkalisé, comme est le sel de la Potasse qui entre dans la Cuve d'Inde dont j'ai donné le procédé. On voit que dès que leurs dissolutions s'unissent, l'alkali précipite le fer de la Couperose en une poudre presque noire. Cet acide vitriolique n'ayant plus alors de base métallique, se transporte sur cet alkali, & de leur union il se forme un Sel moyen auquel on a donné le nom de Tartre vitriolé, comme s'il eût été fait avec le Sel de Tartre & l'acide du Vitriol déja séparé de sa base. Tout ce que je viens de dire dans cet article ne

souffre pas, à ce que je crois, de difficulté.

Il n'en sera pas de même du bouillon servant aux autres teintures jaunes ou rouges dont j'ai parlé ci-devant: on ne concevra pas que le Tartre vitriolé puisse s'y former, parce qu'on n'y fait pas bouillir avec l'Alun un Sel alkali, mais un sel qui ne peut le devenir que par calcination. Ainsi lorsqu'on fait bouillir ensemble l'Alun & le Tartre crud, outre l'impression que les fibres de la Laine reçoivent du prémier de ces deux sels, qui est corrodant, le Tartre en reçoit une préparation qui le purifie, & qui d'un sel sale & grossier, en fait un sel net & transparent; par conséquent les pores ouverts par l'Alun seront enduits par le Cristal de Tartre qui se cristallise dès qu'il sent le froid, qui ne se calcine point à * l'air chaud, & qui ne peut être dissout par l'eau froide de la pluye. C'est tout ce que j'avois à démontrer dans cet article.

* Pag. 140. in 4.

Cette théorie est commune à la Cuve d'Indigo, où l'on met l'Urine à la place de l'Eau, l'Alun & le Tartre crud à la place de la Couperose & de la Potasse. Cette Cuve à l'Urine ne peut teindre solidement que lorsqu'elle est très chaude, & il faut même y laisser tremper la Laine une heure ou deux, si l'on veut qu'elle soit teinte également. Dès que cette Cuve est refroidie, elle ne teint plus. La raison de ces faits ne seroit pas aisée à découvrir dans une Cuve de métal, mais dans un vaisseau de cristal on la découvre aisé-

ſément. J'ai laiſſé refroidir cette petite Cuve d'eſſai, & toute la couleur verte qui y étoit ſuſpendue pendant qu'elle étoit chaude, s'eſt précipitée peu-à-peu au fond du vaiſſeau, parce qu'alors le Tartre ſe criſtalliſoit, & ſe réuniſſant en des maſſes plus peſantes que ſes molécules ne l'étoient pendant qu'il étoit diſſout, il tomboit au fond du vaiſſeau, & entrainoit avec lui les particules colorantes. Quand je rendois à la liqueur ſon dégré précédent de chaleur, & qu'après l'avoir brouillée & laiſſée repoſer un peu, j'y faiſois tremper un petit morceau de Drap, je l'en retirois au bout d'une heure auſſi ſolidement teint que la prémière fois. Ainſi il ne faut, pour la réuſſite de cette Cuve, que tenir toujours le Tartre en diſſolution par une chaleur ſuffiſante. C'eſt l'alkali de l'Urine qui en verdit le bain, c'eſt l'Alun qui prépare les fibres de la Laine, & c'eſt le Criſtal de Tartre qui aſſure la teinture, en maſtiquant les atomes colorans dépoſés ou introduits dans les pores de ces fibres.

Mais il reſte une difficulté par rapport à la Cuve d'Inde, dans laquelle on ne met ni Vitriol, ni Potaſſe, ni Alun, ni Tartre, & où l'on employe ſimplement la Cendre gravelée & un peu de Garence : il faut auſſi qu'elle ſoit chauffée aſſez vivement pour y teindre la Laine & les étoffes de Laine. Avant que de rendre raiſon de la ſolidité de ſa teinture, qui eſt la même que celle des autres Cuves de bleu, où l'on fait entrer les

* Pag. 141. in 4. Sels que je viens de nommer, il faut examiner la * Cendre gravelée. On sait que c'est la Lie du Vin desséchée, puis calcinée. C'est donc un Sel alkali de la nature du Sel de Tartre, mais moins pur, puisqu'il vient de la partie la plus pesante des féces du Vin, & par conséquent la plus terreuse. Outre cela l'alkali de la Cendre gravelée n'est jamais aussi homogène que le Sel alkali du Tartre bien calciné, & il y a peu de Cendre gravelée non purifiée dont on ne puisse retirer une quantité assez sensible de Tartre vitriolé. C'est ce qui fait que ce Sel de la Lie calcinée ne se met jamais entierement en *deliquium* à l'humidité de l'air, au-lieu que le Sel de Tartre se liquéfie presque tout entier, & que la petite partie talqueuse qui en reste sous une forme solide, paroit être une pure terre. Or s'il est vrai, comme l'expérience me l'a fait voir plus d'une fois, qu'il y ait un Tartre vitriolé tout formé dans la Cendre gravelée, il est clair que cette Cuve d'Inde, qui ne teint bien la Laine qu'après l'avoir chauffée assez vivement pour qu'on ne puisse y tenir longtems la main sans se bruler, dissoudra la petite portion de Tartre vitriolé qui s'y trouve, & par conséquent ce sel s'introduira dans les pores de la Laine pour les enduire, & il se coagulera aussi-tôt que la Laine retirée de ce bain chaud sera exposée à l'air pour s'y refroidir. Ainsi l'explication que j'ai donnée ci-devant, serviroit pour cette opération comme pour les précédentes.

Ce-

Cependant si l'on refusoit d'admettre l'existence de ce Sel moyen, je la démontrerois par une expérience qui fut faite pendant les mois de Juillet & d'Aout 1738, pour vérifier celle que j'avois lue dans un des derniers volumes des *Ephémérides des Curieux de la Nature*. Je pris de la Cendre gravelée nouvellement calcinée, je la fis dissoudre dans de l'eau bouillante, & j'en filtrai la dissolution encore chaude. Je mis, comme l'Auteur Allemand, cette liqueur à la Cave, dans un Matras à long cou, dont je fermai l'ouverture avec un papier à filtrer, simplement appliqué dessus. Au bout de huit jours je ne trouvai au fond de cette liqueur alkaline; dont il y avoit près de deux pintes, qu'un gros au plus de Tartre vitriolé. * Je reversai cette liqueur dans une terrine de cristal, & j'y trempai des Linges blancs de lessive, & après les avoir fait sécher pendant le jour, je les retrempois le lendemain matin dans la terrine pour les faire encore sécher pendant la journée, les tenant étendus sur une corde attachée à une fenêtre au haut de la maison, ce que je continuai de faire pendant huit jours. Enfin je versai dessus de l'eau chaude en assez grande quantité pour dissoudre tous les sels, quels qu'ils fussent, j'en filtrai la dissolution toute chaude; je l'exposai encore à l'air dans un lieu frais, & au bout de quinze jours j'y trouvai près de 7 gros de Tartre vitriolé. Ce qui suffit pour en conclurre avec l'Auteur Allemand, que s'il y a un acide dans l'air, cet acide est vitriolique, puisqu'il

* Pag. 142. in 4.

qu'il n'y a que lui qui avec un Sel alkali végétal puisse faire un Tartre vitriolé. J'ai déja donné une autre preuve de l'existance de cet acide dans l'air, à la fin du Mémoire sur le Phosphore de Kunckel, qu'on trouvera dans le Volume de 1737.

Ainsi, comme le Tartre vitriolé est actuellement dans la Cendre gravelée, qu'on n'employe ordinairement que calcinée depuis longtems, c'est à ce sel qu'on pourra rapporter en partie la ténacité des bonnes teintures qui ne sont altérées ni par le Soleil, ni par l'eau de la pluye.

Il me reste à expliquer pourquoi la Cuve d'Indigo est verte sous les prémières surfaces du bain, pourquoi il faut que ce bain soit verd pour que la teinture soit solide, & pourquoi l'étoffe ou la Laine qu'on retire verte du bain, devient bleue aussi-tôt qu'on l'a éventée. Toutes ces conditions étant nécessairement communes à toutes les Cuves d'Inde, soit à froid, soit à chaud, la même explication servira pour toutes.

1. L'écume ou fleurée qui surnage le bain d'Indigo, lorsqu'il est en état de teindre, est bleue, & le dessous de cette écume est vert. Ces deux circonstances prouvent que l'Indigo est parfaitement dissout, & que le Sel alkali s'est uni aux atomes colorans, puisqu'il les verdit, car sans lui ils resteroient bleus.

* Pag. 143. in 4.
* 2. Ces mêmes circonstances prouvent aussi qu'il y a dans l'Indigo lui-même un alkali volatil urineux que l'alkali fixe de la

Po-

Potaſſe ou de la Cendre gravelée développe, & qui s'évapore peu de tems après que cette écume a été expoſée à l'air. On ſe convaincra de l'exiſtence de ce volatil urineux, en examinant l'odeur de la Cuve pendant ſa fermentation, lorſqu'on l'agite, ou quand on la chauffe : on y demêle celle d'une viande gâtée qu'on feroit rotir, avec quelque choſe d'un peu piquant.

3. On prépare l'Anil pour en ſéparer la fécule par une fermention continuée juſqu'à la putréfaction. Or il y a de l'urineux dans toutes les Plantes pourries, ſoit que ce volatil ſoit le produit d'une union intime des ſels avec l'huile du végétal, ſoit qu'on doive le rapporter à la multitude prodigieuſe des Inſectes qui abordent de toutes parts ſur les Plantes qui fermentent, attirés par l'odeur qui s'en exhale. Ils y vivent, y multiplient, y meurent, & y laiſſent par conſéquent une infinité de cadavres. Ainſi il ſe joint à la fécule de l'Indigo une matière animale dont le ſel eſt toujours un volatil urineux.

4. Enfin pour dernière preuve, ſi l'on diſtile de l'Indigo ſeul, ou encore mieux, mêlé avec un peu de Sel alkali fixe, on en retire une liqueur qui dans toutes les épreuves chymiques fait l'effet de l'eſprit volatil de l'Urine.

Mais on demandera peut-être pourquoi ce volatil urineux que je fais voir dans l'Indigo, ne fait pas paroître cette fécule de couleur verte, puiſqu'il doit être diſtribué également entre toutes ſes parties ? pourquoi même,

quand on dissout l'Indigo dans l'eau bouillante pure, il reste bleu, & ne devient pas verd? Je réponds que ce volatil urineux est si concentré dans la fécule, qu'il lui faut un corps étranger plus actif que l'eau bouillante pour le chasser des particules qui l'enveloppent, soit que ces particules appartiennent au végétal, soit que ce soient les cadavres des petits Insectes qui y sont restés après leur mort. D'ailleurs la dissolution de l'Indigo ne se fait jamais parfaitement dans l'eau

* Pag. 144. in 4. seule, quelque * dégré de chaleur qu'on lui donne. A la vérité, cette dissolution bleuit les étoffes qu'on y trempe, mais la couleur ne s'y applique qu'inégalement, & d'autre eau bouillante l'enleve presque sur le champ. Le Sel ammoniac, dont les Chymistes tirent l'Esprit volatil urineux le plus pénétrant, n'a point cette odeur vivement urineuse, quand on le fond & le fait bouillir dans l'eau. Il y faut joindre de la Chaux ou un Sel alkali fixe pour en dégager le volatil urineux, & le séparer de l'acide qui le tenoit lié. De même l'Indigo exige des alkalis fixes ou terreux pour être exactement décomposé, pour que son volatil urineux se fasse appercevoir, pour que ses atomes colorans soient réduits à leur ténuité vraisemblablement élémentaire.

Je passe à la seconde condition. *Il faut que le bain de la Cuve d'Inde soit verd pour que la teinture qu'il donne soit solide.* C'est, comme je l'ai déja dit, que l'Indigo ne seroit pas exactement dissout, si l'alkali, répandu dans

la

la liqueur, n'agiſſoit pas deſſus, & ſa diſſolution n'étant pas auſſi parfaite qu'elle le doit être, il ne pourroit teindre ni également, ni ſolidement. Or dès qu'il eſt aſſez diſſout pour que l'alkali agiſſe deſſus, il doit le verdir, parce que tout alkali qu'on mêle à un ſuc ou à une teinture bleue d'une plante ou d'une fleur, la verdit dans l'inſtant quand il peut ſe diſtribuer également ſur toutes ſes parties colorantes. Mais ſi par évaporation, ces mêmes parties colorantes ſe ſont raſſemblées en des maſſes dures & compactes, l'alkali ne pourra changer leur couleur, qu'elles n'ayent de nouveau été diviſées & réduites à leur prémière ténuité. C'eſt ce qui arrive à l'Indigo.

A l'égard de la troiſième & dernière condition, que *l'Etoffe doit être retirée verte du bain, & devenir bleue auſſi-tôt qu'on l'a éventée, ſans quoi le bleu ne ſeroit pas de bon teint.* On peut en rendre, à ce que je crois, les raiſons ſuivantes. 1. On la retire verte, parce que le bain eſt verd. S'il ne l'étoit pas, l'alkali qu'on a mis dans la Cuve ne ſeroit pas également diſtribué, ou bien l'Indigo ne ſeroit pas exactement diſſout, comme je viens de le dire. Si le Sel alkali * n'étoit pas également diſtribué, la liqueur contenue dans la Cuve ne ſeroit pas également ſaline. Le bas de cette liqueur auroit tout le ſel, le haut ſeroit preſque inſipide. En ce cas l'étoffe qu'on y plongeroit ne pourroit y être préparée à recevoir la teinture, ni à la retenir. Mais quand on la retire verte au bout

* Pag. 145. in 4.

d'un tems convenable d'immerſion, c'eſt une marque que la liqueur étoit également ſaline, également chargée d'atomes colorans. C'eſt une marque auſſi que le Sel alkali a pu s'inſinuer dans les pores des fibres de la Laine, les élargir, en former peut-être de nouveaux, comme il a été déja dit. Or on ne doutera plus qu'un Sel alkali ne puiſſe faire cet effet ſur les fibres de la Laine, ſi l'on ſe reſſouvient que quand une leſſive alkaline eſt fort âcre, elle brule ou diſſout preſque dans l'inſtant un floccon de Laine; ou la barbe d'une Plume qu'on y trempe. Une opération de Teinture, qu'on nomme la *fonte de bourre*, en eſt encore un exemple, la bourre qu'on y employe, & qu'on fait bouillir dans une diſſolution de Cendres gravelées faite par l'Urine, s'y diſſout ſi parfaitement qu'on n'en retrouve pas la moindre fibre. Donc ſi une leſſive très âcre détruit entierement la Laine, une leſſive qui n'aura de Sel alkali que ce qu'il lui en faut pour agir ſur la Laine ſans la détruire, en préparera les pores à recevoir & conſerver les atomes colorans de l'ingrédient dont je traite dans ce Memoire.

*On évente l'Etoffe retirée verte de la Cuve après l'avoir exprimée, & elle devient bleue.* Que fait-on en l'éventant? on la rafraichit. Si c'eſt le volatil urineux, développé de l'Indigo, qui lui a donné cette couleur verte, il s'évapore, parce qu'il eſt volatil, & le bleu reparoit. Si c'eſt l'alkali fixe qui eſt la cauſe de ce verd, outre qu'on en a ôté la plus gran-

grande partie en exprimant l'étoffe, ce qui en reste ne peut plus agir sur la partie colorée, parce que le petit atome de Tartre vitriolé, qui contient un atome coloré encore plus petit que lui, s'est cristallisé dès qu'il a été exposé au froid de l'air, & a interrompu par cette cloison saline cristallisée le contact immédiat de l'alkali fixe avec la partie colorante.

* On avive ce bleu, c'est-à-dire, qu'on le rend & plus vif & plus beau, si l'on fait tremper l'étoffe, refroidie après sa teinture, dans de l'eau chaude, parce qu'alors la portion des particules colorantes, qui n'avoit qu'une adhérence superficielle aux fibres de la Laine, est emportée. Il se fait aussi une dissolution moyenne des surfaces apparentes de chaque petit cristal salin, ce qui rend ces surfaces plus minces, & fait paroitre l'atome coloré d'autant plus vif qu'il est vu à travers un corps moins opaque, parce qu'il a alors moins d'épaisseur. * Pag. 146. in 4.

On se sert du Savon pour éprouver la solidité de cette teinture, & elle lui doit résister, parce que le Savon, que d'ailleurs on ne met qu'en petite quantité dans beaucoup d'eau, & qui ne doit bouillir avec l'échantillon teint que pendant cinq minutes, auxquelles on a fixé le tems de l'épreuve, est un alkali mitigé par l'huile qui ne peut agir sur un sel moyen. S'il décharge l'échantillon de quelques parties de sa couleur, c'est que ces parties n'adhéroient qu'à des surfaces lisses des fibres de la Laine. D'ailleurs le petit

cristal salin, enchassé dans le pore, & défendu par ses parois, ne peut être totalement dissout dans un si court espace de tems.

On a vu dans ce Mémoire un essai de la Méthode que je me suis proposé d'employer dans l'examen de toutes les matières qui ont été jusqu'ici ou qui seront dans la suite employées en teinture. Si l'on juge que cette méthode puisse conduire à des découvertes utiles à cet art, même à la Physique, on la suivra dans les autres expériences qui regardent les couleurs simples; car il est absolument nécessaire de les connoitre avant que de passer aux composées, parce que ces dernières ne sont ordinairement que des couleurs appliquées les unes après les autres, & rarement mêlées ensemble dans un même bain ou décoction. Ainsi connoissant ce qui a opéré la ténacité d'une couleur simple, on pourra savoir plus aisément si la seconde couleur peut prendre place à côté dans les espaces que la prémière a laissé vuides, sans déplacer la prémière de ceux qu'elle occupe déja. C'est-là l'idée que je me suis formée de l'arrangement des couleurs différentes * appliquées sur une même étoffe; c'est celle aussi que Mr. du Fay semble préférer à toute autre dans son Mémoire de 1737. Il me paroit trop difficile de concevoir que des particules colorantes puissent se poser les unes sur les autres, & former ainsi des espèces de pyramides, en conservant chacune leur couleur, pour que de l'assemblage de toutes il en résulte une couleur composée. Il faudroit

* Pag. 147. in 4.

droit pour cela leur ſuppoſer trop de tranſparence. De plus pour qu'un atome jaune ſe place immédiatement ſur un atome bleu déja enchaſſé dans le pore de la fibre, & pour qu'il y reſte ſolidement attaché, il faut qu'ils ſe touchent l'un & l'autre par des plans extrêmement polis: pour qu'un atome rouge vienne enſuite ſe poſer ſur le jaune, il faut encore ſuppoſer de nouveaux plans. L'imagination a peine à ſe prêter à ces ſuppoſitions, & il me paroit bien plus probable que la prémière couleur n'a occupé que les pores qu'elle a trouvé ouverts par la prémière préparation des fibres du ſujet; qu'à côté de ces pores remplis il y a des eſpaces non occupés, où l'on peut ouvrir de nouveaux pores pour y loger de nouveaux atomes d'une ſeconde couleur à l'aide d'un nouveau bouillon compoſé de Sels, qui étant peu différens & ſouvent les mêmes que ceux du prémier bouillon, ne détruiront pas les prémiers criſtaux ſalins introduits dans les prémiers pores. Mais tout cela ſera diſcuté plus amplement, lorſque je hazarderai la Théorie chymique des Couleurs compoſées.

Il réſulte, à ce que je crois, de ce Mémoire, que tout ingrédient dont les particules colorantes ſeront naturellement aſſez fines pour entrer juſqu'à une certaine profondeur dans les pores ouverts de la fibre d'un ſujet à teindre, & pour y être reſſerrées par le reſſort de cette fibre, ſera de bon teint; Que tout ingrédient dont les parties ſervant à teindre, ſeront d'un trop grand volume

pour

pour être enchassées suffisamment dans ces pores, sera de faux teint, parce que le moindre choc les détachera du sujet teint: Enfin que tout Sel servant d'enduit à ces pores, qui ne pourra être dissout dans l'eau froide, comme le peuvent être tous les Sels, excepté le * Cristal de Tartre & le Tartre vitriolé, doit être préféré à ceux qui n'ont pas cette propriété, non plus que celle de n'être pas réduits en poudre par les rayons du Soleil.

* Pag. 148. in 4.

## DE LA SPIRALE D'ARCHIMEDE

*décrite par un mouvement pareil à celui qui donne la Cycloïde, & de quelques autres Courbes de même genre.*

Par MR. CLAIRAUT (a).

LORSQU'ON a imaginé différens mouvemens continus pour décrire des Courbes, soit utiles, soit simplement curieuses, on a presque toujours eu soin que le Style ou Crayon qui devoit tracer la Courbe qu'on cherchoit, fût mobile, & imprimât sa trace sur un plan immobile. Je ne connois que le Tour à tourner où le plan sur lequel on trace une Courbe, se meuve pendant que le Style est fixe.

Il

(a) 9 Juillet 1740.

Il ſemble à la prémière inſpection, que ces deux deſcriptions ſont les mêmes, & que l'on peut choiſir indifféremment l'une ou l'autre ſelon ce qu'on ſe propoſe d'exécuter ; que s'il s'agit ſeulement de tracer un trait ſur un plan donné, il n'y a qu'à faire mouvoir le Crayon ou le Style ; que s'il eſt néceſſaire que ce trait ſur le plan y ſoit en creux ou en relief, il faut rendre ce même plan mobile, & fixer le Style ou l'outil tranchant, & que pourvu que le mouvement dans l'un & l'autre cas ſoit le même, il en doit réſulter la même Courbe.

Cependant c'eſt une idée dont on ſe détrompe avec un peu d'attention. J'examinois il y a quelque tems de quelle manière on décrivoit l'Ovale ſur le Tour, & je reconnus bientôt que ſi le Style avoit été mobile avec les Règles ſur leſquelles eſt attaché le plan mobile, & qu'au contraire le plan eût été fixe, on auroit eu des Conchoïdes du Cercle, * & ma prémière idée fut que les Ovales qu'on décrit ſur le Tour étoient des Conchoïdes du Cercle. En examinant la choſe un peu mieux, je vis facilement qu'elles étoient de véritables Ellipſes d'*Appollonius*. Je penſai alors à quelques autres deſcriptions de Courbes beaucoup plus ſimples que celles du Tour. Je les avois négligées autrefois, ne croyant pas qu'elles me donnaſſent rien de nouveau ; cependant ce que j'avois cru au prémier coup d'œil devoir décrire des Cycloïdes, donne la Spirale d'Archimède. Quoiqu'il y ait peu d'utilité à retirer de la deſcription d'une tel-

* Pag. 149. in 4.

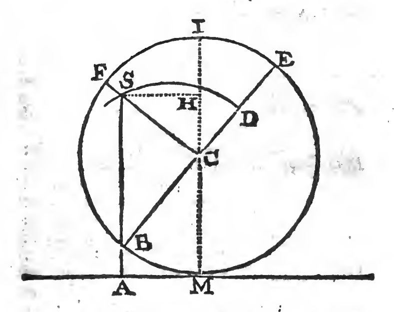
telle Courbe, ainsi que de quelques autres dont je traiterai dans ce Mémoire, j'ai cru qu'il pouvoit m'être permis, comme à beaucoup d'autres Géomètres, de m'occuper quelquefois à des recherches de pure curiosité, & j'espère que l'Académie ne me refusera pas quelques momens de son attention.



PRO-

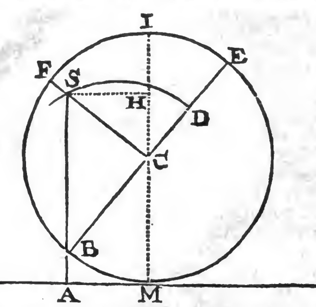
# PROBLEME I.

*Soit* BMEF *un Cercle qui roule sur la ligne droite* AM, *en sorte que tous ses points soient successivement appliqués sur cette ligne. Soit de plus en* S *un Style fixe hors du plan du Cercle, on demande la Courbe qu'il trace sur le plan roulant pendant son mouvement.*




Pour la trouver, imaginons que *BME* soit une situation quelconque de ce Cercle; *BCE*, la position du diamètre * qui étoit perpendiculaire à *AM* en *A*, lorsque le Cercle touchoit cette ligne au même

* Pag. 150. in 4.




me point *A*, c'est-à-dire, que l'arc *BM* soit égal à la droite *AM*.

En prenant $BD = AS$, on aura le point *D* qui étoit d'abord en *S* avant le commencement du roulement ; & comme la droite *BE*, mobile par le roulement du Cercle, est fixe par rapport à lui, on la pourra prendre pour l'axe de la Courbe demandée *DS*, & l'on cherchera l'Equation de cette Courbe entre les rayons *CS* & les arcs *EF*, ou les angles *DCS*.

On nommera pour cela *CS*, *y*; *FE*, *x*; le rayon *CM*, *a*, & la droite *CH*, qui est constante, *b*; d'où l'on aura $SH = AM = BM = \sqrt{(yy - bb)}$, & divisant cette valeur de *SH* par $CH = b$, on aura $\frac{\sqrt{(yy-bb)}}{b}$ pour la tangente de l'angle *SCH*, le rayon étant 1. Donc

I. Donc $\int \frac{b\,dy}{y\sqrt{(yy-bb)}}$ sera la valeur de cet angle, qui étant multipliée par le rayon $CM = a$, donnera $a\int \frac{b\,dy}{y\sqrt{(yy-bb)}}$ pour l'arc $IF$. Si on ajoute ensuite cette valeur de $IF$ à celle de $EI = BM$, on aura $x = \sqrt{(yy-bb)} + a\int \frac{b\,dy}{y\sqrt{(yy-bb)}}$ pour l'Equation de la Courbe cherchée.

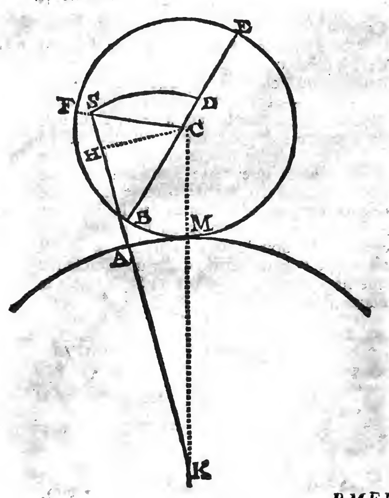
* Si l'on fait dans cette valeur $b = 0$, c'est-à-dire, que le point décrivant soit à la hauteur du centre, l'Equation se changera en $x = y +$ le quart du Cercle dont le rayon est $a$, ou simplement $x = y$, si au-lieu de prendre $EB$ pour axe, on prenoit un diamètre à angles droits avec celui-là. Or il est évident que cette Equation exprime une Spirale d'Archimède partant du centre $C$, & coupant à angles droits le diamètre $BE$. Voilà donc une façon bien simple de décrire la Spirale d'Archimède, puisqu'il ne s'agit que de faire rouler un Cercle sur une ligne droite, & placer un Style fixe à la hauteur de son centre.

* Pag. 151. in 4.

PRO-

## PROBLEME II.

*Supposons présentement que le Cercle* BMEF *roule sur un autre Cercle* AM, *le point décrivant* S, *étant toujours fixe hors du plan roulant, on demande la nature de la Courbe décrite par ce mouvement.*



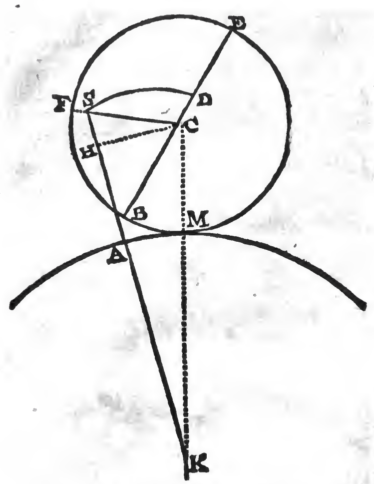

*BMEF*

*BMEF* repréſentant toujours une poſition quelconque du Cercle roulant, *BDE* le diametre de ce Cercle, qui étoit perpendiculaire en *A* avant le commencement du roulement, *D* la trace du point *S* lorſque *BD* étoit en *AS*, *DS* la Courbe cherchée, & *SC* un rayon quelconque de cette Courbe; on tirera de plus au centre *K* du Cercle *AM*, les deux rayons *SK*, *CK*.

* On nommera enſuite l'arc *FB*, *x*, & le rayon *CS*, *y*; le rayon du Cercle roulant *c*, la diſtance *SK*, *f*; *CK*, *b*; & l'on cherchera l'expreſſion de l'arc *FM* & de l'arc *AM* en *y* & en conſtantes, & on en tirera l'Equation de la Courbe cherchée; car *x* ou $FB = FM - BM$, ou $FM - AM$, puiſque $AM = BM$ par le roulement.

* Pag. 152. in 4.

Pour




Pour parvenir à ces expreſſions, on abaiſſera la perpendiculaire $CH$, & l'on aura pour la valeur de $HK$, $\frac{bb-yy+ff}{2f}$, & pour celle de $SH$, $\frac{yy-bb+ff}{2f}$, d'où le ſinus de l'angle $HCK$ ſera $\frac{bb-yy+ff}{2fb}$, & le ſinus de l'angle

gle $SCH$ sera $\frac{yy-bb+ff}{2fy}$, & par conséquent l'angle $HCK$ sera exprimé par

$$\int \frac{-\frac{1}{fb}y\,dy}{\sqrt{[1-(\frac{bb-yy+ff}{2fb})^2]}}$$, & l'angle $SCH$ par

$$\int \frac{\frac{dy}{2f}+(\frac{bb-ff}{2f})\frac{dy}{yy}}{\sqrt{[1-(\frac{yy-bb+ff}{2fy})^2]}}$$. Ajoutant ces deux expressions, & les multipliant par le rayon $CM, c$, on aura pour l'arc $FM$, $c\int \frac{-y\,dy}{fb\sqrt{[1-(\frac{bb-yy+ff}{2fb})^2]}}$

$$+c\int \frac{\frac{dy}{2f}+(\frac{bb-ff}{2f})\frac{dy}{yy}}{\sqrt{[1-(\frac{yy-bb+ff}{2fy})^2]}}.$$

Comme l'angle $HKC$ est le complément de l'angle $HCK$, * en nommant $D$ l'angle droit, on aura $D-\int \frac{-y\,dy}{fb\sqrt{[1-(\frac{bb-yy+ff}{2bf})^2]}}$ pour la valeur de l'angle $HKC$; & multipliant cette valeur par le rayon $MC = b - c$, on aura $(b-c)\,D - (b-c)$ $\int \frac{-y\,dy}{fb\sqrt{[1-(\frac{bb-yy+ff}{2fb})^2]}}$ pour la valeur de l'arc $AM$ ou $BM$. D'où l'Equation de la Courbe

* Pag. 153. in 4.

 cher-

cherchée sera $x = c \int \frac{-y\,dy}{fb\sqrt{\left[1-\left(\frac{bb-yy+ff}{2bf}\right)^2\right]}}$

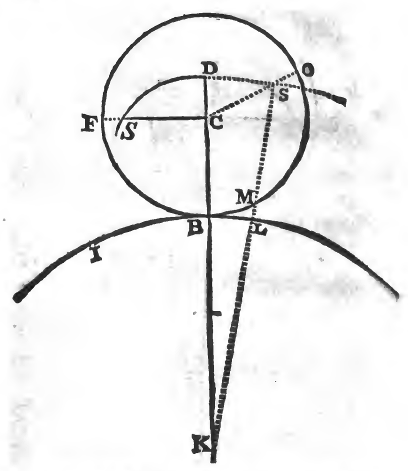
$$+ c \int \frac{\frac{dy}{2f} + \left(\frac{bb-ff}{2f}\right)\frac{dy}{yy}}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{yy-bb+ff}{2fy}\right)^2\right]}} - (b - c)$$

$$D + (b - c) \int \frac{-y\,dy}{fb\sqrt{\left[1-\left(\frac{bb-yy+ff}{2fb}\right)^2\right]}},$$

ou en réduisant $x = c \int \frac{\frac{dy}{2f} + \left(\frac{bb-ff}{2f}\right)\frac{dy}{yy}}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{yy-bb+ff}{2fy}\right)^2\right]}}$

$$+ b \int \frac{-y\,dy}{fb\sqrt{\left[1-\left(\frac{bb-yy+ff}{2fb}\right)^2\right]}} - (b-c)\,D.$$

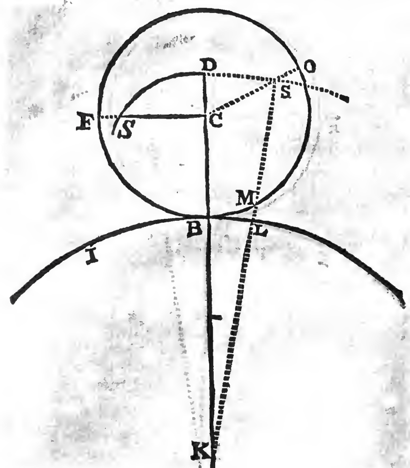
Si l'on vouloit construire la Courbe en question sur le papier, sans faire aucun roulement, voici l'opération qu'il faudroit faire.




Soient *FBMO* le Cercle qui rouloit dans la construction précédente, *IB* le Cercle qui lui servoit de base, *D* le point fixe décrivant.

On tracera du centre *K* & de l'intervalle

*KD* le Cercle *Ds*. Ensuite pour avoir un point quelconque *S* de la Courbe cherchée, on prendra un point *s* à volonté sur le Cercle *Ds*, & l'on tirera *Cs* & *Ks*. Cela fait,




* Pag. 154. in 4. on prendra * sur le Cercle *FBO* l'arc *BM* égal à l'arc *BL*, & l'arc *BF* égal à l'arc *MO*; puis tirant *CF*, & prenant $CS = Cs$, *S* sera un point de la Courbe cherchée.

*S E-*

# * SECOND MEMOIRE SUR LA FISTULE LACRYMALE. * Pag. 255. in 4.

Par Mr. Petit (a).

Dans le Mémoire que j'ai donné sur ce sujet en 1734, j'ai distingué trois différentes Maladies auxquelles on donne souvent le nom de *Fistules lacrymales*; savoir, la Tumeur lacrymale, qui n'est point Fistule; la Fistule qui n'est point lacrymale, & celle que l'on doit appeller & qui est uniquement Fistule lacrymale : dans celle-ci les larmes, au-lieu d'être retenues dans le sac nasal, ou de couler dans le nez, coulent par l'ulcère fistuleux, & se répandent sur la joue.

Dans ce Mémoire j'ai traité amplement de la Tumeur lacrymale qui n'est point Fistule. Celle qui est Fistule, & qui n'est point lacrymale, n'a rien de particulier, si ce n'est d'avoir été souvent confondue, & prise pour la vraye Fistule lacrymale, je n'en parlerai point aujourdhui : il s'agit seulement des Fistules qui sont réellement lacrymales, tant de celles qui sont simples, que de celles qui sont les plus compliquées : j'en excepte enco-

(a) 22 Juin 1740.

core les complications qui peuvent dépendre des causes intérieures. Il ne sera question ici que du vice organique ou local, entant qu'il est possible de le réparer, soit par des médicamens topiques, soit par des opérations chirurgicales.

Ce vice, qui le plus souvent est peu de chose lorsqu'il commence, devient considérable quand la maladie a été négligée ou mal traitée dans son commencement; elle augmente peu-à-peu au point qu'il y survient inflammation, qu'il s'y forme abcès, que le sac lacrymal se perce, & que le pus & les larmes s'ouvrent un passage au dehors & se
* Pag. 156. in 4. répandent * sur la joue; que quelquefois les os se carient, qu'il s'élève des chairs fongueuses, de dures & de calleuses, que le sac lacrymal se détruit entierement ou en partie, & que les points & conduits lacrymaux & le canal nasal même, se dérangent, en sorte que la structure & les fonctions du siphon lacrymal sont entierement perverties. Ce n'est-là qu'une partie des desordres qui arrivent, si l'on ne fait pas de bonne heure l'opération que j'ai décrite dans le prémier Mémoire. On trouvera dans celui-ci un détail & une description exacte de toutes les opérations & autres moyens que j'ai eu occasion de pratiquer pour prévenir ou réparer ces desordres, du moins autant qu'il m'a été possible.

Les intentions que l'on doit avoir dans la cure de ces différentes complications, se réduisent en général à deux. L'une est de guérir la Fistule, & l'autre de remédier au larmoyement, en rétablissant le cours naturel des

des larmes dans le nez. Je sai que l'on ne peut guérir le larmoyement sans guérir la fistule, mais bien des gens se contentent de guérir la fistule sans guérir le larmoyement, & ils s'en applaudissent, cependant la perfection exige qu'on réussise dans l'un & dans l'autre. En effet un Chirurgien peut-il se vanter, par exemple, d'avoir guéri une Fistule à l'anus, si, après le traitement, le boyau se trouve rétréci au point de refuser un libre passage aux excrémens, ou affoibli & si dilaté, qu'il reste au malade une trop grande facilité d'aller à la selle, ou bien une impossibilité de retenir les excrémens? Croirat-on qu'une Fistule au périné soit bien guérie, s'il reste au malade une difficulté de rendre ses urines, ou une impossibilité de les retenir? Je dis la même chose de la Fistule lacrymale: quiconque guérit cette fistule, & laisse le larmoyement, ne fait que le plus facile de ce qu'il doit faire; car pour réussir dans cette opération, il n'est pas moins essentiel de conserver ou de rétablir les fonctions du siphon lacrymal, qu'il est essentiel de conserver celles de l'anus & de l'urètre quand on opère sur ces parties.

Je sai qu'il n'est pas toujours possible de parvenir à cette * perfection, mais il faut le tenter: ce qu'il y a de certain, c'est qu'on n'y parviendra jamais en suivant une méthode qui commence d'abord par détruire l'organe (c'est la méthode ordinaire), & que l'on y parviendra très souvent par celle qui a pour maxime de le conserver ou de le rétablir dans son état naturel.

* Pag. 157. in 4.

Quoique la fistule, sur-tout celle qui est compliquée, paroisse le principal objet, cette fistule n'est pas ce qui donne le plus de peine; le difficile est de rétablir le cours des larmes en même tems qu'on opere, & que l'on traite la fistule: c'est pour cela que je ne séparerai point ces deux choses.

Les opérations que je vais décrire, tendront également à remplir ces deux vûes. Elles se réduisent à quatre. Les unes se pratiquent au trou fistuleux: les autres regardent le vice des points & des conduits lacrymaux; il y en a qui s'exercent sur le sac lacrymal & ses dépendances; enfin celles sans lesquelles on ne peut espérer une guérison parfaite, se pratiquent au canal nasal, & consistent à le déboucher & à conserver son ouverture dans le nez (*a*); mais comme on ne doit rien entreprendre sans connoitre l'état dans lequel se trouvent les parties affligées, il faut d'abord s'attacher à bien connoitre à quel point chacune est affectée, & pour y parvenir je sonde la fistule avec un stilet à bouton & très pliant, je l'introduis avec beaucoup de douceur & de circonspection jusqu'au fond de l'ulcère, où je fais une perquisition exacte en tournant ce stilet de côté & d'autre. Si le stilet s'introduit facilement, & que je ne reconnoisse d'autre complication à la fistule, que l'obstruction du canal nasal, je me contente d'aggrandir le trou fistuleux, de déboucher le canal nasal, & d'y porter une bougie qui passe jusque dans le nez, de la ma-

(*a*) *Mém. de l'Acad.* 1734. *p.* 185, *& suiv.*

manière que je l'ai dit en parlant de l'opération de la Tumeur & de la Fistule lacrymale simple (*a*). Mais si je trouve de la difficulté à introduire le stilet à bouton jusqu'au fond de la fistule, j'en cherche la cause, qui ordinairement n'est que la petitesse du trou fistuleux, ou l'accroissement & la dureté des chairs qui obliterent ce trou, ou qui en changent * la direction: en ce cas, & avant toutes choses, j'aggrandis le trou de la fistule, & je détruis les chairs, si ce sont elles qui font l'obstacle. On peut les détruire, soit par l'usage des consomptifs, soit avec l'instrument tranchant qui est préférable aux consomptifs; je dirai ailleurs les raisons de cette préference. Pour dilater l'ouverture de la fistule, l'incision sémi-lunaire suffit (*b*), mais on doit la faire de manière que l'ouverture de la fistule s'y trouve comprise. Pour emporter avec l'instrument tranchant les chairs qui font l'obstacle, je place bien le malade, & je le fais tenir ferme pour qu'il n'interrompe point l'opération; je saisis les chairs avec une érigne très fine & de la plus petite courbure; je les coupe d'une seule fois, s'il est possible, pour éviter de la douleur; je conserve précieusement toute la peau qui n'est point altérée; je ne coupe dans le profond de la fistule, qu'autant qu'il faut pour emporter les mauvaises chairs, & je ménage tout ce qui appartient ou peut appartenir au sac lacrymal & aux autres parties de l'organe. A-

* Pag. 158. in 4.

(*a*) *Là même.*
(*b*) *Mém. de l'Acad.* 1734. *p.* 185, *& suiv.*

Après avoir ainsi débarrassé la fistule, le passage pour aller au fond, étant libre, j'introduis une Sonde boutonnée & pliante pour connoitre l'état du sac nasal & des autres parties qui y aboutissent & qui l'environnent. Avec cette sonde, je reconnois, par exemple, si l'os est carié, s'il n'est que simplement découvert, ou s'il est sain: si le sac lacrymal n'est percé que par le trou fistuleux, s'il est détruit totalement, ou si l'altération s'est communiquée aux autres parties du voisinage, & enfin si la fistule a percé dans le nez.

Après cet examen, il faut reconnoitre l'état où se trouvent les points lacrymaux & le canal nasal par le moyen de la sonde qui est propre à cet usage, ou en faisant des injections avec la seringue lacrymale. Si l'on introduit facilement cette sonde par les points lacrymaux jusque dant le sac lacrymal, ou si les injections passent dans ce sac, c'est une preuve certaine que les points lacrymaux & leurs conduits ne sont pas obstrués; l'on peut porter presque le même jugement, s'il sort beaucoup d'humidité par le trou de la fistule, ou * par la narine du même côté; mais si le larmoyement est considérable, que la fistule ne rende que très peu de matière, & que l'on ne puisse faire passer la sonde ni les injections jusque dans le sac, c'est un signe presque toujours certain que ces conduits sont bouchés, & en ce cas il faut examiner quelle est la cause de l'obstacle, & la détruire, s'il est possible.

* Pag. 159. in 4.

J'ai trouvé quelquefois ces conduits entiere-

rement bouchés, ce qui eſt rare quand la fiſtule flue, leurs parois s'étoient rendues adhérentes pendant l'inflammation des paupières, & ſur-tout de la conjonctive: quand cette inflammation dure longtems, & qu'elle ſuppure, elle cauſe l'adhéſion des parois de ces conduits. Pour remédier à cette adhérence, j'ai eſſayé d'y introduire la ſonde, & j'ai quelquefois réuſſi: quelquefois auſſi ma ſonde y a paſſé ſans trouver de réſiſtance dans preſque toute leur étendue, excepté à l'endroit où le canal commun de ces deux conduits ſe dégorge dans le ſac: en ce cas, ayant un peu forcé, j'ai vaincu l'obſtacle; j'ai fait la même choſe toutes les fois que j'ai cru n'avoir que très peu de chemin à faire pour arriver au ſac. Quand j'ai trouvé plus de réſiſtance dans l'endroit que je déſigne, j'ai pouſſé ma ſonde un peu plus fort, & très ſouvent je l'ai fait entrer dans le ſac; mais lorſque j'ai trouvé l'obſtacle trop près des points lacrymaux, c'eſt-à-dire, près du bord des paupières, mes tentatives ont toujours été inutiles, ſoit parce que les conduits étoient bouchés dans preſque toute leur étendue, ou parce que la ſonde alors étoit trop peu engainée dans le conduit pour que je puſſe la pouſſer avantageuſement contre l'obſtacle: c'eſt ce que j'ai remarqué particuliement à ceux qui ont été ſujets à l'ophtalmie, & à ceux de qui les paupières ont été maltraitées par les grains de la petite vérole.

Dans le nombre de ceux qui ont eu les yeux attaqués par les puſtules de cette maladie, & qui ont eu recours à moi, j'en ai trou-

trouvé plusieurs qui avoient les deux points lacrymaux bouchés depuis longtems. Ceux-là ont larmoyé toute leur vie, cette espèce de larmoyement étant presque toujours incurable, parce qu'il dépend de ce que les points lacrymaux, * & souvent leurs conduits, sont oblitérés par la cicatrice qui se formant sous le grain de la petite vérole, réunit l'orifice des points lacrymaux, & très souvent les parois de leurs conduits. On peut prévenir cet accident, si, pendant que les grains de la petite vérole suppurent encore, on a soin de bien nettoyer l'ulcère que produisent ces grains, ce qu'on fait avec des lotions fréquentes qui détergent l'ulcère, & sur-tout si, lorsque l'inflammation a cessé, & même pendant que la cicatrice se forme, on tâche d'introduire de tems en tems avec douceur la sonde dans les points lacrymaux.

* Pag. 160. in 4.

Pour y introduire cette sonde avec facilité, je la trempe dans le blanc d'œuf, que je préfère à l'huile, non seulement dans le cas dont il s'agit, mais dans tous ceux où il est nécessaire d'introduire ou le doigt ou la sonde, rien n'est plus propre à les faire glisser, & à faciliter leur introduction. Si les adhérences des parois de ces canaux ne sont que commencées, on les détruit avec la sonde, & s'il n'y en a point encore, on les prévient en faisant de fréquentes injections d'eau de Plantin, de Rose, ou autre, avec la Seringue lacrymale du Sr. Anel.

Ce Chirurgien avoit des connoissances, de la sagacité, & le génie de sa profession. Ces avantages pouvoient lui procurer un établisse-

sement solide, cependant longtems avant sa mort la fortune & la réputation l'avoient abandonné. On ne peut s'empêcher de croire que la postérité lui rendra plus de justice que ses contemporains. Ses instrumens lacrymaux ont enrichi l'arsénal de Chirurgie, & lui feront par eux-mêmes beaucoup d'honneur dans tous les siècles. Il seroit à souhaiter pour sa gloire qu'il se fût dispensé de publier certaines Brochures & Lettres apologétiques, dans lesquelles il attribue à ses instrumens beaucoup de propriétés qu'ils n'ont pas, mais en revanche nous y en avons trouvé beaucoup d'autres qu'il n'avoit pas connues, comme on verra dans la suite de cet ouvrage.

J'ai dit, & je crois véritablement que le larmoyement, produit par l'adhésion des parois des conduits lacrymaux, * est incurable lorsqu'il est ancien. J'ai inutilement tenté de déboucher ces conduits à ceux qui depuis longtems étoient guéris de la petite vérole, & à qui par conséquent les cicatrices étoient déja trop solides pour obéir à la sonde. Peut-être que si l'on essayoit d'introduire cette sonde à ceux qui sont nouvellement guéris de la petite vérole, on pourroit réussir; c'est ce que je n'assure pas, parce que je n'ai pas encore eu occasion de l'éprouver dans cette circonstance. Ce qu'il y a de certain, c'est que cette opération m'a toujours réussi lorsque j'ai pu la pratiquer immédiatement après la maturité des grains de la petite vérole, & sur-tout dans le tems que le grain s'applatit, mais avant qu'il se seche, parce qu'alors

* Pag. 161. in 4.

lors la reunion des parois n'eſt pas encore faite.

Dans les fiſtules lacrymales anciennes, ſoit compliquées, ſoit ſimples, quoiqu'on ne puiſſe paſſer la ſonde par les conduits lacrymaux, il n'en faut pas toujours conclurre que ces conduits ſoient bouchés, le plus ſouvent ils ne ſont que repliés ſur eux-mêmes, ce qui arrive par l'uſage immodéré des bourdonnets qui, en dilatant trop la fiſtule, éloignent ces conduits du ſac où ils doivent ſe dégorger, ce qui les gêne & les fronce de manière, qu'ayant perdu leur direction, la ſonde heurte leurs replis, & ne peut paſſer, ou ne paſſe qu'avec peine. Pour remédier à cette criſpation ou froncement, j'ai pendant quelques jours panſé la fiſtule mollement & ſans tentes ni bourdonnets, afin que les conduits repliés puſſent s'allonger & reprendre leur étendue naturelle ; pour y parvenir plus facilement, j'ai fait dans les points lacrymaux de fréquentes injections d'eau de Mauve & de Guimauve, j'ai appliqué des cataplaſmes pour amollir ces parties, & peu de tems après j'ai reconnu que les conduits étoient libres, puiſque la liqueur que j'y injectois, ſortoit par la fiſtule.

Quoique l'injection ne paſſe point dans les prémiers jours, il faut la continuer, & faire de légères tentatives avec la ſonde lacrymale: lorſqu'on fait ces tentatives, il ne faut rien forcer, ſi ce n'eſt après avoir fait longtems uſage des injections émollientes ſans ſuccès ; car alors n'ayant plus * eſpéran-

* Pag. 162. in 4.

rance de réussir par la douceur, on n'a rien à risquer, & l'on peut pousser la sonde plus fort, comme je l'ai déja dit, sur-tout lorsqu'elle entre assez près du lieu où ces conduits se dégorgent dans le sac; on ne réussit pas toujours, mais on ne peut point faire de mal.

Quand on a été assez heureux pour forcer l'obstacle, il faut conserver le passage, en y faisant des injections fréquentes; je crois même qu'on y pourroit passer un fil de plomb, d'argent ou d'or, bien menu, comme je l'ai éprouvé une fois: il est vrai que je n'eus qu'un médiocre succès, mais comme on peut faire cette tentative sans danger, je n'y renonce point encore. Si je n'ai pas réussi complettement, d'autres seront peut-être plus heureux, cela dépend de certaines circonstances.

Au malade dont il s'agit, après avoir forcé l'obstacle du conduit lacrymal inférieur, & avoir passé ma sonde jusque dans le sac, j'ouvris la fistule, j'introduisis un fil d'or à la place de la sonde avec laquelle j'avois forcé le conduit, je passai ce fil assez avant dans le sac pour le pouvoir tirer hors du trou fistuleux, ce que je fis facilement avec une petite Curette un peu courbe, que j'introduisis dans la playe; je coupai ce fil à un travers de doigt du point lacrymal & de la fistule, je repliai l'un & l'autre bout, & je les enveloppai d'un petit linge, de manière qu'ils ne pussent blesser l'œil. Mon opération auroit été complette, si j'en avois pu faire autant au conduit lacrymal supérieur; mais soit par-

ce

ce qu'il n'eſt pas ſi facile à ſonder que le point lacrymal inférieur, ou que ſon orifice fût entieremeut bouché, je ne pus jamais y paſſer la ſonde: cependant le malade a guéri ſans larmoyement, ce qui m'a fait juger que l'obſtacle pouvoit n'être que dans le conduit commun, ou bien que comme cette perſonne avoit naturellement l'œil moins humecté que d'autres, un ſeul point lacrymal pouvoit ſuffire.

On peut objecter que j'ai dit dans mon prémier Mémoire, que la dilatation du ſac lacrymal dépend de l'obſtruction du canal naſal; d'où il ſemble qu'on doive conclurre que les * points lacrymaux ne doivent pas être obſtrués dans pluſieurs des cas que je viens de rapporter.

* Pag. 163. 4.

Je ne réponds pas préſentement à cette objection, parce que ce que j'ai à répondre m'obligeroit à faire le détail d'une maladie du ſiphon lacrymal, que je ne crois pas être décrite par les Auteurs, & que je décrirai dans un troiſième Mémoire; je ferai ſeulement remarquer ici que le larmoyement qui arrive après la petite vérole, ne dépend pas toujours des points ou conduits lacrymaux.

Il n'eſt que trop ordinaire que les yeux ſoient attaqués par les puſtules de la petite vérole, & qu'en conſéquence les paupières ſe collent, qu'on y reſſente une douleur plus ou moins cuiſante, que les yeux douloureux & larmoyans ſupportent difficilement l'action de la lumière, & qu'alors les points & conduits lacrymaux enflammés ſe collent & même ſe bouchent, d'où s'enſuit le larmoyement.

Mais

Mais il arrive aussi très souvent que les grains de la petite verole qui attaquent les narines, les rendent douloureuses, les sèchent, les bouchent & les enflamment: alors l'inflammation de la membrane pituitaire s'étend jusqu'au canal nasal, & y produit les mêmes accidens qu'aux points lacrymaux; car si cette inflammation bouche le canal nasal, les larmes ne passeront point dans le nez, & il y aura larmoyement: il faut donc savoir distinguer si le larmoyement qui suit la petite vérole vient de la part des points lacrymaux ou de celle du canal nasal. La chose est souvent très equivoque, sur-tout lorsque le nez & les paupières sont attaqués en même tems, car quand il n'y a que l'un ou l'autre, on sait auquel on doit attribuer le larmoyement. Cette observation m'a engagé de laver les narines, de les séringuer avec des décoctions émollientes, & d'avoir les mêmes attentions pour le nez que pour les yeux, avec cette différence qu'on ne peut point sonder ni injecter le canal nasal comme les points lacrymaux.

Ayant fait aux conduits lacrymaux les opérations que je viens de décrire, le jour même & tout de suite j'examine le canal nasal, & si je le trouve bouché, j'y introduis par le trou * de la fistule une Sonde à bouton, cannelée, & beaucoup plus grosse que celle qui sert à déboucher les points lacrymaux, & à la faveur de la cannelure de cette sonde, je passe une bougie de grosseur convenable, afin de conserver ce conduit ouvert,

* Pag. 164. in 4.

vert, puis je panse la playe avec le charpi fin & mollet.

A la levée du prémier appareil je n'ôte que le charpi pour en remettre d'autre, sans remuer la bougie ni les fils d'or ou de plomb; aux autres pansemens je ne change pas la bougie, mais je la remue dans le canal en la retirant à demi, & la repoussant deux ou trois fois comme pour frayer le passage; je ne change de bougie que le 4me. ou le 5me. jour, & j'en continue l'usage jusqu'à ce que les larmes puissent elles-mêmes reprendre, & continuer leur cours naturel dans le nez.

Les prémiers pansemens doivent être très doux, c'est pour cela que sans ôter le fil d'or, je me contente de le déployer, & de le faire mouvoir dans le conduit en le tirant doucement çà & là par les deux bouts, comme on feroit le Séton que l'on auroit passé dans une playe. Après m'être servi de ce fil pendant quelques jours, je le retire si je juge que la communication soit bien établie; mais je recommence les injections par les points lacrymaux & par le canal nasal, & je les fais deux ou trois fois par jour jusqu'à ce que je sois bien assuré que les larmes auront la facilité de passer dans l'un & dans l'autre. J'évite sur-tout de comprimer les conduits lacrymaux par les tentes, par les compresses & par les bandages; car, dans les prémiers jours, il est d'autant plus important d'éviter la compression, que le fil d'or, si l'on s'en est servi, ou la bougie, sont malgré leur fléxi-

fléxibilité, autant de corps étrangers qui incommoderoient beaucoup s'ils étoient pressés contre des parties aussi tendres & aussi délicates que sont celles qui les contiennent.

Les choses ainsi disposées, il faut travailler au rétablissement du Sac lacrymal, car il est rare qu'il soit dans son intégrité si la fistule est ancienne.

Lorsqu'avec la sonde boutonnée on aura reconnu en quoi le sac est affecté, l'on y remédiera selon les cas dont je fais * ici l'énumération. Ce sac peut être percé ailleurs que par le trou fistuleux; la gouttière osseuse, dans laquelle il est logé, peut être simplement découverte ou cariée; quelquefois même on la trouve percée par la carie, & alors la membrane qui la recouvre du côté du nez, peut avoir conservé son intégrité, ou être altérée & percée de manière que l'air & la morve sortent par le trou extérieur de la fistule toutes les fois que le malade se mouche.

* Pag. 165. in 4.

L'os simplement découvert, se recouvre quelquefois sans s'exfolier, si l'on a soin d'empêcher le séjour de la Sanie, en pansant mollement & fréquemment, en prévenant ou en combattant l'inflammation, par le soin que l'on prend de conserver les conduits des larmes bien libres, en injectant toutes les routes par lesquelles cette liqueur doit passer, & enfin par les saignées & le régime.

Tant que l'on peut craindre l'inflammation, il ne faut mettre dans le conduit nasal qu'une bougie menue & très pliante, parce qu'il faut éviter toutes sortes d'irritations, & les bou-

bougies trop grosses & trop dures ne peuvent manquer d'irriter. Si l'os ne se recouvre point, on attend l'exfoliation, & si elle est tardive, on la sollicite & on la procure de la même manière qu'on le fait à la carie dont je vais parler.

Lorsqu'il y a carie, je me garde bien de l'attaquer par les moyens proposés par les anciens & par quelques modernes qui les employent encore aujourdhui. Cette carie est virulente, ou elle ne l'est pas : si elle est suspecte de virus, on doit la traiter comme je dirai ailleurs; car je ne traite ici que du vice local, que je n'attaque point par les topiques ordinaires, comme poudres, teintures, esprits ardens & autres : ces remèdes sont trop vifs pour l'œil, le feu convient encore moins, & je n'ai jamais douté que les malades à qui j'ai vu les paupières éraillées, n'ayent été mis en cet état par les Cauteres actuels ou potentiels dont on s'étoit servi pour attaquer leur carie ; il est cependant des Cautères potentiels dont on peut faire usage en prenant de grandes précautions : j'en parlerai ailleurs.

* Pag. 166. in 4. * Pour détruire la carie de l'os unguis, j'attends que l'enflure soit diminuée, & que la playe soit en suppuration : je me sers d'un petit instrument long & étroit, terminé par l'un de ses bouts comme un Burin, & par l'autre comme un Cizeau. Je l'introduis sur l'os par le bout que je crois le plus convenable à mon dessein, je pique, je racle, ou même je coupe & détruis l'os, car il est très mince, je le fais avec beaucoup de douceur,

en évitant de heurter rudement les chairs, je retire des petites esquilles que j'ai séparées de l'os, celles qui peuvent être apperçues, les autres sortent avec le pus. J'observe pendant toute cette opération de ne point percer la membrane pituitaire qui couvre l'os unguis du côté du nez : je connois qu'elle n'est point percée, lorsqu'en faisant moucher le malade, il ne passe point d'air ou de morve par la fistule ; mais il faut faire cette épreuve avant que de déboucher le canal nasal, car sans cela on douteroit si l'air qui sort par la fistule, vient par le canal naturel ou par le trou que la fistule pourroit avoir dans le nez; s'il ne sort que de l'air, la chose est équivoque, mais s'il sort de la morve avec l'air, on ne peut douter que ce ne soit le trou fistuleux du nez qui lui donne passage: ainsi pour lever toutes sortes d'équivoques, il faut faire cette épreuve avant que de déboucher le canal nasal, ou si ce canal étoit libre, il faut le remplir avec la bougie, & alors si le malade se mouche, & qu'il ne sorte que de l'air par la fistule, on juge que le sac est percé du côté du nez, mais que le trou n'est pas considérable; au-lieu que s'il sort de la morve, & sur-tout de la morve épaisse, on juge que le trou est plus grand, & alors on voit bien que non seulement le sac est percé, mais que la gouttière ou demi-canal osseux qui le contient, & la membrane du nez le sont aussi, de sorte que le Siphon lacrymal ouvert dans l'endroit de l'union des deux branches ne doit plus exercer sa fonction.

Il

Il semble qu'un pareil desordre soit sans remède ; l'expérience m'a cependant appris plusieurs fois qu'on peut y remédier, non seulement lorsqu'il n'est que percé, mais encore * lorsqu'il est presque entierement détruit, pourvu que l'on puisse enlever la carie, & que le canal nasal ne soit point bouché.

* Pag. 167. in 4

La prémière condition est nécessaire, parce que les bonnes chairs ne peuvent croitre sur un os carié ; & la seconde ne l'est pas moins, puisque quand les larmes n'ont point leur cours libre dans le nez, elles inondent la fistule, & noyent, pour ainsi dire, les sucs nourriciers qui doivent former les chairs solides, d'où dépend le rétablissement du sac & la consolidation des fistules.

Les opérations que j'ai proposées pour détruire la carie, suffisent toujours lorsque l'os unguis est seul carié, & même on la détruit quelquefois dans le prémier jour, parce que cet os, comme je l'ai déja dit, est si mince, qu'on le réduit facilement en petites esquilles; mais lorsque la carie attaque la portion de l'os de la machoire qui se joint à l'os unguis, la chose n'est pas si facile, parce que cette portion d'os a un endroit plus épais que l'autre, cependant, avec un peu de patience & beaucoup de dextérité on en vient à bout. Il faut de la patience, parce que la partie épaisse qui résiste à l'Instrument, exige souvent qu'on applique pendant plusieurs mois les médicamens propres à faciliter l'exfoliation; & si ces remèdes ne réussissent pas, il faut de la dextérité, parce qu'il s'agit alors de dé-

détruire avec la Rugine l'os carié, en ménageant ce qui reste du sac, sans endommager la membrane du nez, qui est au-dessous de l'os qu'il faut détruire: à la vérité deux choses favorisent cette opération délicate, savoir le peu d'épaisseur des os que l'on doit détruire, & le peu d'adhérence qu'ils ont dans ces cas avec la membrane qu'il faut conserver.

Après toutes ces opérations, il paroit que le Sac lacrymal doit être considérablement endommagé, & que son rétablissement doit être très difficile, sur-tout lorsqu'il s'est fait exfoliation de l'os unguis & de l'os de la machoire, parce qu'alors ce sac privé de la gouttière osseuse qui le logeoit, doit être sans appui. Malgré toutes ces circonstances facheuses, * l'expérience fait voir qu'il se rétablit quelquefois avec beaucoup de facilité.

* Pag. 168. in 4.

C'est un fait que j'aurois eu peine à croire, si je ne l'avois vu. J'eus occasion de l'observer sur un Enfant de huit ans, à qui l'on avoit fait l'opération de la Fistule lacrymale, suivant la méthode ordinaire, c'est-à-dire, que l'on avoit détruit l'os unguis & percé la membrane du nez pour faire un nouveau passage aux larmes: on le pansoit inutilement depuis six mois. Ses parens l'amenerent à Paris, le voyage lui avoit causé une ophtalmie considérable & une fièvre assez vive: l'une & l'autre disparurent après deux saignées & quelques jours de repos, mais surtout en le débarrassant d'une tente de plomb grosse comme une plume de pigeon & de la longueur de 9 à 10 lignes, qui passoit transver-

verſalement du fond de la fiſtule dans le nez; on en avoit changé cinq fois ſeulement depuis cinq mois, & celle que j'ôtai y étoit depuis un mois. On me dit que l'intention de celui qui avoit fait l'opération, étoit de ne la pas retirer, parce que, diſoit-il, lorſque la fiſtule ſera fermée au dehors, la tente de plomb par ſon poids tombera dans la narine, & ſortira lorſque le malade fera quelque effort pour ſe moucher. J'examinai s'il y avoit quelques pièces d'os découvertes, & qui duſſent s'exfolier, je n'en trouvai aucune. A la vérité, elles avoient eu le tems de s'exfolier depuis ſix mois que l'opération étoit faite. Après avoir ôté cette tente, je portai une Sonde à bouton du côté du canal naſal; j'eus aſſez de peine à le trouver, cependant j'y introduiſis ma ſonde, & je le débouchai, puis j'y paſſai une bougie aſſez menue par le bout qui va juſque dans le nez, & plus groſſe par celui qui demeure dans la partie du ſiphon lacrymal qui doit former le ſac: cette bougie étoit attachée par un fil, à une ligne près du gros bout, de manière qu'après l'avoir pouſſée du côté du nez juſqu'au fil qui y étoit attaché, je la retirai en enhaut de la quantité de 2 lignes ou environ, pour qu'elle occupât le lieu où ſe trouve le ſac; de ſorte que le fil ſe trouvoit au centre de l'ouverture de la fiſtule, & que le gros bout de * Pag. 169. in 4. * la bougie auquel j'avois donné la forme d'une olive, rempliſſoit tout le lieu où réſide le ſac: cette bougie ainſi placée, preſſoit les chairs, & les pouſſoit vers le trou qu'avoit fait l'Opérateur, & par lequel paſſoit ci-

de-

devant la Sonde de plomb. Mon dessein étant de boucher ce trou, je me suis servi de cette bougie comme d'une espèce de Mandrin sur lequel les chairs voisines se sont moulées à mesure qu'elles sont accrues & qu'elles se sont cicatrisées. Pour faciliter la chose, je pansai le malade mollement avec le seul charpi fin & sec, je couvris le tout d'une compresse mouillée dans un blanc d'œuf battu avec un peu d'Alun de roche: ce pansement fut continué cinq ou six jours, & je retirai la bougie pour en introduire une un peu plus grosse. J'eus la satisfaction de voir que le trou fait par le Chirurgien ou l'Opérateur, étoit bouché, que les larmes passoient par les points lacrymaux dans la fistule, & qu'elles ne tomboient sur la joue que parce que le canal nasal, quoique bien débouché, ne pouvoit encore les conduire dans le nez, tant parce que la paroi n'étoit pas encore cicatrisée, que parce que la fistule n'étant pas réunie, le sac ne pouvoit les recevoir & les diriger à l'ouverture du canal. Enfin, en continuant ce pansement, & en morigénant de tems en tems les chairs par le moyen de la Pierre infernale bien ménagée, les bords de la fistule se rapprochèrent peu-à-peu, & lorsque l'ouverture extérieure commença de rendre le passage de la bougie difficile, j'en cessai l'usage, & la réunion parfaite se fit dans deux ou trois jours.

Cette dernière observation pourroit être accompagnée de bien d'autres circonstances, puisque la fistule du malade étoit écrouelleuse; mais j'ai cru ne devoir rapporter ici que

ce qui a un rapport immédiat aux dérangemens du Siphon lacrymal, & aux moyens que j'ai employés pour les réparer.

* Pag. 170. in 4.

# * LOI DU REPOS DES CORPS.

Par Mr. DE MAUPERTUIS (a).

SI les Sciences sont fondées sur certains principes simples & clairs dès le prémier aspect, d'où dépendent toutes les vérités qui en sont l'objet, elles ont encore d'autres principes, moins simples à la vérité, & souvent difficiles à découvrir, mais qui étant une fois découverts, sont d'une très grande utilité. Ceux-ci sont en quelque façon les Loix que la Nature suit dans certaines combinaisons de circonstances, & nous apprennent ce qu'elle fera dans de semblables occasions. Les prémiers principes n'ont guère besoin de Démonstration, par l'évidence dont ils sont dès que l'esprit les examine; les derniers ne sauroient avoir de Démonstration physique *à la rigueur*, parce qu'il est impossible de parcourir généralement tous les cas où ils ont lieu.

Tel est, par exemple, le principe si connu & si utile dans la Statique ordinaire; que *dans tous les assemblages de corps, leur commun centre de gravité descend le plus bas qu'il est possible.* Tel est celui de la conservation des For-

(a) 20 Février. 1740.

*Forces vives.* Jamais on n'a donné de Démonſtration générale, *à la rigueur*, de ces principes; mais jamais perſonne, accoutumée à juger dans les Sciences, & qui connoitra la force de l'induction, ne doutera de leur vérité. Quand on aura vu que dans mille occaſions la Nature agit d'une certaine manière, il n'y a point d'homme de bon-ſens qui croye que dans la mille-unième elle ſuivra d'autres loix.

Quant aux Démonſtrations *à priori* de ces ſortes de principes, il ne paroit pas que la Phyſique les puiſſe donner; elles ſemblent appartenir à quelque ſcience ſupérieure. Cependant leur certitude eſt ſi grande, que pluſieurs Mathématiciens n'héſitent pas à en faire les fondemens de leurs Théories, & s'en ſervent tous les jours pour réſoudre des * Problèmes, dont la ſolution leur couteroit ſans eux beaucoup plus de peine. Notre eſprit étant auſſi peu étendu qu'il l'eſt, il y a ſouvent trop loin pour lui des prémiers principes au point où il veut arriver, & il ſe laſſe ou s'écarte de ſa route. Ces Loix dont nous parlons, le diſpenſent d'une partie du chemin: il part delà avec toutes ſes forces, & ſouvent n'a plus que quelques pas à faire pour arriver là où il deſire.

* Pag. 171. in 4.

Il n'y a point de ſcience où l'on ſente plus le beſoin de ces principes, que dans la Statique & la Dynamique; la complication qui s'y trouve de la force avec la matière, y rend plus néceſſaires que dans les Sciences ſimples, ces aſyles pour les eſprits fatigués, ou égarés dans leurs recherches. Ils voyent

facilement s'ils se sont trompés dans leurs propositions, en examinant si le principe s'y retrouve ou non.

Ce n'est que dans ces derniers tems qu'on a découvert une loi dont on ne sauroit trop vanter la beauté & l'utilité, c'est que, *Dans tout système de corps en mouvement, qui agissent les uns sur les autres, la somme des produits de chaque Masse par le quarré de sa vitesse, ce qu'on appelle la* Force vive, *demeure inaltérablement la même.*

En méditant sur la nature de l'Equilibre, j'ai cherché s'il n'y auroit pas dans la Statique quelque loi de cette espèce; s'il n'y auroit pas pour les corps tenus en repos par des Forces, une loi générale, nécessaire pour leur repos; & voici celle que j'ai trouvé que la Nature observe.

## LOI DU REPOS.

*Soit un système de corps qui pesent, ou qui sont tirés vers des centres par des Forces qui agissent chacune sur chacun, comme une puissance* n *de leurs distances aux centres; pour que tous ces corps demeurent en repos, il faut que la somme des produits de chaque Masse, par l'intensité de sa force, & par la puissance* n + 1 *de sa distance au centre de sa force (qu'on peut appeller la* somme des Forces du repos) *fasse un* Maximum *ou un* Minimum.

DE-

# * DEMONSTRATION.

* Pag. 172. in 4.

(a) 1. Soit un systême d'un nombre quelconque de points pesans, ou de corps dont les masses soient fort petites par rapport à la distance où ils sont des centres vers lesquels ils pesent. Soient ces corps $M$, $M$, $M''$, &c. attachés à des rayons immatériels $CM$, $CM'$, $CM'$, mobiles autour du point fixe $C$. Soient leurs masses $= m$, $m'$, $m'$; & soient, dans un nombre égal de points, $F$, $F'$, $F'$, des forces $f$, $f'$, $f'$, qui s'exercent sur chacun des corps, chacune comme une puissance $n$ de sa distance $FM$, $FM'$, $FM''$ $= z$, $z'$, $z'$, chaque force n'ayant de pouvoir que sur son corps.

Soient prolongés les rayons $CM$, & tirées des points $F$, les perpendiculaires $FG$, l'on aura (par la décomposition des forces) $m\,f\,z^n \times \frac{FG}{FM}$, pour la force motrice qui tire le rayon $CM$ perpendiculairement ; & cette force multipliée par la longueur du levier $CM$, sera $m\,f\,z^n \times \frac{FG}{FM}\,CM$, pour celle qui tend à faire tourner ce levier, & ainsi des autres.

Considérant donc maintenant tout le systême dans la situation prochaines, & les corps en $\mu$, $\mu'$, $\mu''$; ayant tiré les lignes $F\mu$, & des centres $F$ décrit les petits arcs $MK$,

(a) Fig. 1.

$MK$, on aura $\frac{FG}{FM} = \frac{MK}{M\mu}$, qui substitué dans les forces motrices à la place de $\frac{FG}{FM}$, donne $m f z^n \times \frac{MK}{M\mu}$ $CM$, pour chaque corps. Et la raison de $CM$ à $M\mu$ étant pour tous les corps la même, & multipliant tous les produits, on aura, pour que le système soit en équilibre, $m\ f\ z^n\ d\ z + m'\ f'\ z'^n\ d\ z'$ — $m''\ f''\ z''^n\ d\ z'' = 0$. D'où l'on voit que $m\ f\ z^{n+1} + m'\ f'\ z'^{n+1} + m''\ f''\ z''^{n+1}$ étoit un *Maximum* ou un *Minimum*. C. Q. F. D.

(a) 2. Si les corps, au-lieu d'être attachés à des rayons infléxibles, sont attachés à des cordes unies en $C$, soit le système prêt à parvenir dans la situation nouvelle $\mu\nu\mu'\nu\nu\mu''$, * & soit tirée par $C$ & $\nu$ la droite indéfinie $C\nu$. Rapportant à cette direction les efforts de chaque corps l'un contre les autres, & tirant des points $M$, les perpendiculaires $MP$, $M'P'$, $M''P'$, sur cette ligne, il faut, pour qu'il y ait équilibre entre ces corps, que $m\ f\ z^n \times \frac{CP}{CM} = m'\ f'\ z'^n \times \frac{CP'}{CM'} +$ $m''\ f''\ z''^n \times \frac{CP''}{CM''}$.

*Pag. 173. in 4.

Décrivant maintenant des centres $F$ & des rayons $F\nu$, $F'\nu$, $F''\nu$, les petits arcs $\nu K$, $\nu K'$, $\nu K''$, on peut pour $\frac{CP}{CM}$, $\frac{CP'}{CM'}$, $\frac{CP''}{CM''}$, mettre $\frac{CK}{C\nu}$, $\frac{CK'}{C\nu}$, $\frac{CK''}{C\nu}$, dans l'Equation pré-

(a) Fig. 2.

précédente, & l'on aura $m\ f\ z^n \times CK = m'\ f'\ z'^n \times CK' + m''\ f''\ z''^n \times CK''$. Mais les cordes étant unies en $C$, $CK$, $CK'$, $CK'$, sont les quantités dont les corps se sont approchés ou éloignés de leurs centres, c'est-à-dire, sont $dz$, $dz'$, $dz''$: mettant donc dans l'Equation précédente ces valeurs, on a $m\ f\ z^n\ dz = m'\ f'\ z'^n\ dz' + m''\ f''\ z''^n\ dz''$. D'où l'on voit que $m\ f\ z^{n+1} + m'f'\ z'^{n+1} + m''\ f''\ z''^{n+1}$ étoit un *Maximum* ou un *Minimum*. C. Q. F. D.

## SCHOLIE.

Si l'on considère maintenant tous les lieux des forces réunis, & toutes les forces réunies dans un seul point, & cette force qui en est le résultat comme constante, & agissant sur tous les corps, on voit que le système sera en équilibre lorsque la somme des corps multipliés chacun par sa distance au centre de force sera un *Maximum* ou un *Minimum*.

Et si l'on suppose ce centre de force à une distance infinie du système, il est clair que pour que le système soit en équilibre, *il faut que le centre de gravité de tous les corps qui le composent, soit le plus bas ou le plus haut qu'il soit possible, ou le plus près ou le plus loin du centre de force.* Et ce principe fondamental de la Statique ordinaire, n'est qu'une suite & un cas particulier du nôtre.

On a sur le champ, par ce Théorème, la solution de plusieurs Questions de Méchanique qui ont autrefois arrêté * d'habiles Géomètres, & dont ils n'ont donné que des Solutions particulières qui leur ont couté bien de la peine & de grandes longueurs (*a*).

* Pag. 174. in 4

Soit, par exemple, le levier droit *ACB*, (*b*) mobile autour du point *C*, & chargé de deux corps *A* & *B*, dont les masses soient fort petites par rapport à leur distance du point *F* vers lequel ils pesent; & soit en *F* une force quelconque *p*, dont l'action sur eux soit proportionnelle à une puissance *n* de leur distance à ce point: on demande quelle sera la situation d'Equilibre?

Soient tirées par les points *F* & *C*, la droite indéfinie *FP*, les lignes *FA*, *FB*, & abaissées des points *A* & *B* sur *FP*, les perpendiculaires *AP*, *BQ*; soient les lignes $CA = a$, $CB = b$, $CF = c$, $CP = x$, & les masses des deux corps $= A$ & $= B$, on aura $FA = \sqrt{(cc + aa + 2cx)}$ & $FB = \sqrt{(cc + bb - \frac{2bcx}{a})}$.

Maintenant par notre Théorème, pour qu'il y ait équilibre, il faut que $pA(cc + aa + 2cx)^{\frac{n+1}{2}} + pB(cc + bb - \frac{2bc}{a}x)^{\frac{n+1}{2}}$ fasse un *Maximum* ou un *Minimum*.

On

(*a*) *Voy. Fermat oper. Mathem. Et la Méchan. de Mr. Varignon, sect. V.*
(*b*) Fig. 3.

On a donc $pA\,(cc+aa+2cx)^{\frac{n-1}{2}}\,dx = pB\,(cc+bb-\frac{2bc}{a}x)^{\frac{n-1}{2}}\,\frac{bcdx}{a}$ ou $Aa\,(cc+aa+2cx)^{\frac{n-1}{2}}$ $= Bb\,(cc+bb-\frac{2bc}{a}x)^{\frac{n-1}{2}}$ & $x = \frac{a}{2c} \times$

$$\frac{B^{\frac{2}{n-1}}\,b^{\frac{2}{n-1}}(cc+bb) - A^{\frac{2}{n-1}}\,a^{\frac{2}{n-1}}(cc+aa)}{A^{\frac{2}{n-1}}\,a^{\frac{n+1}{n-1}} + B^{\frac{2}{n-1}}\,b^{\frac{n+1}{n-1}}}.$$

Prenant $CP$ égale à cette valeur de $x$, & tirant par le point $P$ la perpendiculaire $PA$, le point où le levier $BA$ la rencontrera, donnera la ſituation d'équilibre.

* L'Equation $Aa\,(cc+aa+2cx)^{\frac{n-1}{2}}$ $= Bb\,(cc+bb-\frac{2bc}{a}x)^{\frac{n-1}{2}}$ fait voir que * Pag. 175. in 4.

Si le centre de la force eſt à une diſtance infinie, comme on le ſuppoſe pour tous les corps peſans qu'on examine dans la Méchanique ordinaire, il eſt clair que quelle que ſoit la puiſſance de la diſtance ſelon laquelle cette force agit, les termes $aa$, $bb$, & ceux où eſt $x$, s'évanouiſſent devant $cc$; & il ſuffit, pour qu'il y ait équilibre, que $Aa = Bb$, c'eſt-à-dire, que les maſſes des deux corps ſoient en raiſon renverſée des bras du levier, & l'équilibre ſubſiſtera dans toutes les ſitua-

 tions

tions du levier, puiſqu'il eſt indépendant de $x$.

Si $n = 1$, c'eſt-à-dire, ſi la force agit en raiſon directe de la diſtance au centre $K$, on a encore, pour la condition d'équilibre, $Aa = Bb$. D'où l'on voit que dans cette hypothèſe il y a encore un point $C$ autour duquel le ſyſtème des deux corps eſt toujours en équilibre, s'il y a été une fois, c'eſt-à-dire, qu'il y a dans ces deux hypothèſes un centre de gravité toujours le même dans toutes les ſituations.

Mais hors de ces deux hypothèſes, on voit par la loi du repos, qu'il eſt impoſſible qu'il y ait de pareil centre. Et la ſimplicité de l'Equation $Aa\,(cc + aa + 2cx)^{\frac{n-1}{2}}$

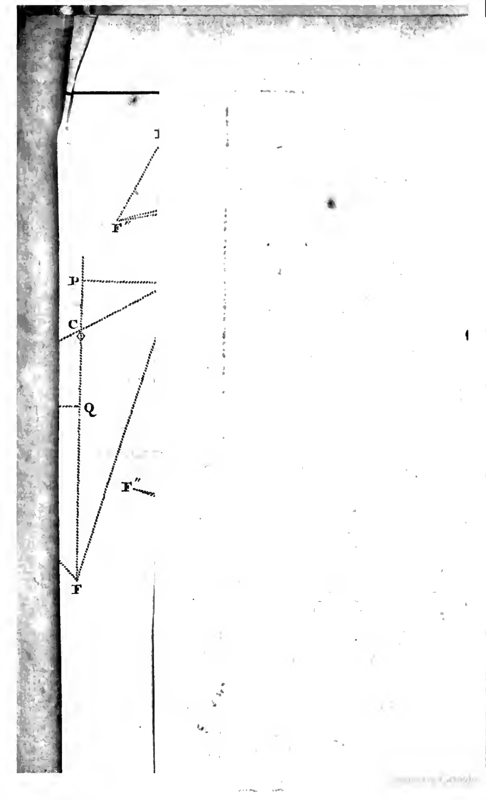
$= Bb\,(cc + bb - \frac{2bc}{a}x)^{\frac{n-1}{2}}$ ne donne pour le levier que deux ſituations d'équilibre, l'une à droite & l'autre à gauche.

Il y a cependant encore deux ſituations, où les corps demeureront dans une eſpèce d'équilibre, ce ſont celles où ces deux corps ſe trouvent dans la ligne qui paſſe par le centre de force & par le point d'appui.

Quoique l'Equation précédente ne donne pas ces deux ſituations, elles ſont cependant contenues dans la loi du * repos, & dans la première Equation qui en réſulte, dans laquelle elles ſont données par $dx = 0$.

* Pag. 176. in 4.

On voit facilement que ſi la peſanteur eſt uniforme, comme on le ſuppoſe dans la Méchanique ordinaire, & ſe fait vers le centre de


F″
P
C
Q
F″
F

de la Terre, il n'y a point *à la rigueur*, de centre de gravité dans les corps, c'est-à-dire, de point par où étant suspendus, ils se tiennent indifféremment dans toutes les situations, quoiqu'il y ait dans ces corps un point qu'on peut prendre physiquement pour ce centre, à cause de la petitesse dont sont les corps & les leviers qui font l'objet de la Méchanique ordinaire par rapport à la distance où ils sont du centre de la Terre.

Nous donnerons dans la suite d'autres applications de cette Loi.

* Pag. 177. in 4.

## * EXAMEN DES REMEDES DE MADEMOISELLE STEPHENS POUR LA PIERRE.

Par Mr. MORANT (a).

UN don considérable fait par le Parlement d'Angleterre à Mademoiselle Stephens, pour avoir publié ses Remèdes pour la Pierre, & sur les témoignages avantageux rendus par les Commissaires chargés d'en examiner les effets, devoit nécessairement exciter l'attention des gens de l'Art.

La Pierre est une maladie si cruelle, & l'opinion, qu'il ne peut y avoir de remèdes pour

(a) 12 Novembre 1740.

pour la diſſoudre, eſt ſi accréditée, qu'aucune découverte ne pouvoit être plus intéreſſante que celle-ci.

D'ailleurs, elle s'eſt annoncée de la meilleure façon; Mademoiſelle Stephens convaincue de la bonté de ſes remèdes, en a donné la Recette au Public, ſur la ſimple promeſſe du Parlement, qui lui aſſuroit une ſomme de cinq mille livres ſterlings, ou 114000 livres de notre monnoye, au cas que ſes remèdes fuſſent jugés tels qu'elle l'aſſuroit. Les informations faites de ſon caractère, ont établi que c'étoit une Fille d'une honnête famille de la Province de *Berkshire*, qui dès ſa jeuneſſe s'eſt occupée à compoſer des remèdes pour les donner aux pauvres. Enfin ſes Commiſſaires, au nombre de vingt-deux, ont certifié qu'ils étoient convaincus de l'utilité & de l'efficacité de ſes remèdes pour la Pierre, & vingt en ont reconnu la vertu diſſolvante; en conſéquence de quoi, Mademoiſelle Stephens a touché la ſomme promiſe le 28 Mars 1740. V. S.

Je ſuppoſe cette Recette connue de tout le monde; elle fut d'abord imprimée en Anglois dans tous les Papiers publics, enſuite donnée en François par Mr. de Bremond, & en Latin par Mr. Hartley, Médecin de Londres. On ſait que * ces remèdes conſiſtent en une Poudre & une boiſſon pour la Pierre, & des Pilules pour la Gravelle.

* Pag 178. in 4

Auſſi-tôt que la Recette eut été divulguée, les ſentimens ſe partagèrent, & c'eſt aſſez ordinairement ce qui arrive à chaque évènement nouveau. Les uns perſiſtèrent dans

le sentiment, qu'il ne peut y avoir aucun dissolvant de la Pierre dans la Vessie; les autres conviennent que l'on n'en connoit point jusqu'à présent, mais ne le croyent pas impossible.

Si les questions agitées au sujet des Remèdes de Mademoiselle Stephens ne rouloient que sur ce point, on se concilieroit peut-être assez aisément; car quoique les mots de *Pouvoir de dissoudre la Pierre*, fussent précisément énoncés dans l'Acte du Parlement, je crois qu'il en faut prendre l'esprit aux dépens de la lettre, & qu'on doit conclurre en faveur des remèdes, si réellement ils sont capables de guérir de la Pierre, de quelque façon que ce soit.

On s'est encore partagé sur d'autres points. Les uns n'ont cru voir dans la décoction & dans les Pilules, qu'un assemblage bizarre de plusieurs drogues, qui ne pouvoit promettre un effet si merveilleux: d'autres ont trouvé de reste dans différens remèdes galéniques, des exemples de mêlanges singuliers, dont les propriétés sont cependant reconnues.

Il y en a qui ont attribué aux remèdes, la formation des matières crétacées & pierreuses, rendues par la voye des urines, & cette allégation a eu assez de partisans pour engager Mr. Hartley à la réfuter sérieusement; d'autres au contraire n'ont pas douté que l'expulsion de ces matières solides ne fût l'effet souhaité des remèdes.

Plusieurs les ont méprisés sans les connoitre; mais ceux qui s'intéressent au bien de la Société, n'ont pas cru qu'il y eût rien à né-

négliger sur une matière si importante. Tel a été le sentiment de l'Académie, qui m'a chargé d'en faire des expériences. Je les ai commencées il y a quinze mois, & j'en donne aujourdhui le Résultat dans ce Mémoire, qui contient, prémierement un précis de ce que j'ai observé dans quarante personnes qui ont usé des remèdes de Mademoiselle Stepheus; * secondement, différentes expériences que j'ai faites sur des Pierres de Vessie, pour expliquer l'action des remèdes; troisiemement enfin, les conséquences qu'on en peut tirer.

* Pag. 179. in 4.

## PREMIERE PARTIE.

J'ai divisé en quatre classes les malades chez qui j'ai suivi l'effet des remèdes, & j'en ai fait une Liste détaillée, qui contient leur age, leur maladie, le tems qu'ils ont usé des remèdes, & ce que l'on en a observé. Cette Liste étant assez longue, je vais en donner une courte récapitulation, qui suffira pour l'intelligence de mon Mémoire. Ceux qui voudront plus de détail, la trouveront en entier à la fin. Les chiffres qui sont ici, sont rélatifs à ceux de la Liste.

La prémière classe est composée de cinq personnes, qui ont essayé les remèdes pour des maladies des Reins, ou de la Vessie, autres que la Pierre. Ils ont paru faire du bien à ceux qui se plaignoient d'embaras dans les Reins, & même de Colique néphrétique: ils ont augmenté les maux de ceux qui rendoient des Urines purulentes,

&

& qui par conséquent avoient quelque Ulcère dans les voyes urinaires.

La seconde classe est composée de huit personnes des deux sexes, qui ont pris les remèdes pour le Gravelle, dont deux (7. 10.) se comptent absolument guéris, quatre (6. 11. 12. 13.) sont soulagés, deux (8. 9.) n'en ont tiré aucun fruit, plusieurs (6. 7. 10. 13.) ont jetté des pierres, même assez grosses.

La troisième classe est faite de cinq malades, qui avoient les symptômes de la Pierre, mais qui n'ont pas été sondés. L'un d'eux (14.) agé de cinquante-cinq ans, a pris la poudre & la boisson pendant trois mois, & ne ressent plus rien de ce qu'il ressentoit auparavant; trois autres (15. 16. 18.) sont soulagés, deux (15. 16.) ont rendu des pierres entières, un autre (14.) a jetté des morceaux de pierre en forme d'écailles.

La quatrième classe est faite de vingt-deux malades de différens âges, depuis trois ans jusqu'à soixante-dix-neuf, en * qui la Pierre a été bien positivement constatée par la Sonde. De ces vingt-deux, il y en a douze que j'ai sondés moi-même, les dix autres l'ont été par des Chirurgiens connus.

* Pag. 180. in 4.

Deux de cette classe (33. 34.) étant actuellement dans l'usage des remèdes, qu'il ne prennent que depuis peu, on pourroit la réduire à vingt qui les ont finis.

De ces vingt, sur qui on peut porter un jugement plus certain, il y en a quatre (19. 21. 27. 28.) qui ont pris les remèdes très peu de tems, & dont l'un (21.) s'est trouvé considérablement soulagé; deux (19. 28.) n'en

n'en ont reçu ni bien ni mal ; un (27.) pressé par les douleurs de la pierre, s'est fait tailler, & on lui a tiré une pierre molle.

De seize qui en ont pris pendant un tems assez considérable, il y a onze adultes & cinq enfans.

Des onze adultes, trois (20. 24. 26.) n'en ont retiré aucun fruit ; quatre (29. 31. 32. 35.) sont fort soulagés, & quatre (22. 23. 25. 30.) se comptent absolument guéris.

Des cinq enfans, un seul (37.) se dit soulagé ; les quatre autres (36. 38. 39. 40.) ne l'ont point été du tout, & ont souffert l'opération de la Taille ; les pierres qu'on leur a tirées, ne portoient aucunes marques de dissolution.

Comme les principaux effets que ces remèdes ont produits, ont été communs à plusieurs des malades, je les ai rassemblés sous un même point de vue, & voici ce que j'en ai observé.

La boisson savonneuse & les poudres dans le Vin blanc, que l'on prend de suite, ont causé à plusieurs un mal de gorge qui n'a pas duré. Elles ont excité la toux en quelques-uns, & le vomissement en quelques-autres ; mais il a paru que c'étoit l'effet, ou de leur âcreté au passage, ou du dégout, car les malades, s'y étant accoutumés insensiblement, ces petits accidens n'ont pas eu de suite. Il y en a fort peu qui s'en soient rebutés, & plusieurs les ont continués avec courage pendant près d'un an.

En général, ils ont augmenté les douleurs dans

dans les prémiers jours ; il y a eu des malades à qui ils ont rendu assez * promtement la faculté de retenir leur urine, ce qui est ordinairement de bon augure, puisque ces remèdes n'agissent efficacement qu'autant que l'urine qui en est empreinte, séjourne plus longtems dans la Vessie.

* Pag. 181. in 4.

Les Urines de ceux qui sont à l'usage des remèdes, ont une odeur très forte de Sel volatil ammoniac. Communément ils ont rendu avec l'urine, dès les prémiers tems, des glaires & un sédiment blanc, qui, mis à part & desséché, se convertit en une poudre jaunatre, & cette poudre mise sur des charbons, rend une odeur fétide animale. Plusieurs n'ont jetté que de ce sédiment; d'autres ont rendu de petites lames cristallisées, & comme talqueuses; d'autres, des écailles pierreuses, convèxes d'un côté, & concaves de l'autre; d'autres des fragmens de pierre qu'on ne pouvoit écraser entre les doigts, & où l'on comptoit plusieurs couches; quelques-uns, de petites pierres entières, telles qu'on en jette quelquefois à la fin des Coliques néphrétiques ; d'autres, sujets à rendre habituellement de petits sables très ronds & rougeâtres, cessoient d'en rendre pendant qu'ils usoient des remèdes. Il y en a fort peu en qui on ait vu du sang dans leur urine, & ils s'étoient apperçu de la même chose auparavant.

Ce sont-là les effets généraux des remèdes. Il y en a eu de particuliers, par rapport à d'autres circonstances, dans lesquelles se sont trouvés quelques malades. Par exemple, ils ont

ont dissipé une enflure des jambes que deux (7. 23.) avoient depuis longtems, & l'un des petits enfans (40.) a rendu des Vers.

Une chose bien essentielle, c'est qu'ils n'ont dérangé en personne ni l'appétit, ni les digestions, ni aucune des principales fonctions de la nature.

Communément ils constipent, quelquefois ils ont fait le contraire; mais on a appris par l'usage, qu'on pouvoit employer les poudres comme astringentes, & la boisson comme laxative, au moyen de quoi on corrige l'un par l'autre, en donnant plus ou moins de l'un des deux remèdes.

* Pag. 182. in 4. * Enfin l'on peut assurer qu'ils n'ont eu aucun inconvénient marqué, excepté en ceux qui avoient des urines reconnues purulentes, avec la Pierre, ou indépendamment. Dans ceux-là, les douleurs ont été augmentées par les remèdes, du moins est-on autorisé à le croire, parce qu'elles ont été moindres en cessant les remèdes.

Cet abrégé fidelle de leurs effets, suffira pour en donner une idée. Je passe au détail des expériences qui ont été faites, pour tâcher de connoitre la manière dont ils opèrent, & d'en établir la raison physique.

## SECONDE PARTIE.

La distinction que quelques-uns admettent entre un remède lithontriptique & un dissolvant de la Pierre, peut avoir lieu, en prenant les termes à la rigueur. C'est aparem-

remment ce qui a engagé deux des Commissaires de Mademoiselle Stephens, Mr. Pellet, Président des Médecins du Collège de Londres, & Mr. Nesbitt, Censeur, à donner à part leur Certificat, dans lequel ils ont attesté seulement l'utilité & l'efficacité des Remèdes. L'on a su que Mr. Nesbitt disoit en particulier, qu'ils agissoient plutôt comme lithontriptiques que comme dissolvans.

Pour qu'un dissolvant de la Pierre remplisse exactement l'idée que présente ce mot, il faudroit, dit-on, qu'un remède reconnu tel, changeât la Pierre qui en auroit éprouvé l'action, en une substance molle, comme si elle étoit, pour ainsi dire, fondue, & c'est même une expression dont on se sert quelquefois à cette occasion; au-lieu qu'un lithontriptique, à consulter rigoureusement l'étymologie, ne fait que diviser la Pierre en petites parties.

Il faut cependant convenir que rien n'a plus l'air d'une chicane de mots; car si l'on avoit en Médecine un remède capable de pénétrer la surface de la Pierre, d'en décomposer le tissu, d'en rompre les liens, & d'en procurer l'expulsion en petites parties par la voye des urines, on auroit un remède propre à guérir la Pierre; & avec un lithontriptique de cette espèce, chercheroit-on un dissolvant?

* Au surplus, les Remèdes de Mademoiselle Stephens semblent réunir les deux propriétés, & prémierement les expériences aux- * Pag. 183. in 4.

auxquelles on les a ſoumis, en montrent la vertu diſſolvante.

Ces expériences ont été faites en Angleterre par Mr. Hales, Auteur de la Statique des Végétaux, & par Mr. Hartley; en France, par Mr. Geoffroy & moi. Mr. Hartley a donné les ſiennes dans un Recueil qu'il a publié, & qui a été traduit en François. Les Lettres qu'il m'a écrites en particulier, en contiennent quelques-unes de Mr. Hales; mais depuis ce tems-là, Mr. Hales lui-même a preſque épuiſé la matière, & l'on verra inceſſamment les recherches curieuſes qu'il a faites ſut cela.

(*a*) Mr. Geoffroy a donné à l'Académie un Mémoire très intéreſſant ſur le même ſujet. Je vais rapporter les expériences que j'ai faites en particulier, & j'y ajouterai des réfléxions ſur la marche des remèdes avant qu'ils arrivent à la pierre.

J'ai ſcié en quatre une Pierre de Veſſie humaine, fort liſſe, tres ſolide, & de la groſſeur d'un Abricot. J'ai mis chaque morceau dans un Poudrier de verre, ſavoir, un morceau peſant 127 grains, dans l'urine d'un homme qui prenoit actuellement la boiſſon & les poudres; un morceau peſant 1[illegible] grains, dans l'urine d'un homme parfaitement ſain; un morceau peſant 93 grains, dans la boiſſon ſavonneuſe; un morceau peſant 68 grains, dans la diſſolution ſimple du Savon, en égale quantité à celle de la boule ſavonneuſe.

Les

(*a*) *Voyez les Mémoires de l'Académie* 1739. *pag.* 374 & 598.

Les quatre morceaux de la même Pierre trempoient également, chacun dans ſa liqueur reſpective.

J'ai marqué les vaiſſeaux, & je les ai mis dans un fourneau de ſable, à la chaleur d'un feu de lampe, à peu-près egale à celle de l'urine naturelle dans la Veſſie. J'ai laiſſé ces pierres en digeſtion dans leur liqueur pendant un mois, en obſervant ſeulement de changer les urines tous les jours, & ne faiſant aux pierres autre choſe que de les laver légerement dans de l'eau nette, ſans les frotter, ni les broſſer, comme on l'avoit fait dans quelques expériences rapportées par Mr. Hartley.

* Ces quatre morceaux ayant reſté conſtamment en digeſtion ſur le ſable chaud pendant un mois, je les retirai de leurs vaiſſeaux, & les peſant à l'inſtant, je les trouvai augmentés de poids, hors celui qui avoit été dans la boiſſon ſavonneuſe. Celui qui avoit été dans l'urine d'un homme à l'uſage des remèdes, paroiſſoit piqué de petits creux ſur ſa ſurface, & le vaiſſeau étoit incruſté d'une matière pierreuſe fort épaiſſe, qui repréſentoit une végétation ſaline avec quantité de petits brillans.

* Pag. 184. in 4.

Le morceau qui avoit été dans la boiſſon ſavonneuſe, me laiſſa dans les doigts la première écorce, & quelque choſe de la ſeconde, & ſe trouva peſer déja 12 grains de moins ſur 93.

Je mis enſuite les quatre morceaux ſur des cartes, & je les fis ſécher ſur le même ſable pendant trois jours, pour diſſiper l'humidité

dont

dont ils étoient plus ou moins chargés. Les ayant pesés alors, le morceau dans l'urine empreinte de la qualité des remèdes, qui pesoit avant l'expérience 127 grains, avoit perdu 3 grains. Le morceau dans l'urine d'un homme parfaitement sain, pesant avant l'expérience 119 grains, avoit acquis un grain de plus. Le morceau dans la boisson savonneuse, pesant avant l'expérience 93 grains, n'en pesoit plus que 61, ce qui fait près d'un tiers de diminution. Enfin le morceau dans l'eau de Savon, pesant avant l'expérience 68 grains, étoit diminué de 8 grains.

Il est bien difficile de se refuser aux conséquences naturelles que présentent ces expériences: on y voit clairement, ce me semble, que des pierres environnées de l'urine ordinaire, y reçoivent des accroissemens par la jonction de certaines parties de l'urine à la pierre. Au contraire, on y voit la pierre environnée de l'urine qui est imprégnée des remèdes, devenue plus pénétrable à la liqueur environnante, & un peu diminuée de poids. On est obligé d'attribuer cette diminution aux remèdes, puisque la Pierre environnée de la liqueur savonneuse, y a perdu près d'un tiers de son poids. Il paroit enfin que ce n'est pas au Savon seul que cet effet * appartient, puisque la Pierre, dans l'eau de Savon, n'a perdu que 8 grains sur 68.

* Pag. 185. in 4.

Il faut donc nécessairement reconnoître dans la liqueur savonneuse une vertu dissolvante, dont on expliquera l'opération par des principes avoués des Physiciens.

On

On sait que la Pierre est un véritable Tartre, qui contient beaucoup de Sel volatil, suivant les expériences de Boyle (a), & une grande quantité d'air, suivant celles de Mr. Hales (b); que les parties de la Pierre, & celles de toute concrétion dure dans le corps des animaux, sont liées par des matières grasses, & que les Sels alkalis sont seuls capables de desunir ces matières qui lient les concrétions.

Or en prenant par jour trois demi-septiers de la boisson, dans chacun desquels il entre 2 onces 2 gros de Savon, on prend, suivant l'analyse faite par Mr. Geoffroy, une once 45 grains d'Huile d'Olive, & environ 3 gros de Sel de Soude, lessivé par la Chaux vive. Le malade reçoit donc dans son Sang une certaine quantité de Sels alkalis lixiviels du Savon, qui sont transmis aux Urines, puisqu'elles deviennent alkalines elles-mêmes, & qu'elles verdissent le Syrop violat, si-tôt qu'elles sont rendues, ce que l'Urine ordinaire ne fait qu'après avoir été gardée pendant quelque tems.

L'action des Sels alkalis est fortifiée par quelque portion de Chaux, qui est le dissolvant général de toutes les parties animales; elle est encore augmentée par les poudres calcinées de Limaçons & de Coquilles d'œuf, qu'on prend en même tems, lesquelles donnent une vraye Chaux, très âcre à la langue; & c'est-là le véritable effet de ces pou-

(a) *Cité par Mr. Hales.*
(b) *Statique des Végétaux, p. 167, & suiv.*

poudres, car il seroit ridicule d'imaginer que la Coquille d'œuf, vantée de tout tems comme lithontriptique, puisse user la Pierre au moyen de ses aspérités. Il y a donc dans les remèdes, des parties de Chaux qui doivent entamer la Pierre, & des Sels alkalis qui doivent la décomposer.

Mais on fera sur cela trois questions, qu'il est important de résoudre. On demandera prémierement, quelle preuve a-t-on que les remèdes arrivent aux Urines avec les parties
*Pag. 186. in 4. * que nous reconnoissons capables d'entamer la Pierre? Secondement, s'ils y vont, comment ne font-ils point de mal, étant mêlés avec le Sang qui les y porte? Troisiemement, y étant arrivés, comment ne blessent-ils point la Vessie?

Quant à la prémière question, il est démontré que le Savon va aux Urines, par plusieurs preuves, dont les unes sont fournies par la simple observation, les autres par l'analyse chymique.

J'ai retrouvé le Savon sous la forme d'une pellicule onctueuse sur la surface des Urines reposées, de plusieurs de ceux qui prenoient les remèdes; en d'autres, j'y ai vu les mêmes couleurs d'Iris qu'on voit aux bulles de Savon, & que la liqueur savonneuse a laissées aux parois du Poudrier où elle avoit séjourné. Quelques malades (23. 40.) ont jetté avec les urines, des glaires d'un bleu-pâle, mais assez marqué pour prouver le passage des parties du Charbon & de la Soude dans l'urine; car Mr. Geoffroy l'ainé a fait

fait voir (a) qu'on peut tirer de tout Charbon, soit animal, soit végétal, un bleu plus ou moins vif, à proportion que le Charbon approche plus ou moins de l'état de cendre, & qu'on en tire bien davantage, lorsqu'il y a mêlange de Sels alkalis. Enfin l'Analyse que Mr. son Frère a faite l'année dernière, des Urines imprégnées des Remèdes, lui a fait retrouver dans les Urines du Sel de Soude & de l'Huile, qui font la base du Savon. Donc les remèdes arrivent aux urines avec leurs parties dissolvantes.

Quant à la seconde question, ces remèdes ne séjournent pas assez dans le Sang, pour y faire du desordre, & ce n'est que par leur séjour avec les urines, & de suite, par le séjour des urines autour de la Pierre dans la Vessie, qu'ils agissent sur la Pierre. Apparemment qu'il est réservé à l'Urine de développer les principaux dissolvans de la liqueur, qui ne peuvent l'être dans le Sang, avec lequel elle roule trop rapidement.

Cette nécessité du séjour des urines, pour donner le tems au développement, est encore prouvée par une circonstance * assez ordinaire à ceux qui usent des remèdes, savoir, qu'ils ne rendent de parties pierreuses avec l'urine, que lorsqu'ils commencent à uriner moins fréquemment : & delà on a conclu avec raison, que ces remèdes n'auroient point de prise sur les Pierres des Reins, au moins pour les dissoudre, parce que l'urine

* Pag. 187. in 4.

(a) V. les Mémoires de l'Académie. 1725.

rine qui les environne, n'y séjourne pas assez.

Quant à la troisième question, savoir, si les Remèdes arrivés aux Urines, sans avoir causé aucun préjudice, ne blesseront point la Vessie même, il faut d'abord considérer que 3 gros de Sel de Soude & 3 gros des Poudres, pris par jour, se trouveront noyés dans 2 livres 6 onces d'urine, à quoi la quantité faite en 24 heures, est évaluée par Keill (*a*); par conséquent les parties acres ont de quoi être émoussées: de plus le Savon porte avec l'Huile le correctif du Sel de Soude, & les parties oléagineuses doivent amortir la trop grande activité des Sels, & défendre la Tunique interne de la Vessie de leur impression. Cependant je crois bien qu'ils font quelque irritation à cette Tunique; mais elle n'est trop vive que dans ceux qui ont la Vessie ulcérée, parce que la Tunique nerveuse est immédiatement attaquée, étant dépouillée de la Tunique veloutée qui la recouvre dans l'état naturel.

Les remèdes arrivés à la Vessie avec toutes ces modifications, donnent aux Urines le pouvoir de faire réellement impression sur la Pierre, & l'histoire de Mr. Carteret, Maitre des Postes d'Angleterre, fournit sur cela une observation bien remarquable (*b*). Il avoit été soulagé par les remèdes, & les cessa avant d'être parfaitement guéri. Etant mort deux

(*a*) *Aphorismi Statici.*

(*b*) *Voyez le cas No. C, de Mr. Hartley, & les Lettres imprimées des Commissaires du Parlement à Mr. Morand.*

deux ans après d'une Fièvre léthargique, on l'ouvrit, & on lui trouva dans la Vessie deux Pierres dures & unies, de la grosseur d'une petite chataigne, dont chacune en contenoit une autre, qu'on entendoit sonner comme une Pierre d'Aigle. Celles-ci étoient d'une consistance telle, qu'on pouvoit aisément les écraser entre les doigts, & elles paroissoient avoir été *pourries* & * *rongées*, ce sont les termes du Chirurgien observateur (*a*). Ce qu'on pourroit appeller l'*Amande*, étoit formé par les Pierres qui avoient éprouvé l'effet des remèdes, & l'écorce appartenoit à une Pierre formée depuis que Mr. Carteret les avoit discontinués. Il est vrai que cette différence de consistance est bien à l'avantage des remèdes.

* Pag. 188. in 4.

Ce n'est pas le seul exemple de dissolution cité par les Anglois. Les Lettres qui m'ont été écrites par les Commissaires du Parlement, en rapportent quatre autres (*b*).

Si la vertu dissolvante de ces remèdes étoit contestée, malgré tant de preuves, au moins faudra-t-il convenir qu'ils font sensiblement l'effet d'un bon Lithontriptique, & qu'après les observations rapportées, on ne peut sans injustice leur refuser cette qualité. Je sais qu'il y a d'autres Remèdes vantés pour cela, & spécialement l'Electuaire de Cendres d'Avicenne (*c*), que presque tous les Auteurs

(*a*) *Mr. Sharp. V. la Lettre de Mr. Sharp, p.* 342 *du Recueil.*

(*b*) *Voyez une Lettre de Mr. Hartley, page* 333 *du Recueil.*

(*c*) *Avicenne, lib.* 3. *fen.* 18. *Tract.* 2. *cap.* 19.

teurs recommandent; mais il a quelque analogie avec les Remèdes de Mademoiselle Stephens, par la grande quantité de Sels alkalis produits par les Cendres végétales & animales qui en font la base, & je crois, à d'autres égards, les remèdes de Mademoiselle Stephens bien supérieurs.

Mais leur vertu s'étendroit-elle jusqu'à guérir tout le monde de la Pierre? Leur seroit-il donné de faire craindre aux Lithotomistes que leurs talens devinssent inutiles? C'est ce qui va être examiné dans la troisième & dernière partie de ce Mémoire.

## TROISIEME PARTIE.

Il paroit constant par les expériences faites en France & en Angleterre, que les Enfans ne sont pas susceptibles de l'effet des remèdes, & la raison de ce phénomène n'est pas encore trouvée, au moins n'en a-t-on pas
* Pag. 189. in 4. encore donné de * bien satisfaisante. Heureusement les Enfans semblent être privilégiés pour l'opération de la Taille, & communément elle leur réussit mieux qu'aux Adultes.

Mais cette opération qui les délivre de la Pierre pour le moment, n'est pas un préservatif qui les mette à l'abri des récidives, puisqu'on en a taillé jusqu'à sept fois. Or si les remèdes peuvent empêcher l'assemblage des

Remède de Laurembergius faisoit rendre des écailles, *p.* 19. Celui de Beverovicius faisoit rendre des fragmens, *p.* 188 *&* 189. *Voyez leurs Ouvrages.*

des parties de l'Urine qui forment la Pierre, comme il y a lieu de le présumer de quelques observations, ne pourroit-on pas les donner avec utilité aux Enfans, qui ayant été taillés une fois, montreroient de nouvelles dispositions à la Pierre?

Quoiqu'il en soit, en mettant tous les ages sous la puissance des Lithotomistes, voila d'abord une grande portion de leurs Sujets conservée, & le partage du reste ne sera encore que trop en leur faveur.

Entre les Adultes chez qui les remèdes paroissent agir efficacement, le succès est plus marqué à proportion de leur grand age. Les quatre que j'ai cités, sont agés de soixante-cinq, soixante-dix, soixante-onze & soixante-dix-neuf ans, & il semble que les bons effets aillent toujours en décroissant à mesure que les malades sont moins vieux.

Des Adultes qui seront dans le cas favorable pour éprouver les remèdes, il s'en trouvera que les douleurs excessives de la Pierre détermineront à l'opération, parce que les remèdes agissent lentement. Ceux qui auront la Vessie ulcérée, ne pourront les prendre, par les raisons que j'ai expliquées.

Enfin je ne crois pas que les remèdes ayent prise sur les Pierres murales, sur-tout celles qui sont noires, ou de couleur de machefer. En effet, ces pierres paroissent être d'une nature toute différente des Pierres blanches & crétacées. Celles-ci sont faites de couches minces & concentriques, on peut les écorcher avec l'ongle, quelques-unes même se bri-

brisent sous les doigts. Les Pierres murales sont composées de petites molécules à peu-près conoïdes, dont la pointe regarde le centre de la pierre, & la base présente au dehors * des mamelons irréguliers qui laissent des intervalles entre eux. On y découvre sur l'écorce extérieure, & quelquefois dans l'intérieur, de petits grumeaux de sang desséché, qu'on ne trouve point dans les autres, au moyen de quoi les Vers peuvent se mettre dans l'écorce, comme je l'ai observé; de sorte que je les regarde comme un composé particulier d'Urine & de Sang, duquel résulte une concrétion beaucoup plus dure que celle des Pierres blanches, & cela revient assez à ce que l'on dit du Ciment des Anciens, dont l'on attribue la solidité au Sang de Bœuf qui entroit dans sa composition. Lorsque nos Pierres murales sont sciées en deux, chacune des faces plattes reçoit le même poli que le Marbre & l'Agathe, & je les crois fort en sureté contre l'action des remèdes. Mais comme l'on ne connoit exactement la consistance de la Pierre que lors de son extraction, je conseillerai toujours à un Adulte d'essayer les remèdes de Mademoiselle Stephens, avant que de se soumettre à l'opération; prémierement, parce qu'ils n'ont point d'inconvéniens, & qu'ils n'empêchent point de pratiquer l'opération ensuite s'ils ne réussissent point. Secondement, parce que s'ils soulagent, ils peuvent donner aux malades éloignés des habiles Lithotomistes, le tems de s'en approcher, & à ceux qui voudroient attendre une saison favorable, le tems

* Pag. 190. in 4.

tems d'y arriver. Troisiemement, parce qu'en diminuant les douleurs, & donnant la facilité de retenir les urines, ils procurent deux grands avantages à ceux qui ont peu de tems à vivre, selon l'ordre de la Nature, & qui risqueroient de l'abréger encore par l'opération. Quatriemement, parce que n'y en eût-il qu'un très petit nombre de guéris, il est tout simple d'éprouver les remèdes qui peuvent exempter d'une opération toujours formidable, quelque perfection qu'on y ait ajoutée.

Tout ce que j'ai dit de la vertu de ces remèdes, ne suffira cependant pas pour décider positivement s'ils guérissent de la Pierre. On en viendra toujours à demander si des malades sondés avant l'usage des remèdes, ont donné la preuve de * leur guérison par la Sonde, après les avoir quittés. * Pag. 191. in 4.

Il y en a sept dans ce cas en Angleterre (*a*). Nous n'en avons point à Paris, que je sache, & les quatre qui se trouvent si bien des remèdes, ont refusé constamment de se soumettre à cette épreuve.

Après tout, elle est plus curieuse qu'utile, & il est facile de faire voir que suivant les dispositions qu'on apporte à l'examen de la chose, l'expérience de la Sonde est insuffisante ou superflue.

En

(*a*) *1. Mr. Holland, XXXIV. cas de Mr. Hartley, 2 Mr. Cheshire, XLII. cas de Mr. Hartley. 3. 4. 5. 6. Mrs. Gardiner, Appleton, Norris, Brighty, imprimés dans le Certificat des Commiss. 7. Brown, mentionné aux Lettres de Mrs. Sharp & Hartley.*

En effet, si on sonde un malade qui se croit guéri par les remèdes, avec le préjugé qu'ils n'ont pu le guérir, & qu'on ne lui trouve point la Pierre, on n'en concluera pas moins qu'il l'a encore. On citera l'exemple du malade sondé trois fois par Mr. Cheselden, sans rencontrer la Pierre, qu'il trouva dans une quatrième recherche (*a*), & la pratique journalière en fournira d'autres. L'expérience de la Sonde est donc insuffisante pour décider si la Pierre est anéantie par l'effet des remèdes, & ce raisonnement ne doit pas déplaire aux incrédules.

A l'égard du malade, l'expérience est superflue, il n'a pris les remèdes que pour ne plus souffrir, & s'il cesse réellement de souffrir par l'usage des remèdes, son objet est rempli. Je ne suis par surpris que les malades qui sont dans ce cas, ayant rejetté la proposition que je leur ai faite, & l'un deux n'a pas cru m'en donner une mauvaise raison, en disant qu'*il s'étoit laissé sonder pour lui avant que de commencer les remèdes, mais que se croyant guéri, il ne jugeoit pas à propos de se laisser sonder pour le Public.*

La cessation des douleurs ne sera point encore une preuve que la Pierre est détruite: on dira que dans le cours ordinaire * de cette maladie, elle laisse quelquefois des intervalles de plusieurs mois, même de plusieurs années, & on aura des exemples de reste à en apporter.

* Pag. 192. in 4.

La

(*a*) *Voyez l'observation XXXII. de Mr. Hartley, page 81.*

La difficulté des preuves ne me permettoit donc pas d'attendre plus longtems pour rendre compte à l'Académie de mes observations. Il n'y aura jamais qu'une preuve positive, de quelque façon qu'on pense sur ces remèdes: c'est de rechercher après la mort de ceux qui croyent en avoir usé avec succès, si la Pierre existe ou non dans la Vessie; mais ce n'est que la suite des tems qui peut donner ces éclaircissemens, & j'ai été jusqu'ici trop attentif à ce qui a rapport à cette matière, pour oublier un point de cette importance.

Je crois avoir suffisamment démontré les avantages qu'on peut retirer des Remèdes; n'y auroit-il point quelque perfection à y ajouter? Mr. Geoffroy a déja donné le détail de quelques précautions qu'il faudroit joindre à la formule venue d'Angleterre, & par lesquelles elle est corrigée ou rectifiée. On avoit espéré de rendre la boisson plus simple, en ne la composant qu'avec le Savon d'Alicante tout seul, dans l'idée que c'étoit le principal agent du Remède, & que les Plantes réduites en charbon, n'avoient été imaginées que pour déguiser la liqueur (*a*). Cependant mes expériences ne me permettent pas de les regarder comme inutiles, & elles m'autorisent même à essayer la liqueur savonneuse, mitigée avec de l'eau, en injection dans la Vessie, ce que je compte faire sitôt que l'occasion s'en présentera.

A l'égard des Poudres, j'aimerois assez à ne

(*a*) *Voyez la Lettre de Mr. Hartley, page 333.*

ne les point donner dans les commencemens, & attendre que les malades fussent accoutumés à la boisson savonneuse, dont l'action, selon moi, doit être fortifiée par l'addition des Poudres.

Je ne crois pas qu'on puisse déterminer combien de tems il faudra user de ces deux remèdes, mais ce n'est pas une raison pour les décrier; on va aux Eaux en plusieurs saisons, * pour des maladies d'obstructions; & sans m'écarter du sujet, ceux qui craignent les douleurs néphrétiques, se font une loi de prendre tous les mois, les uns le Remède de Mr. de Baville, les autres celui de Mr. de Caumartin, d'autres l'infusion d'*Enula Campana*, & la patience de ceux qui s'assujettissent à prendre des Amers toute la vie, pour se garantir de la Goutte, est bien plus grande encore.

* Pag. 193. in 4.

Il pourroit y avoir pour les Remèdes de Mademoiselle Stephens, une sorte de compensation avec le tems, en ne les prenant qu'à demi-dose, & plusieurs malades s'en sont bien trouvés.

Les Pilules m'ont paru un bon remède contre la Gravelle, & peuvent être substituées à la boisson savonneuse, par quelqu'un, qui se croyant guéri de la Pierre, auroit besoin d'un remède pour en prévenir le retour. Enfin l'analogie des substances savonneuses m'a fait imaginer que ceux qui ne peuvent user du Savon d'Alicante, parce qu'ils ont quelque ulcère dans les voyes urinaires, pourroient user avec succès de la Boule de Mademoiselle Stephens, préparée avec le Savon

qui

qui entre dans les Pilules de Starkey, & qui est faite avec l'huile de Térébenthine & le Nitre fixé par le Tartre. Il n'y a rien de si approprié à leur maladie que ces drogues, & en cas de douleurs, les Pilules de Starkey en plein leur fourniroient un calmant dont la réputation est faite.

La conclusion de ce Mémoire est que, lorsqu'un malade souffrant tous les symptomes de la Pierre, & se servant des remèdes, rendra d'abord avec ses urines un sédiment fort épais, ensuite des écailles pierreuses, ou même des fragmens de pierre, qu'il retiendra ses urines, qu'elles se clarifieront peu-à-peu, qu'il cessera de souffrir, & qu'il se trouvera en état de supporter toutes sortes de voitures, je dirai qu'il n'est point raisonnable d'attribuer au hasard le concours de tant de circonstances heureuses, pendant qu'on les verra arriver dans l'usage des remèdes, dont le malade ne se servoit point auparavant. En un mot, je déclare que si le Certificat des Commissaires nommés par le Parlement d'Angleterre, m'eût été présenté, peut-être que par délicatesse pour le langage, * je n'aurois pas prononcé sur la *vertu dissolvante* des Remèdes, mais par amour pour la vérité, j'aurois volontiers souscrit avec le Docteur Pellet, qu'*ils sont souvent utiles & efficaces pour la cure de la Pierre dans la Vessie.*

* Pag. 194. in 4.

# LISTE

## DES QUARANTE PERSONNES

*Qui ont usé des Remèdes de Mademoiselle Stephens.*

### PREMIERE CLASSE.

*Ceux qui ont pris les Remèdes pour des maladies des Reins, ou de la Vessie, autres que la Pierre.*

(1.) M..... agé de 33 ans, tourmenté d'un violent mal de Reins, & rendant des urines très épaisses, a commencé les Pilules le 17 Décembre 1739, n'en a pris que sept ou huit jours, & s'est trouvé considérablement soulagé.

(2.) M .... agé de 55 ans, rendoit des urines glaireuses, fétides & purulentes, & souffroit depuis longtems les plus cruelles douleurs. Il a commencé la boisson sans la poudre, à demi-dose, le 12 Févrièr 1740, l'a continuée pendant un mois; ses maux augmentoient toujours, est mort au mois de Juin. On lui a trouvé un Ulcère carcinomateux à la Vessie.

(3.) M..... agé de 84 ans, rendoit des glaires avec ses urines; a commencé le 14 Décembre 1739 à prendre la boisson sans poudres & à demi-dose, en a pris pendant huit jours seulement, & s'en est dégouté.

(4.) M.

(4.) M..... agé de 50 ans, rendoit depuis dix-huit mois des urines glaireuses & purulentes, étoit incommodé de fréquentes envies d'uriner ; avec grande irritation, a pris de la boisson & des poudres pendant près de quatre mois, à différentes reprises, & n'a point été soulagé.

(5.) Mde..... agée de 29 ans, sujette à des Coliques néphrétiques & de fort grands maux de Reins, a commencé le 4 Octobre 1739, la boisson & les pilules, qu'elle a prises alternativement pendant deux mois, fort régulierement, & a été guérie.

## * SECONDE CLASSE.

* Pag. 195. in 4.

*Ceux qui ont pris les Remèdes pour la Gravelle.*

(6.) Mlle..... agée de 27 ans, a pris de la tisanne, des poudres, des pilules, en différens tems & à différentes reprises pendant trois mois, a rendu de petites pierres, des sables, beaucoup de sédiment, & a été fort soulagée.

(7.) M..... agé de 61 ans, avoit de grands maux de Reins & des Coliques néphrétiques; a commencé le 28 Novembre 1739 la boisson savonneuse sans pilules & à demi-dose, & au bout de dix jours a rendu une Pierre longue & assez grosse; a continué le remède pendant deux mois, & ne souffroit plus ni maux de Reins, ni Coliques en Octobre 1740.

(8.) M..... agé de 66 ans, étoit sujet à la Gravelle, & assez incommodé, a pris pendant deux mois des pilules seulement, & ne s'en est point trouvé soulagé.

(9.) Mlle..... agée de 18 ans, a pris des pilules pendant deux mois & demi, & quelque tems après, la boiſſon pendant deux mois & demi. ſans ſoulagement.

(10.) M..... agé de 39 ans, a commencé le 9 Septembre 1739 la boiſſon & la poudre, qu'il a fait venir d'Angleterre, & qu'il a continuées pendant trois mois, & enſuite des pilules pendant ſix mois, a rendu de petites écailles & quantité de pierres rougeatres & groſſes comme des grains de Coriandre, & beaucoup de ſédiment blanchâtre dans ſes urines; ſes douleurs de néphrétique ont abſolument ceſſé: il prenoit encore des pilules en petite doſe en Octobre 1740.

(11.) M..... agé de 45 ans, étoit ſujet à rendre des graviers. Il a pris pendant ſix mois les poudres & la boiſſon, ce qui lui a rendu la faculté de pouvoir aller en voiture, lui a ôté ſes douleurs & les fréquentes envies d'uriner.

(12.) Mde..... agée de 30 ans, a commencé les pilules le 10 Mai 1740, a rendu beaucoup de graviers dans l'uſage des remèdes. En Novembre elle continuoit le remède, & n'avoit plus de Coliques.

(13.) M..... agé de 58 ans, attaqué de la Gravelle depuis longtems, & ſujet à de fréquentes Coliques, a commencé l'uſage des pilules en Novembre 1739, & les continuoit encore en Novembre 1740. Depuis ce tems là, il rend continuellement des graviers ſans douleur, & n'eſt plus ſujet à la Colique.

TROI-

## * TROISIEME CLASSE. * Pag. 196. in 4.

*Ceux qui avoient des symptomes de Pierre, non fondés.*

(14.) M..... agé de 55 ans, fils d'un Père qui avoit été taillé, eut lui-même les symptomes de la Pierre il y a près de quatre ans. Il urinoit le sang sitôt qu'il faisoit un peu de chemin. Il urinoit fréquemment, peu à la fois, & avec des douleurs excessives. Il avoit un poids insupportable sur le fondement. C'est dans cet état misérable qu'il commença les remèdes le 1. Aout 1739; au bout de trente-quatre jours il fut en état de se promener à grands pas pendant deux heures sans en être incommodé. Il a continué les remèdes pendant trois mois moins quatre jours, & s'est trouvé au bout de ce tems-là absolument délivré des symptomes de la Pierre.

(15.) M..... agé de 46 ans, que j'ai taillé en 1732, ayant ressenti les symptomes de la Pierre depuis deux ans, a pris les pilules pendant six semaines, ensuite la boisson & les poudres à la fois pendant quelque tems, il a jetté de gros graviers, & a paru soulagé.

(16.) M..... agé de 53 ans, porte depuis deux ans une ouverture fistuleuse à la Verge, près du Scrotum, à la suite d'un Abscès urineux, par laquelle il jette habituellement une grande quantité de gros graviers blancheatres. S'étant trouvé fort incommodé des douleurs de Reins & à la Vessie, a commencé la boisson savonneu-

se

se le 4 Mai 1740, l'a continuée un mois, l'a interrompue lorsqu'il voyoit ses urines sanguinolentes, & reprise à diverses fois. Quoiqu'il n'ait pas fait un usage bien suivi du remède, il a jetté le 10 Juin une grosse pierre, ses douleurs de Reins se sont dissipées, & il rend avec facilité, plus & de plus gros graviers qu'auparavant.

(17.) M..... agé de 64 ans, ayant les symptomes de la Pierre; urinant très souvent, & rendant des urines sanguinolentes, a commencé la boisson le 14 Nov. 1739, & les poudres ensemble quelques jours après, & en a peu usé de suite, parce qu'il urinoit du sang.

(18.) M..... agé de 69 ans, ayant les symptomes de la Pierre, a pris le remède pendant neuf à dix mois. Il a jetté des glaires & du sédiment, & ses symptomes ont disparu.

* Pag. 197. in 4.

## * QUATRIEME CLASSE.

*Ceux en qui la Pierre a été constatée par la Sonde.*

(19.) M..... agé de 67 ans, sondé par Mr. Morand., a pris la boisson savonneuse & les poudres pendant un mois, au bout duquel tems il a écrit de sa Province que ses douleurs étoient toujours les mêmes, & qu'il ne rendoit plus de graviers rouges tels qu'il en rendoit auparavant. Il a discontinué les remèdes.

(20.) M..... agé de 50 ans, sondé par Mr. Morand., a pris la boisson savonneuse & les poudres pendant six mois, & n'en a

a tiré qu'un peu de soulagement ; sondé de nouveau par Mr. Morand, avoit également la Pierre.

(21.) M..... agé de 66 ans, sondé à Beffort, par Mr. Dubilion, a pris les remèdes pendant trente-trois jours, s'en est trouvé considérablement soulagé, les a interrompus à cause de la Fièvre, & ne les a pas repris.

(22.) M..... agé de 70 ans, sondé par Mr. Morand, souffroit les douleurs les plus aigues, & ne pouvoit supporter même la chaise à porteur, urinoit sept ou huit fois par heure, a commencé les remèdes à demi-dose le 5 Octobre 1739; peu après il retenoit ses urines pendant plusieurs heures. Il a continué les remèdes pendant treize mois de suite, & quoiqu'il n'ait rendu que peu de matières pierreuses, il a été soulagé par dégrés au point de ne plus ressentir aucune incommodité, & de pouvoir aller en voiture.

(23.) M..... agé de 65 ans., sondé par Mr. Morand, a commencé les remèdes le 18 Septembre 1739; les a pris pendant 246 jours, a jetté beaucoup de sédiment, des glaires bleuatres, des écailles de pierre à plusieurs couches, de petites pierres rondes; enfin s'en est retourné dans sa Province, absolument quitte de tous ses maux.

(24.) M..... agé de 59 ans, sondé par Mr. Morand, souffroit les douleurs les plus vives, rendoit beaucoup de pus & de glaires avec ses urines. Il a pris les remèdes pendant trois mois, il a jetté beaucoup de fragmens de pierre, & quelques-uns ter-

terminés à leur surface par des espèces de houpes ou mamelons. Cependant pressé par les douleurs, il s'est fait tailler par Mr. Morand, qui lui a tiré, au grand Appareil, une Pierre qui s'est écrasée, il est mort à la suite de son opération. On lui a trouvé un Ulcère vers le cou de la Vessie, & un gros morceau de sa pierre, hérissé des mêmes mamelons que ci-dessus.

* Pag. 198. in 4. * (25.) M.... agé de 79 ans, sondé par Mr. Petit, a commencé les remèdes à demi-dose, le 11 Février 1740, a ressenti une grande acreté dans la gorge, les a continués pendant sept mois & demi, à deux reprises; il a jetté beaucoup de sédiment, des graviers, de petites pierres, & se trouve absolument délivré de tous les symptomes de la Pierre.

(26.) M.... agé de 71 ans, sondé par Mr. Boudou, a commencé les remèdes le 24 Janvier 1740, les a continués pendant trois mois; il rendoit avec ses urines un sédiment blanc, & des glaires qu'il ne jettoit pas auparavant, & a cessé de rendre de petites pierres telles qu'il en rendoit. Au bout de ces trois mois il a été resondé par Mr. Boudou, & il avoit toujours la Pierre.

(27.) M.... agé de 57 ans, sondé par Mr. Morand, rendoit des urines purulentes & très fétides, a commencé en Février 1740, l'usage des pilules, ensuite a pris les poudres & la boisson savonneuse, le tout pendant un mois; ensuite de quoi ses douleurs augmentant toujours, il a été taillé à l'appareil latéral par Mr. Morand, qui lui a tiré une Pierre en bouil-

lie,

lie, est mort six semaines après l'opération.

(28.) M..... agé de 77 ans, sondé par Mr. Guerin, a commencé les remèdes le 20 Janvier 1740, & les a continués pendant le grand froid cinq semaines, ne s'en est trouvé ni pis ni mieux, les a quittés, & s'est retiré à sa campagne, disant qu'il retient plus facilement ses urines.

(29.) M..... agé de 77 ans, sondé par Mr. Dauban, a pris les remèdes, d'abord pendant deux mois & demi de suite, après quoi il les a discontinués, & repris quelque tems; il s'en eft trouvé soulagé au point qu'il croit n'avoir plus la Pierre.

(30.) M..... agé de 70 ans, sondé par Mr. Boudou, a commencé les remèdes le 23 Décembre 1739, les a continués pendant le rude hiver, & six mois de suite, a jetté de petits graviers, & une quantité de sédiment d'une matière crétacée, telle qu'il en a rempli plusieurs boites. Il s'est trouvé considérablement soulagé, & même en état de monter à cheval sans accident.

(31.) M..... agé de 62 ans, sondé par Mr. Boudou, a commencé les remèdes le 21 Décembre 1739, & les a continués pendant le rude hiver & jusqu'au 4 Mai 1740, ce qui fait quatre mois & demi, a jetté pendant deux mois beaucoup de sédiment, & a été soulagé.

(32.) M..... agé de 55 ans, sondé par Mr. Morand, a commencé * les remèdes le 18 Juillet 1740, ne pouvoit plus aller à cheval, ni souffrir aucune voiture. Les prémiers jours des remèdes, ses douleurs augmentèrent; dans le mois de Septembre

* Pag. 199. in 4.

bre il a rendu des pierres assez grosses, entre autres une creusée à sa surface, de façon qu'elle servoit de chaton à une plus petite: celle-ci étoit jaune, & l'autre étoit blanche. Il a aussi rendu un fragment de pierre, auquel on pouvoit aisément compter plusieurs couches. En Octobre, il se trouva si considérablement soulagé, qu'il fut en état de partir le 17, pour s'en retourner. Il fit quatre lieues en carosse, ensuite onze lieues en chaise de poste. Le 22 il monta à cheval, & il a mandé ne plus ressentir de mal.

(33.) M..... agé de 37 ans, sondé à Thionville par Mr. Corbin, Chirurgien Major du Régiment de la Reine, Infanterie, & à Paris par Mr. Morand, a commencé les remèdes le 21 Aout 1740, qu'il a continués pendant quarante jours; il a rendu beaucoup d'écailles blanches, des urines fort glaireuses, de petits graviers. Le 12 Octobre il fut en état de sortir dans une voiture rude, pendant trois heures, sans incommodité, ce qui lui fit prendre le parti de retourner chez lui. Il a fait le voyage sans souffrir, disposé à reprendre les remèdes.

(34.) M..... agé de 53 ans, sondé par Mr. Morand, a commencé les remèdes en Aout 1740, & les a continués trois mois sans interruption. Il a d'abord rendu des urines troubles, du sédiment dans ses urines, & des écailles pierreuses; ensuite il s'est senti un grand dégout, il a eu du dévoyement, de l'enflure aux extrémités inférieures, une grande altération, & a discontinué les remèdes, mais il rendoit

tou-

toujours des écailles, & même des fragmens de pierre.

(35.) M..... agé de 23 ans, sondé par Mr. Morand, a commencé les remèdes le 10 Septembre 1739. Dès les prémiers jours il a senti plus de facilité à uriner, a rendu dans ses urines quelque tems après, des matières de couleur de cendre; à la suite de cela, des écailles pierreuses, des glaires bleuatres. Au bout de trois mois il a été sondé de nouveau par Mr. Morand, qui lui a trouvé la Pierre; a continué les remèdes pendant le rude hiver, & en a pour lors tiré peu de fruit; depuis ce tems-là il s'en est trouvé très soulagé.

(36.) M..... agé de 12 ans, sondé par Mr. Guerin à l'Hopital de la Charité, a commencé les remèdes le 9 Septembre 1739, les a pris sans succès pendant six mois, & a été taillé par Mr. Guerin au printems de 1740. On lui a tiré une Pierre dure. * Pag. 200. in 4.

* (37.) M..... agé de 12 ans, sondé par Mr. Morand, a pris les remèdes pendant un mois, après quoi ses parens ont mandé qu'il ne souffroit plus. Une circonstance particulière au sujet des corps étrangers que l'on dit qu'il a rendus par la voye des urines, & qui nous ont été envoyés, nous autorise à nous tenir en garde sur les suites de sa cure, d'autant plus qu'il n'est point à Paris.

(38.) M..... agé de 10 ans, sondé à l'Hotel-Dieu par Mr. Lamblot, a pris les remèdes pendant trois mois sans succès. Il nous a présenté des Sables qu'il disoit avoir rendus par les urines, & que nous avons reconnus être des Sables de rivière,

& il l'a avoué depuis. Il a été taillé le 27 Mai 1740, par Mr. Lamblot, qui lui a tiré une Pierre grosse comme une petite Noix, & qui, sous l'écorce extérieure, étoit noire, sans avoir aucune marque de dissolution.

(39.) M..... agé de 10 ans, sondé à l'Hotel-Dieu par Mr. Boudou, urinoit le sang, il a commencé les remèdes, ainsi que le précédent, le 24 Janvier 1740, les a continués trois mois sans succès. Il a été taillé par Mr. Lamblot le 27 Mai; on lui a tiré une Pierre grosse comme le pouce, plus menue par un bout que par l'autre, n'ayant aucune marque de dissolution.

(40.) M..... agé de 3 ans, sondé par Mr. Morand, a commencé le 9 Novembre 1739, l'usage de la boisson savonneuse, à trois boissons par jour, sans poudres, il a d'abord été un peu soulagé, ensuite a eu du dévoyement: on a été obligé de discontinuer le remède. A la fin de Décembre, il a jetté des Vers, a repris & continué le remède jusqu'en Avril 1740, qu'il l'a cessé, ayant la Fièvre: rétabli de sa Fièvre, il a été taillé en Mai à l'Hotel-Dieu, par Mr. Boudou, qui lui a tiré une Pierre dure, sans aucune marque de dissolution.

PRO-

# * PROBLEME DE STATIQUE. 

* Pag. 201. in 4.

Par Mr. CAMUS (a).

*SOIT une Roue* AGHBhgA (b) *garnie d'une infinité de rayons distribués également autour de son centre* K, *sur lequel elle soit en équilibre, & mobile sans aucun frottement; que chaque rayon enfile un petit corps qui puisse couler sans frottement sur ce rayon, & que tous ces petits corps, qu'on suppose être de masses égales, & peser suivant une loi quelconque, vers un même centre* C *de force, soient dans une rainure de courbure quelconque* MLFImfM, *faite dans un plan immobile; enfin, que tous ces petits corps, lorsque la Roue viendra à tourner, glissent avec une facilité infinie dans la rainure en même tems qu'ils coulent sur leurs rayons, on demande le moment de chaque côté de la Roue, c'est-à-dire, le moment que les corps enfilés par les rayons de la la Roue auront pour la faire tourner.*

## SOLUTION.

Du centre *C*, où tendent les corps dont la Roue est chargée, soient décrits deux arcs *Mm*, *Ll*, infiniment proches, qui comprennent une portion infiniment petite *ML* de la

(a) 28 Juin 1740.
(b) Fig 1.

la rainure, & correſpondante à un ſecteur *GKH* infiniment petit de la Roue, il importe peu que ces infiniment petits ſoient de même genre: des extrémités *M* & *L* de la portion infiniment petite de la rainure, ſoient tirées deux droites *MC*, *LC*, au centre *C* des forces; enfin, du centre *K* de la Roue, comme centre, ſoit décrit par *M* l'arc *MQ*.

Cela fait, ſoit $p$ la quantité de maſſe de tous les corps enfilés par les rayons de la Roue, & mobiles ſur ces rayons & dans la rainure; la circonférence de la Roue $= 1$, & $z$ l'action du centre *C* des forces à la diſtance *CM*.

Les corps qui ſont enfilés par les rayons du ſecteur *GKH*, ſont dans la portion *ML* de la rainure; leur maſſe eſt * $p \times GH$, &
* Pag. 202. in 4. leur poids vers le centre *C* des forces, eſt $z \times p \times GH$.

Mais ce poids qui ſe trouve contenu dans la portion *ML* de la rainure, & dont la direction eſt ſuivant *MC*, ſe décompoſe en deux forces, l'une perpendiculaire à la rainure *ML*, & l'autre perpendiculaire aux rayons du ſecteur *GKH*. La force qui eſt perpendiculaire à la portion *ML* de rainure, eſt détruite par l'oppoſition de la rainure même, qui, par ſon immobilité, lui préſente un obſtacle invincible; ainſi cette force n'a rien qui puiſſe faire tourner le ſyſtème de la Roue d'aucun côté, & doit par cette raiſon être négligée, comme incapable de contribuer à l'effet que nous cherchons. L'autre force, qui eſt perpendiculaire aux rayons qui paſ-

ſent

ſent par $ML$, tend toute entière à faire tourner le ſyſtème, & eſt par conſéquent celle que l'on doit conſidérer.

L'arc $ML$ de rainure & le ſecteur $GKH$ étant infiniment petits, 1. l'arc $ML$ doit être conſidéré comme une ligne droite: 2. les rayons compris dans l'angle $GKH$, doivent être regardés comme parallèles: 3. par conſéquent les corps contenus dans l'arc $ML$, de rainure, agiſſent également ſur ces rayons, & y ſont appliqués à diſtances égales du centre $K$. Ainſi on peut ſuppoſer que toute la maſſe contenue dans l'arc $ML$, eſt au point $M$, & que la force qui réſulte de ſa peſanteur perpendiculairement ſur $KM$, eſt appliquée au levier $KM$, pour tendre à faire tourner le ſyſtème de la Roue dans le ſens $BHGA$. Examinons cette force, & le moment qui en réſulte.

Le Triangle $MNL$ a ſon coté $MN$ perpendiculaire ſur la direction $MC$ du corps placé dans l'arc de rainure $ML$; ſon côté $NL$ étant perallèle à $MK$, eſt perpendiculaire à l'action exercée perpendiculairement ſur l'extrémité $M$ de $KM$; enfin le côté $ML$ eſt perpendiculaire à l'action du même corps ſur lui. Donc la peſanteur du corps contenu dans $ML$, ſon action perpendiculaire à l'extrémité du levier $KM$, & celle qu'il exerce perpendiculairement ſur $ML$ ſont proportionnelles aux trois côtés $MN$, $NL$, $ML$.

* Donc du poids du corps contenu dans $ML$, lequel poids on a trouvé $= z \times p \times GH$, il réſulte perpendiculairement à l'ex- * Pag. 203. in 4.

trémité $M$ du levier $KM$, une force $= \frac{z \times p \times GH \times NL}{MN}$; & multipliant cette force par le levier $KM$, auquel elle est appliquée, on aura $\frac{z \times p \times GH \times NL \times KM}{MN}$ pour le moment différentiel d'un côté du systême.

Mais 1. à cause des Secteurs semblables $GKH$, $MKQ$, on a $GH \times KM = MQ \times KG$; ainsi $\frac{z \times p \times MQ \times NL \times KG}{MN}$ est aussi le moment différentiel d'un côté du systême.

2. A cause des Triangles semblables $MQN$, $LON$, on a $\frac{NL}{MN} = \frac{LO}{MQ}$, ainsi $\frac{MQ \times NL}{MN} = LO = PR$.

Donc $z \times p \times KG \times PR$ est le moment différentiel du même côté du systême, & l'intégrale de cette différentielle est le moment même du systême. *Ce qu'il falloit trouver.*

## REMARQUES.

### I.

On voit dans le moment différentiel $z \times p \times KG \times PR$, que $p$ qui est la quantité de la masse des corps enfilés par les rayons de la Roue, est constante, & que $KG$, rayon de la Roue, est aussi constant, & par conséquent le moment différentiel est comme $z \times PR$, c'est-à-dire, proportionnel au produit fait de l'action $z$ du centre $C$ des forces sur $ML$, & de la différentielle $PR$ ou $OL$ de la

la diſtance de *ML* au centre *C* des forces.

## II.

Quelle que ſoit la loi de la peſanteur des corps vers le centre *C*, pourvu que ce centre agiſſe également à diſtances égales de lui, les corps contenus dans les portions *ML*, *ml*, de la rainure, priſes à diſtances égales du centre *C*, ou, pour mieux dire, les corps contenus dans les arcs *ML*, *ml*, compris * entre deux arcs parallèles *Mm*, *Ll*, qui ont pour centre le centre *C* des forces, ont des momens oppoſés égaux, & ſont par conſéquent en équilibre. * Pag. 204. in 4.

Car le moment des corps contenus dans *ML*, eſt . . . . . . . . $z \times p \times KG \times PR$.

Et le moment des corps contenus dans *ml*, ſera . . . . . . . . . . . $z \times p \times Kg \times PR$.

Mais $z = z$, puiſque ce ſont les actions du même centre à égales diſtances de lui, & tout le reſte eſt auſſi évidemment égal. Les momens des corps contenus dans les deux arcs de rainures *ML*, *ml*, ſont donc égaux; & comme ces momens tendent à faire tourner le ſyſtème en ſens contraire, ils ſont en équilibre.

Soit *F* le point de la rainure le plus éloigné du centre *C* des forces, & *f* le point de cette rainure le plus proche du même centre *C*; les corps qui feront dans la partie *Fmf* de la rainure, tendront à faire tourner la Roue ſuivant *BGA*, & ceux qui feront dans l'autre partie *FMf* de la rainure, tendront à faire tourner la Roue en ſens contrai-

 re,

re, c'eſt-à-dire, ſuivant *BgA*, & ces efforts contraires ſeront en équilibre.

Car ſi l'on décrit une infinité d'Arcs entre *F* & *f*, qui ayent tous pour centre le centre *C* des forces, les deux côtés *FMf*, *Fmf*, de la rainure ſeront coupés en même nombre de parties, & les corps qui ſeront contenus dans les parties correſpondantes de la rainure, compriſes entre les deux mêmes arcs, auront des momens égaux chacun à chacun; ainſi le moment entier d'un côté du ſyſtème ſera égal & oppoſé au moment entier de l'autre côté, & par conſéquent le ſyſtème entier ſera en équlibre ſur le centre *K* de la Roue.

## III.

Delà on voit combien ſe trompent ceux qui cherchent le Mouvement perpétuel par la ſeule peſanteur, ou par des actions centrales qui agiſſent également ſur le ſyſtème à diſtances égales de leur centre; j'en ai vu plusieurs qui prétendoient le démontrer par une machine ſemblable à celle où je * viens d'établir l'Equilibre, & qui ſoutenoient que des corps enfilés par des rayons de Roue, & qui auroient la liberté de circuler dans une rainure, qui d'un côté les approcheroit du centre de la Roue, & de l'autre côté les en éloigneroit, obligeroient la Roue de tourner en deſcendant du côté que les corps ſont le plus éloignés du centre, & que comme tous les corps paſſeroient ſucceſſivement du côté où ils ſont le plus éloignés du centre, tan-

* Pag. 205. in 4.

tandis que ceux qui sont le plus éloignés, passeroient du côté où ils doivent être plus proches, le système seroit dans un mouvement perpétuel.

J'ai idée d'avoir vu un Machiniste qui prétendoit avoir trouvé le Mouvement perpétuel par une Roue semblable à celle que je viens d'examiner, avec cette différence cependant qu'il employoit deux forces centrales. Ces forces étoient, autant que je puis m'en souvenir, la pesanteur & la force d'une Pierre d'Aiman, qu'il plaçoit au-dessous du côté que la rainure s'éloignoit le plus du centre *K* de la Roue, comme en *S*. Les corps enfilés par les rayons de la Roue étant supposés de Fer, il prétendoit que le côté le plus éloigné du centre *K*, seroit le plus attiré, & que la machine prendroit un mouvement qui ne finiroit qu'avec elle. Mais ce moyen ne vaut pas mieux que la pesanteur seule; car supposons la pesanteur dirigée vers un centre quelconque *C*, les poids qui peseront vers ce centre, seront en équilibre sur le centre *K* de la Roue, comme je viens de le démontrer: ainsi toute l'action du système, en vertu de la pesanteur, se réduira à un effort composé dans la direction *KC*, comme si une seule force placée en *K*, où est l'appui, poussoit ce système vers *C*. Comme on doit supposer que la Pierre d'Aiman placée en *S*, agira également à distances égales d'elle, les boules de Fer qui seront dans des parties de rainure prises à égales distances de l'Aiman, auront des momens égaux & contraires, & seront par consé-

quent en équilibre sur le centre *K* de la Roue. Ainsi de toutes les forces que les boules de Fer recevront de l'Aiman, il résultera une seconde force composée qui agira de *K* vers *S*, comme si cette force étoit * appliquée en *K*. Or des forces appliquées au centre d'une Roue, ne peuvent point la faire tourner, puisqu'elles trouvent sur ce centre un appui qui les arrête. Donc le systême proposé ne tournera point, quand les corps qui circuleront dans la rainure, auront deux centres de pesanteur vers lesquels ils tendront suivant des loix quelconques.

* Pag. 206. in 4.

Le même raisonnement prouvera que le systême ne tourneroit point, quand même les corps enfilés par les rayons auroient un plus grand nombre de centres de pesanteur, quel qu'en soit le nombre, puisque chaque centre produira le même effet total sur les corps, que produiroit une certaine force placée au centre de la Roue où est son appui.

## IV.

Si les petits corps (a) *M*, *L*, *m*, *l*, &c. qui circulent dans le canal *FMsmF*, sont enfilés par des lignes courbes quelconques semblables & semblablement posées par rapport à la Roue, & distribuées également sur la circonférence, non seulement il y aura équilibre entre les corps qui seront dans les parties de canal *LM*, *lm*, prises à distance égale du centre *C* des forces, mais les corps qui

(a) Fig. 2.

qui feront dans le canal, auront encore le même moment que s'ils étoient enfilés par des lignes droites tirées du centre à la circonférence.

Car les corps qui font dans $LM$, font enfilés par les filets courbes $KMV$, $KLT$, & par les filets intermédiaires qui aboutiffent au petit arc $VT$ de la circonférence de la Roue; ainfi leur maffe fera $p \times VT$, & leur poids fera $z \times p \times VT$.

Mais ce poids $z \times p \times VT$, fe décompofera en deux forces, dont l'une fera perpendiculaire au filet courbe $KLT$, ou $KMV$, au point $M$; & l'autre perpendiculaire à la portion $LM$ du canal fur lequel elle trouvera un appui, en forte que les trois côtés $MD$, $LD$, $ML$, du Triangle $MDL$ feront perpendiculaires à ces trois forces, & leur feront par conféquent proportionnels. On aura donc $MD : LD :: z \times p \times VT$ : $\frac{z \times p \times VT \times LD}{MD}$ = la force * appliquée perpendiculairement en $M$ fur le filet courbe $KMV$. Or en tirant $MI$ perpendiculairement fur le filet courbe $KMV$, & du centre $K$ de la Roue, $KI$ perpendiculairement fur $MI$, cette droite $KI$ fera le levier où s'appliquera la force $\frac{z \times p \times VT \times LD}{MD}$ qu'on vient de trouver, & par conféquent $\frac{z \times p \times VT \times LD \times KI}{MD}$ fera le moment différentiel d'un côté du fyftème.

* Pag. 207. in 4.

Mais les Triangles $LOD$, $MED$, étant fem-

semblables, $\frac{LD}{MD} = \frac{LO}{ME}$; ainsi on aura pour le même moment $\frac{z \times p \times VY \times LO \times KI}{ME}$.

Mais $\frac{VY \times KI}{ME} = KG$, rayon de la Roue ; car si du centre $K$ de la Roue, comme centre, on décrit l'arc $M\mathcal{Q}$ entre les deux filets courbes $KMV$, $KLY$, on aura:

1. A cause des Triangles semblables $ME\mathcal{Q}$, $KIM$, qui ont les côtés perpendiculaires chacun à chacun,

$$ME : KI :: M\mathcal{Q} : KM.$$

2. Et parce que les filets $KMV$, $KLY$, sont semblables, & semblablement posés par rapport à la Roue,

$$M\mathcal{Q} : KM :: VY : KG.$$

Et par conséquent $ME : KI :: VY : KG = \frac{VY \times KI}{ME}$.

Substituant $KG$ pour $\frac{VY \times KI}{ME}$ dans le moment différentiel, on aura $z \times p \times KG \times LO$ pour le moment différentiel, & ce moment est précisément égal à celui qui a été trouvé lorsque les corps étoient enfilés par les rayons de la Roue.

Le moment des corps contenus dans l'arc correspondant $lm$ du canal, sera $z \times p \times kg \times lo$, & par conséquent * égal à celui des corps contenus dans l'arc $LM$. Donc le système est encore en équilibre.

* Pag. 208. in 4.

L'Article IV qu'on vient de démontrer, auroit pu faire le sujet du principal Problème,

me, & le Problème par lequel commence ce Mémoire, n'en auroit été qu'un Corollaire, qui n'auroit point eu besoin de démonstration particulière.

## V.

Si les filets courbes *KMV*, *KLY*, *Kmu*, *Kly*, ne sont pas semblables, & semblablement posés par rapport à la Roue, il n'y aura que quelques situations où le systême sera en équilibre, & il y aura d'autres situations où il n'y aura point d'équilibre; ainsi on ne peut pas démontrer l'équilibre du systême en général, comme quand les filets qui enfilent les corps sont semblables, & semblablement posés.

## VI.

Tant que le mouvement différentiel sera sous la forme $z \times p \times KG \times LO$, on ne pourra point en avoir l'intégrale, ou le moment d'un côté du systême, & l'intégration ne pourra avoir lieu qu'autant que $z$ sera, ou comme une puissance de la distance au centre $C$ des forces, ou comme une fonction de la même distance & de grandeurs constantes.

Soit $z$ comme $(MC)^m$, & soit $f$ l'action du centre des forces sur le centre $K$ de la Roue, on aura $z = \frac{f \times (CM)^m}{(CK)^m}$, & le moment différentiel deviendra $f \times p \times KG \times \frac{CM^m}{CK^m} \times LO$, dont l'intrégale ou le moment

d'une partie quelconque du système est $\frac{f \times p \times KG}{CK^m} \times \frac{CM^{m+1}}{m+1} + A$.

VII.

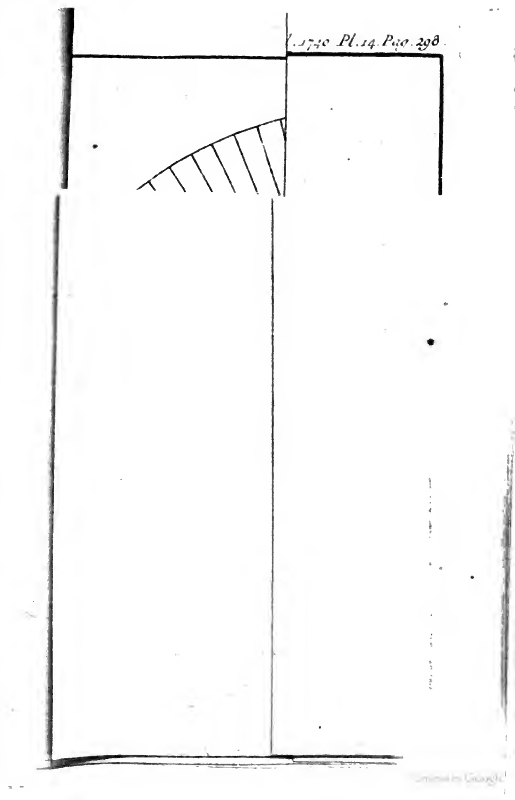
Si l'origine des abscisses est en $K$, c'est-à-dire, si on ne compte le moment du système qu'au-dessus ou au-dessous de l'arc $RKr$, décrit du centre $C$ des forces par le centre
* Pag. 209. in 4. $K$ * de la Roue, & que le moment soit nul quand $CM = CK$, le moment intégral sera $\frac{f \times p \times KG}{CK^m} \times \frac{CM^{m+1}}{m+1} - \frac{f \times p \times KG \times CK}{m+1}$ $= \frac{f \times p \times KG}{CK^m} \times \left(\frac{CM^{m+1} - CK^{m+1}}{m+1}\right)$.

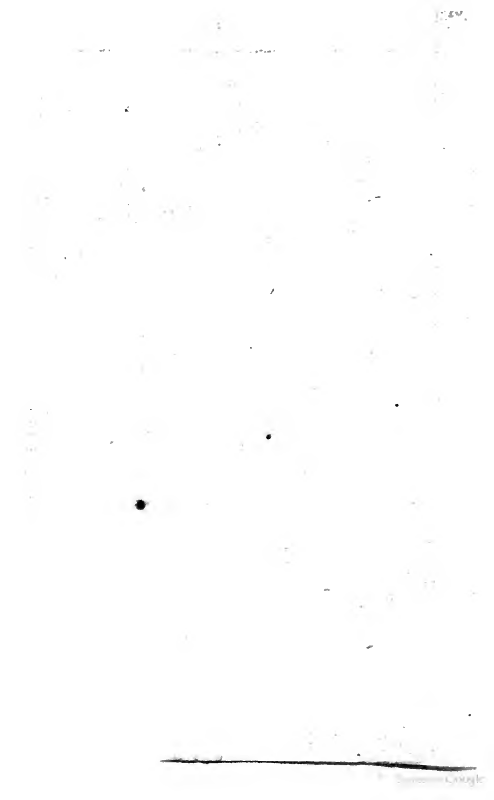
VIII.

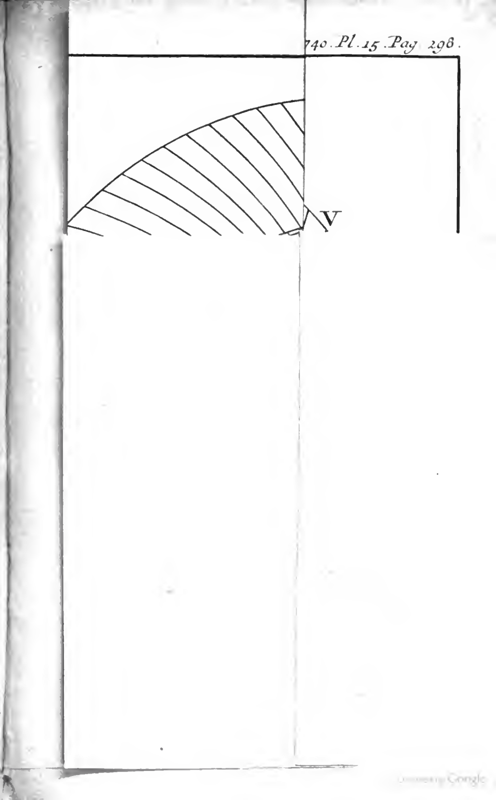
Si le centre $C$ des forces est infiniment éloigné, & qu'en conséquence l'action du centre des forces devienne constante sur le système fini qu'on examine, on fera $m = 0$ dans l'intrégale qu'on vient de trouver, & l'on aura $f \times p \times KG \times (CM - CK) = f \times p \times KG \times KP$ pour le moment des corps contenus dans l'arc $MR$ du système.

On auroit trouvé le même moment, en faisant $z$ constant dans la différentielle $z \times p \times KG \times LO$, en prenant $LO$ pour la différentielle de la distance du point $M$ à l'arc $Rr$ décrit du centre $C$ des forces par le centre $K$ du système, lequel arc sera une ligne droite, perpendiculaire à la direction de la pesanteur.

On


.1740 Pl.14. Pag. 298.




V



On aura encore le même moment, lorsque le centre C des forces sera à une distance finie, & que ces forces seront constantes.

*SECONDE PARTIE. * Pag. 210. in 4.

DU

# TROISIEME MEMOIRE

SUR

## LES MONSTRES A DEUX TETES,

*Dans laquelle on examine les parties de la Poitrine & de la Région Epigastrique du Monstre dont il s'agit particulierement dans ce Mémoire.*

Par MR. LEMERY (a).

QUAND on considère l'effet de la pression latérale sur les parties internes des deux Fœtus dont notre Monstre est composé, on reconnoit bientôt que quelques-unes de ces parties ont été dérangées & même entierement déplacées; que d'autres, ainsi qu'il a déja été remarqué, ont été tout-à-fait détruites; que d'autres enfin ne l'ont été qu'à demi, & que de l'assemblage des deux moitiés

(a) 26 Aout 1740.

ties restantes des mêmes parties de chaque Fœtus, il s'est formé un nouveau tout, une nouvelle partie, commune à ces deux Fœtus.

Les poumons fournissent une preuve de dérangement; les deux grands lobes de chaque poumon, qui, dans un Fœtus simple, auroient dû être placés aux deux côtés de leur épine, avoient été contraints par la destruction de l'un de ces côtés, de se retrancher dans le terrein qui leur étoit resté de l'autre côté après la jonction des deux Fœtus, & c'est pour cela que chacun des côtés de la poitrine du Fœtus monstrueux contenoit deux grands lobes de poumon, ou un poumon entier; au-lieu qu'une poitrine ordinaire, & qui ne suppose qu'un seul Fœtus, ne contient dans chacun de ses côtés, qu'une moitié de poumon. Je ne m'engagerai point ici dans une explication détaillée de la manière dont les deux grands lobes * des poumons de chacun des deux Fœtus se sont placés & réunis dans l'un des deux côtés de la poitrine du Monstre; Mr. Winslow convient que ce fait favorise le système de la formation des Monstres par les causes accidentelles, c'est-à-dire, qu'il est très explicable par ces causes, & on peut l'en croire sur sa parole, cependant ce même fait exige encore un éclaircissement qui viendra dans la suite.

* Pag. 211. in 4.

Pour ce qui regarde présentement l'union de deux parties semblables qui n'en ont fait qu'une, il a été rapporté que le foye du Monstre étoit composé de deux foyes, que la pression réciproque avoit si fort confondus

&

& déguisés, qu'il en avoit résulté une masse informe & sans lobes, & d'un si grand volume, qu'elle avoit rompu le diaphragme dans sa portion tendineuse, & s'étoit fait jour dans la poitrine où la partie supérieure de ce foye monstrueux s'étoit attachée au péricarde; on n'a pu encore trouver à redire à l'explication de ce fait, & l'on a même été obligé de convenir qu'il étoit attribuable au systême des accidens.

Voila donc déja un assez bon nombre de parties de notre Monstre, en y comprenant son Squelete, dans lesquelles ce qu'il y a d'extraordinaire s'accorde parfaitement avec le systême des accidens: examinons-en présentement d'autres, à la production desquelles on nie formellement que ces causes ayent pu avoir la moindre part.

Si du foye on passe au cœur, qui en est très-proche dans le Monstre, puisqu'il y tient par son enveloppe, en considérant que ce cœur monstrueux n'a point la forme d'un cœur ordinaire, que sa figure ressemble à celle d'une gibecière, qu'il manque de *septum medium*, qu'il ne forme intérieurement qu'une seule cavité, ou un seul ventricule qui avoit deux embouchures, l'une à droite, & l'autre à gauche, de chacune desquelles il partoit deux troncs d'artères qui portoient du sang dans les poumons & dans le reste des parties du Fœtus du même côté; en considérant, dis-je, toutes ces particularités, j'avois cru pouvoir en conclurre que comme ce cœur avoit été exposé à la même pression que * le foye, & qu'il y avoit originaire-ment

* Pag. 212 in 4.

ment deux cœurs, aussi-bien que deux foyes distincts dans les deux Fœtus, ces deux cœurs s'étoient réunis comme les deux foyes & comme les bouts de côtes des deux épines, & que la pression n'avoit pu opérer cette union à l'égard des deux cœurs, sans altérer considérablement la structure naturelle de chaque cœur en particulier.

Enfin ce qui m'avoit paru fournir une preuve convaincante de l'union des deux cœurs, c'étoient les deux troncs d'artères qui partoient de chacun des côtés du produit de ces deux cœurs, je veux dire du cœur monstrueux, pour se distribuer dans le poumon, dans la tête, & dans les autres parties de chacun des deux Fœtus dont le Monstre étoit composé : cette distribution de deux troncs à droite pour le Fœtus droit, & de deux troncs à gauche pour le Fœtus gauche, désignant parfaitement la moitié de cœur qui appartenoit à chaque tête, chaque poumon & chaque partie du Fœtus double; cette distribution, dis-je, des deux troncs de chaque côté, m'avoit paru un fait dont je pouvois conclurre avec assurance, que le cœur monstrueux qui avoit fourni du sang à deux Fœtus originairement séparés, étoit véritablement un composé de deux cœurs, & que chaque moitié de ce composé, tournée du côté de son Fœtus, & qui lui envoyoit du sang, étoit avant la formation du Monstre, un cœur simple, entier, & d'une structure ordinaire & naturelle.

On ne croyoit pas que l'effet de la pression fût moins évident sur le cœur monstrueux

que

que sur le foye du même Monstre, & l'on est encore aujourdhui d'autant plus attaché au sentiment qu'on a d'abord adopté sur la formation de ce cœur, que ce sentiment se trouve parfaitement justifié par l'examen d'un Monstre né à Lyon en 1702, & comparé à celui dont j'ai donné la description en 1724: le Monstre de Lyon étoit extérieurement semblable au mien, il avoit de même deux têtes sur un seul corps, & n'avoit aussi de même que deux bras, deux mains, deux cuisses, deux jambes, & deux pieds. Il fut présenté à un des Médecins aggrégés au * Collège de Lyon, qui en fit faire l'ouverture le second jour de sa naissance par un Chirurgien; Mr. Goesson Médecin fameux, qui en a donné la rélation, ne fut point présent à cette ouverture, mais étant arrivé quelques heures après, il examina les entrailles, les viscères & toutes les parties déplacées, dont plusieurs avoient été tirées hors de leurs ventres, mais qui restoient encore dans leur entier, ou du moins assez reconnoissables, aussi-bien que les parties contenantes de ces ventres dont la plupart n'avoient point été endommagées: l'inconvénient qui résulta de ce déplacement de parties contenues, ce fut d'empêcher de bien distinguer la position particulière de plusieurs de ces parties, celle, par exemple, des deux estomacs; d'ailleurs ce Monstre appartenant à une Sage-femme, qui l'avoit voulu conserver, il n'avoit pas été permis d'en faire un Squelete, pour voir à découvert la structure par-

* Pag. 213. in 4.

particulière & l'arrangement des os dont ce Monftre étoit compofé.

Mr. Goeffon ne laiffa pas cependant d'appercevoir que ce Monftre avoit deux épines, de combien ces deux épines étoient éloignées l'une de l'autre à la région de la poitrine, que cet intervalle étoit rempli de plufieurs os féparés, ou bouts de côtes qui alloient d'une épine à l'autre, & qui ne lui avoient paru être qu'au nombre de neuf; mais il avoue qu'il ne lui avoit pas été poffible de reconnoitre fi ces bouts de côtes étoient faits de deux pièces réunies enfemble par le milieu, ni de juger de quel côté étoit leur principe, plutôt que leur terme & leur infertion, s'ils naiffoient de l'épine qui étoit à droite, ou de celle qui étoit à gauche, en un mot, s'ils étoient propres à une épine, ou communs à toutes les deux, ce qui étoit beaucoup ignorer fur cet article.

Comme je n'ai point trouvé dans l'examen anatomique de mon Monftre, les inconvéniens & les obftacles qu'a trouvés Mr. Goeffon dans l'examen du fien, la defcription de celui qui m'appartient peut d'autant mieux fervir à l'éclairciffement de plufieurs faits ignorés dans celui de Mr. Goeffon, que le fien & le mien font parfaitement de la même efpèce, * que ce font dans l'un & dans l'autre, deux Fœtus unis latéralement dans les mêmes endroits, & que, comme on va le voir, ils ne diffèrent point effentiellement, mais feulement du plus au moins, & cela à l'égard feulement de quelques parties correfpondantes, dont la différence fuppofe & ac-

* Pag. 214. in 4.

accompagne toujours une circonſtance accidentelle & particulière dans chacun de ces Monſtres ; enfin ce qu'il y a de différent dans l'un des deux, va devenir un éclairciſſement pour ce qu'il y a de différent dans l'autre, & ils ſe prêteront par-là mutuellement une ſolution de la méchanique de leur conformation différente.

La circonſtance qui, dans la comparaiſon des deux Monſtres, paroit viſiblement la ſource de toutes leurs différences, & qui annonce l'action plus ou moins forte, & le différent effet de la même cauſe dans ces deux Monſtres ; cette circonſtance, dis-je, conſiſte en ce que les deux épines du Monſtre de Lyon étoient ſéparées l'une de l'autre à la région de la poitrine, de 20 à 21 lignes, pendant que les deux épines de mon Monſtre ne l'étoient que de 7 à 8, comme je l'ai exactement vérifié ſur le Squelete que j'en ai. Cet eloignement de deux tiers de plus des deux épines du Monſtre de Lyon, indique encore que les deux ſternum de ces deux Fœtus ſe ſont moins détruits & plus conſervés, & ont auſſi produit par leur union un ſternum plus large & plus étendu que ne l'étoit celui de mon Monſtre ; d'où il ſuit que la largeur de la poitrine du Monſtre de Lyon ſurpaſſoit de beaucoup celle du mien, & par conſéquent que les deux cœurs des deux Fœtus de ce Monſtre ayant eu plus de terrein pour s'étendre, ils ont été moins à portée de ſe rencontrer, d'entrer l'un dans l'autre, & de ſe réunir ; auſſi le Monſtre de Lyon avoit-il deux cœurs entiers bien diſtincts & bien

bien conditionnés, pendant que le mien n'en avoit qu'un d'une conformation extraordinaire, ce qui prouve, à mon avis, avec la dernière évidence, que comme les deux cœurs du Monstre de Lyon n'en auroient fait qu'un si les circonstances eussent été les mêmes que dans le Monstre qui m'appartient, * le cœur unique qui s'y est trouvé, suppose nécessairement deux cœurs différens qui seroient restés séparés, si l'espace & la pression le leur eût permis. Ce sentiment reçoit encore un nouveau jour de la considération suivante; c'est que les deux cœurs du Monstre de Lyon ne faisoient chacun que ce que faisoient les deux moitiés du cœur de mon Monstre, c'est-à-dire, que le cœur droit du Monstre de Lyon envoyoit du sang dans la tête & la moitié restée au Fœtus droit, & le cœur gauche dans la tête & le reste du corps du Fœtus gauche; ce que faisoient précisément de même les deux moitiés du cœur unique de l'autre Monstre; qui représentoient chacune un cœur entier dont elles venoient, & dont elles portoient des marques sensibles par leur fonction particulière.

* Pag. 215. in 4.

Au reste, ce qui fait bien voir encore que les deux cœurs du Monstre de Lyon n'en auroient véritablement fait qu'un, s'ils se fussent rencontrés & pressés mutuellement jusqu'à un certain point, & par conséquent que le cœur unique du Monstre qui m'appartient, est réellement formé de deux cœurs, c'est la comparaison de ce qui est arrivé aux deux cœurs dans la région de la poitrine, & aux deux foyes du Monstre de Lyon dans la partie

tie supérieure ou épigastrique du bas-ventre.

Les deux épines de ce Monstre, après avoir été écartées l'une de l'autre de 21 lignes par les bouts de côtes, commencent ensuite à se rapprocher vers la prémière vertèbre des lombes, où elles ne trouvent plus le même obstacle intermédiaire qu'auparavant; & enfin à force de se rapprocher toujours de plus en plus, comme le font aussi les deux épines de mon Monstre, elles deviennent contigues l'une à l'autre, & se terminent dans cette position de manière que la région dans laquelle l'éloignement des vertèbres forme un plus grand espace, c'est la poitrine, celle où cet éloignement en forme un moindre, c'est la partie supérieure ou épigastrique du bas-ventre, & celle enfin où les parties contenues doivent naturellement être plus resserrées qu'en aucun autre, c'est le reste du bas-ventre, ce qui mérite * d'être remarqué pour ce qui sera dit dans la suite.

* Pag. 216. in 4.

L'écartement des deux épines du Monstre de Lyon se trouvant donc moindre dans la partie supérieure du bas-ventre, qu'il ne l'étoit dans la région de la poitrine, les deux foyes des deux Fœtus de ce Monstre se sont trouvés par-là plus à portée de se rencontrer dans leur région naturelle, qu'ils ne l'eussent fait dans celle de la poitrine; & ce qui a dû faciliter encore cette union, c'est le volume du foye qui, dans les Fœtus sur-tout, est naturellement tel que ce viscère s'étend depuis l'hypocondre droit jusqu'au gauche, moyennant

nant quoi, après la destruction des parties contenantes de l'un des côtés de chaque Fœtus, excitée par la pression, les deux foyes ont dû s'atteindre dès les prémiers pas de cette pression, se détruire en partie, & former de ce qui a resté de l'un & de l'autre, une nouvelle masse épatique ; c'est aussi ce qui est arrivé dans le Monstre de Lyon, qui ne contenoit qu'un seul foye, mais dans lequel on voyoit clairement des indices manifestes des deux foyes originairement séparés, dont il avoit été formé.

La comparaison du Monstre de Lyon & de celui qui m'appartient, fournit encore une observation curieuse, qui mérite d'autant mieux d'être rapportée, qu'elle fortifie & confirme de plus en plus ce qui a été dit sur la cause des différences qui se trouvent entre ces deux Monstres. S'ils se ressembloient, parce qu'il ne s'est trouvé dans chacun d'eux qu'un seul & unique foye formé dans l'un & dans l'autre des deux foyes des deux Fœtus dont le Monstre étoit composé, ces deux foyes doubles avoient d'ailleurs des différences qui partoient du même principe qui avoit donné lieu à toutes les autres différences de ces deux Monstres.

On conçoit que plus les deux épines ont été écartées l'une de l'autre dans la région de la poitrine par la longueur des bouts de côtes qui se sont conservés entre deux, moins ces deux épines ont été en état de se rapprocher ensuite l'une de l'autre, immédiatement au-dessous de la dernière vertèbre du dos dans la région supérieure & épigastrique du bas-

bas-ventre, * & plus aussi cette région épigastrique a-t-elle dû conserver d'étendue & de largeur; c'est pour cela que le foye du Monstre de Lyon s'étoit contenu, malgré la grandeur de son volume, dans les limites de sa région, & que la pression qui de deux foyes n'en avoit fait qu'un, y avoit cependant laissé des marques sensibles de ces deux foyes, c'est-à-dire, deux vésicules biliaires trouvées dans la partie concave du foye unique & monstrueux, éloignées l'une de l'autre, & écartées vers les deux extrémités opposées. * Pag. 217. in 4.

Dans le Monstre au contraire qui m'appartient, & dans lequel la pression avoit rapproché de bien plus près les deux épines dans la région de la poitrine, & dans la région supérieure & épigastrique du bas-ventre, les deux foyes des deux Fœtus de ce Monstre bien plus resserrés dans l'espace qui leur avoit été laissé, que ne l'avoient été dans le leur, ceux du Monstre de Lyon, s'étoient non seulement détruits & confondus bien davantage, & avoient formé par-là une masse informe sans lobes, sans vésicules du fiel & sans vestige de leur conformation naturelle, mais encore une portion de ce foye double & monstrueux, qui n'avoit pu trouver place dans sa région, avoit été obligée, pour se loger, de créver le diaphragme dans son milieu tendineux, & de percer dans le bas de la poitrine où on l'avoit trouvé attachée au péricarde.

Il paroit que la voye de l'anatomie comparée, dont nous venons de faire usage, déclare assez nettement que le cœur du Mon-

ſtre qui m'appartient, eſt véritablement le produit de deux cœurs, ainſi que je l'avois conçu d'abord, indépendamment de ce nouvel éclairciſſement, & cela ſur la ſeule ſtructure bizarre & extraordinaire de ce cœur, & ſur ſes fonctions.

Qu'oppoſe-t-on néanmoins contre ce ſentiment, & cela quoiqu'on convienne que le foye du même Monſtre peut fort bien avoir été formé de deux foyes réunis par une preſſion accidentelle, & quoiqu'il ſoit vrai que cette union, toute vraiſemblable & certaine qu'elle eſt, ne ſoit point * encore annoncée par des ſignes auſſi clairs & auſſi ſenſibles qu'elle l'eſt dans le cœur unique?

* Pag. 218. in 4.

On objecte qu'on a examiné, autant qu'on l'a pu, toutes ſortes de coupes de deux cœurs naturels & de leurs oreillettes, non pas tant en prétendant pouvoir trouver un aſſemblage de différentes portions qui imitât entierement la compoſition du cœur monſtrueux dont il s'agit, qu'en eſpérant trouver au moins quelques petites traces de rapport entre ces portions, mais qu'il a été impoſſible d'en trouver, & qu'on n'entrevoit aucun moyen d'y parvenir, en examinant avec de vrais yeux anatomiſtes.

Pour moi, c'eſt à des yeux vraiment phyſiciens que je m'adreſſe, & je leur demande ſi c'eſt en examinant toutes les coupes différentes de deux cœurs ſolides, & dont la conformation eſt naturelle, qu'on parviendra à connoitre la ſtructure nouvelle de ce cœur monſtrueux; ſi ce n'eſt pas plutôt en conſidérant toutes les différentes impreſſions dont deux

deux cœurs qui sont actuellement dans leur développement, ou qui en sont à peine sortis, se trouvent susceptibles par la mollesse, la fléxibilité & la souplesse qu'ont alors leurs parties, & qu'elles sont bien éloignées d'avoir lorsqu'elles ont acquis plus de force & de solidité? C'est dans ce prémier état que la pression, en joignant les deux cœurs des deux germes, y a produit un ravage & un bouleversement général, & si considérable, qu'il en a résulté un arrangement tout nouveau, qu'on n'a pu retrouver, non plus que la forme extérieure & intérieure du cœur monstrueux dans les deux cœurs naturels qu'on a consultés; souvent même de ce bouleversement, de la rupture de quelques parties, il en peut rester de petites portions qui se présentent ensuite sous la forme d'une partie nouvelle, dont il n'y a ni trace, ni apparence dans l'état ordinaire, & que le hazard fait quelquefois rencontrer dans un lieu où elles sont, ou paroissent être de quelque utilité: c'est apparemment par-là qu'il s'est trouvé sur les côtés de la veine-cave descendente deux apparences de cloisons qui la séparoient des deux troncs d'artères du * côté droit, & qui sembloient faire l'office de valvules, quoiqu'à l'extrémité de cette veine il y en eût de véritables, appellées *valvules triglochines*, & qui n'avoient pas besoin des deux petites cloisons pour empêcher le sang d'entrer dans cette veine.

* Pag. 219. in 4.

Au reste, quand on supposeroit que la difficulté de Mr. Winslow contre mon sentiment sur la formation accidentelle du cœur de

de mon Monſtre, ſeroit auſſi-bien fondée qu'elle me le paroit peu, il m'en offre la ſolution ſans le vouloir, ou du moins ſans croire que je ſois d'humeur à l'accepter.

Il avertit que ſon objection ne tombe que ſur l'union de deux cœurs ſemblables en conformation, & que ſi l'un des deux étoit conformé à l'ordinaire, & l'autre à contre-ſens, comme l'étoit celui du Soldat des Invalides, il n'y trouveroit pas la même difficulté; mais alors, ajoute-t-il, la conformation originairement extraordinaire d'une moitié du cœur monſtrueux dont il s'agit, rendroit entierement inutile tout ce qu'on pourroit avancer en faveur de la conformation accidentelle du total de ce cœur.

Il ne s'apperçoit pas qu'il eſt dans l'erreur ſur ce dernier article, & que ſa réfléxion porte à faux; car en ſuppoſant que la ſeule inſpection du cœur monſtrueux ſuffit pour convaincre & pour donner lieu de conclurre que ce cœur double n'a pu être le produit de deux cœurs originairement ſemblables, je déclare que ſans faire le moindre tort au ſyſtème que je ſoutiens, je pourrois former le cœur double & monſtrueux, de deux cœurs, dont l'un auroit été conſtruit à l'ordinaire, & l'autre à contre-ſens, & je juſtifierai pleinement dans le Mémoire ſuivant, l'emploi que je ſerois en droit de faire, non ſeulement de ce cœur à contre-ſens, mais encore de quelques autres parties que je ſuppoſerai, ſi l'on veut, dans le même cas, telles que les gros vaiſſeaux & le canal artériel du côté droit, l'un des deux œſophages, l'un des

des deux estomacs, & l'un des deux duodenum du même côté, & cela sur ce que la situation extraordinaire de chacune de ces parties n'est point concevable, suivant Mr. Winslow, * sans y supposer une organisation originaire & à contre-sens, dans laquelle il ne croit pas que je doive trouver mon compte, & dont néanmoins je lui ferai bien voir que je pourrois me servir contre lui-même & en faveur du système des causes accidentelles.

* Pag. 220. in 4.

Voici une autre objection de Mr. Winslow, qui me paroit exiger & mériter une attention particulière. On sait que dans l'état naturel, le cœur est au milieu, & les deux grands lobes du poumon aux deux côtés de la poitrine; si donc les deux cœurs, dont celui qui s'est trouvé double & monstrueux a été formé, ne sont parvenus latéralement l'un à l'autre qu'après la destruction des parties contenantes du côté gauche du Fœtus droit, & du côté droit du Fœtus gauche, le lobe gauche du poumon du Fœtus droit & le lobe droit du poumon du Fœtus gauche ont dû se rencontrer & se détruire mutuellement avant que les deux cœurs ayent pu s'atteindre, se toucher immédiatement & s'unir; ils ne l'ont cependant pas fait, puisqu'on a observé que les deux grands lobes du poumon de chaque Fœtus étoient sains, entiers & rassemblés dans le côté resté, & appartenant à chacun de ces Fœtus: comment donc, ajoute Mr. Winslow, les deux moitiés ou grands lobes de poumon qui se sont trouvés entre les deux cœurs, ont-ils plus résisté à leur destruction mutuelle que les autres parties

naturellement plus fermes qu'eux, comme les os, les muscles, &c?

La solution de cette difficulté se trouve dans un fait dont j'ai donné la preuve complette dans un Mémoire lu & imprimé en 1739, & dans lequel il s'agit du prémier & du principal usage du Trou ovale. J'y fais voir que le développement du cœur précède nécessairement celui des poumons, comme celui du foye précède le développement de toutes les autres parties du bas-ventre; que celui du cœur est achevé, que celui des poumons, ou n'est pas encore commencé, ou l'est à peine, & demande encore bien du tems avant qu'il soit fini, & cela par la résistance particulière qu'on sait que les poumons apportent à leur développement parfait, ce qui * s'accorde avec l'inutilité dont ils sont dans le Fœtus, & qui leur permet de prendre tout le tems dont ils ont besoin pour acquérir le degré d'extension qui leur est nécessaire. On peut encore ajouter à cette réfléxion la considération suivante.

* Pag. 221. in 4.

Les poumons, ou du moins une bonne partie de ce qui les constitue, n'est à proprement parler, qu'une continuation de la trachée-artère: cette trachée en s'avançant de haut en bas, se partage, comme l'on sait, en deux branches appellées *bronches*, qui vont aux deux grands lobes du poumon, qui s'y distribuent en ramifications très petites, lesquelles aboutissent aux vésicules pulmonaires, qui sont une continuation de la membrane intérieure des bronches & de la trachée-artere; de manière que les poumons sont en quelque sorte un même corps avec la trachée ar-

artère, par laquelle le développement doit naturellement commencer & descendre de proche en proche jusqu'aux bronches, des bronches aux ramifications bronchiales, & de ces ramifications aux vésicules pulmonaires, qui ne se développent vraisemblablement que les dernières, & par conséquent n'occupent les deux côtés de la poitrine qu'après un espace de tems assez considérable: cela étant, les deux cœurs des deux Fœtus pressés latéralement l'un contre l'autre, peuvent en certains tems s'atteindre mutuellement, sans trouver en leur chemin & dans l'espace d'entre-deux, les deux grands lobes pulmonaires dont il s'agit, & dont alors le développement, ou n'a point encore commencé, ou n'est point encore parvenu au dégré d'extension nécessaire pour faire trouver ces deux lobes entre les deux cœurs.

Enfin, lorsqu'après l'approche ou l'union de ces deux cœurs, les poumons de l'un & de l'autre Fœtus viennent à se développer, comme la destruction de l'un des deux côtés de chacun de ces Fœtus ne permet plus alors aux lobes pulmonaires qui devoient naturellement être placés dans ces côtés, d'y trouver place; d'ailleurs comme les deux cœurs en s'approchant ou s'unissant latéralement, ont enlevé à chacun de ces lobes leur position immédiate à côté du cœur qui leur * appartient, chacun de ces lobes est obligé par la résistance & le défaut de place qu'il trouve alors, de se détourner du côté qui reste au Fœtus dont il fait partie, & auquel il est attaché, & de partager ce côté avec l'au-

* Par. 222. in 4.

l'autre grand lobe qui devoit naturellement l'occuper seul; ce détour n'est pas moins concevable que celui d'une branche d'arbre qui trouvant un obstacle à sa direction particulière, prendroit sa route du côté où la résistance seroit moindre.

Au reste, ce n'est nullement à la circonstance particulière de l'union des deux cœurs du Monstre qui m'appartient, que doit être imputé le transport de l'un des deux grands lobes pulmonaires de chaque Fœtus dans le côté opposé à sa résidence naturelle; le défaut de place & la résistance en sont la seule cause, & cette cause auroit pu se trouver de même quand les deux cœurs ne se seroient point unis, pourvu qu'ils se fussent approchés jusqu'à un certain point. Aussi a-t-on remarqué dans le Monstre de Lyon, qui contenoit deux cœurs qui n'y pouvoient être autrement placés qu'à côté l'un de l'autre, qu'il y avoit aussi deux poumons entiers composés chacun de deux grands lobes qui avoient dû, & n'avoient pu résider qu'ensemble & dans le côté resté à chacun de leur Fœtus. Je dis qu'ils avoient dû, parce que Mr. Goesson avoit trouvé toutes ces parties, quoiqu'entières & très reconnoissables, hors de la poitrine; j'eusse pu néanmoins parler plus positivement de cette position, sur le témoignage de mon Monstre, dans lequel les deux grands lobes des poumons de chaque Fœtus s'étoient réellement trouvés ensemble dans le côté de chacun de ces Fœtus, qui n'avoit point été détruit.

Ce que les deux cœurs étoient aux deux pou-

poumons, les deux foyes l'étoient aux deux estomacs; ce n'est peut-être pas que l'estomac de chaque Fœtus mit un tems aussi long à se développer que les poumons, mais il est toujours vrai que le foye dont le développement commence aussitôt que celui du cœur, & peut-être même le précède, doit par conséquent avoir bien de l'avance sur celui de l'estomac, & par * le moyen de cette avance & du volume que les deux foyes ont commencé par aquérir chacun de leur côté, dans le tems que les deux estomacs n'étoient encore que dans leur prémier état, ces deux foyes se sont atteints d'autant plus vite par la pression latérale des deux Fœtus, que leur contact immédiat & leur union réciproque n'ont point été interrompus par l'estomac du Fœtus droit, qui naturellement auroit pu par sa position empêcher les deux foyes de s'approcher, s'il avoit eu alors toute l'extension qu'il devoit aquérir dans la suite, & si avec cette extension il eût pu rester & croître dans sa place naturelle.

* Pag. 223. in 4.

Au reste, si le foye dont la place ordinaire est dans le bas-ventre, sous le diaphragme, & dans l'hypocondre droit, ne s'y est pas trouvé dans notre Monstre, mais au milieu de la région épigastrique, plusieurs causes ont pu concourir à cette situation monstrueuse, 1. la destruction des ligamens, moyennant lesquels le foye de chacun des deux Fœtus tenoit à son diaphragme, & qui pouvoient servir à arrêter l'un & l'autre foye dans la place qu'ils ont coutume d'occuper; or le choc mutuel de ces deux foyes a pu

contribuer à la rupture de ces liens, qui ne se sont point manifestés dans l'examen du foye monstrueux dont la partie supérieure n'étoit point au-dessous du diaphragme, mais tenoit par cette partie au péricarde; par conséquent ces deux foyes moins contraints depuis la rupture de leurs liens à la conservation de leur place naturelle, ont formé d'abord une espèce de masse mobile, qui s'est ensuite fixée dans l'épigastre, en conséquence de l'ouverture que sa partie supérieure a trouvé le secret de se faire par le milieu du diaphragme dans le bas de la poitrine où le péricarde se l'est en quelque manière attachée. 2. Ce qui contenoit encore le foye monstrueux dans le milieu de la région épigastrique, c'est qu'aux deux côtés de cette région il y avoit deux estomacs qui y avoient une attitude & une forme particulière, ils représentoient un arc ou un demi-cercle, & entouroient par-là le foye, à l'exception de la partie supérieure, & cela de manière que ce qu'il y avoit de concave * dans la figure qu'ils décrivoient, regardoit le foye, & que ce qu'il y avoit de convèxe dans cette figure, regardoit les côtes; enfin les deux orifices de chacun de ces estomacs, au-lieu d'être l'un à droite, & l'autre à gauche, & cela dans une ligne qui approche beaucoup plus de l'horisontale que de la verticale, étoient presque dans une même ligne verticale, l'un en haut, & l'autre en bas; mais pourquoi ces attitudes singulières? & pourquoi sur-tout l'un des deux estomacs étoit-il à droite?

* Pag. 224. in 4.

Celui

Celui qui étoit à gauche, & qui apparte-noit aussi au Fœtus gauche, n'a rien de monstrueux par rapport au côté où il a été trouvé; le côté gauche est celui où réside ordinairement la plus grande partie de l'estomac, & comme le côté gauche est celui des deux côtés du Fœtus gauche de notre Monstre qui n'a point été détruit, l'estomac de ce Fœtus n'a point été obligé d'en sortir, & il y est aussi resté; & ce qui lui a fait prendre l'attitude singulière dont il s'agit, c'est le foye du même Fœtus, dont la demeure naturelle étant au côté droit, & ce côté droit ayant été détruit, une portion de ce foye a été rejettée du côté gauche, de manière que l'estomac qui est venu ensuite à s'y développer, & qui n'a plus trouvé dans ce côté l'espace ordinaire, a été obligé pour s'y pouvoir placer, de s'ajuster & de se conformer au terrein qui lui a été laissé par son foye.

Si l'estomac du côté droit de notre Monstre s'y présente dans la même attitude que celui du côté gauche, c'est que les circonstances s'y sont trouvées les mêmes par rapport à la portion du foye du Fœtus droit, qui se trouvoit naturellement dans ce côté, & qui y a dirigé en quelque manière la tournure particulière ou la position de l'estomac droit, suivant la quantité du terrein que cette portion de foye y occupoit, & dont l'estomac n'a pu remplir que le surplus. Mais comment cet estomac naturellement, ou du moins communément placé au côté gauche, s'est-il trouvé au côté droit? c'est ce qui paroit inconcevable à Mr. Winslow, par les

* Pag. 225. in 4.

causes accidentelles, c'est-à-dire, en supposant une transplantation * de cette partie, de gauche à droite; d'où il conclut que l'estomac dont il s'agit, étoit originairement placé dans le côté opposé à celui où l'on a coutume de le trouver, & cela de même que les parties internes de la poitrine & du bas-ventre du Soldat des Invalides, dont il a été parlé dans le second Mémoire, lesquelles étoient toutes situées à contre-sens, le foye, par exemple, qui, au-lieu d'être au côté droit, étoit au côté gauche.

Mais la comparaison de l'estomac droit de notre Monstre & du foye du Soldat des Invalides, donne lieu d'abord à la réfléxion suivante: ce foye, quoique composé des mêmes parties d'un foye placé au côté droit, & avec le même arrangement de chacune de ces parties les unes par rapport aux autres; ce foye, dis-je, étoit construit de manière à ne pouvoir trouver place qu'au côté gauche, de même que la main gauche, toute semblable qu'elle est à la droite, a été faite pour être à gauche, & non à droite, où cette main seroit monstrueusement placée, ainsi que le foye du Soldat l'auroit été à droite, s'il s'y fût accidentellement trouvé, ou qu'on l'eût essayé en cet endroit; en un mot, la construction particulière de chacune de ces parties annonce le lieu pour lequel elles ont été faites, ce qui ne s'apperçoit pas de même dans les deux estomacs de notre Monstre, qui ne supposent point du tout une conformation particulière pour le côté où chacun d'eux a été trouvé, & cela parce que la confor-

formation & la face postérieure & antérieure de ces deux estomacs étant parfaitement les mêmes, si l'on transporte à gauche celui qui étoit à droite, & à droite celui qui étoit à gauche, ce qui résultera de ce déplacement, c'est que la face postérieure de l'un & de l'autre estomac deviendra leur face antérieure, qui étant la même que la postérieure, nous les présentera toujours sous la même forme, ce qui n'arriveroit point de même à un foye ordinaire placé à gauche, ou à un foye tel que celui du Soldat des Invalides, placé à droite: par conséquent la conformation de l'estomac droit de notre Monstre ne prouve pas plus qu'il ait été originairement * construit pour le côté droit, que pour le côté gauche, & si je ne le suppose pas originairement placé au côté droit, ce n'est pas, ainsi que je l'ai déja dit, & que je le prouverai dans mon quatrième Mémoire, que je ne pusse le faire, sans que pour cela le systême des causes accidentelles en souffrît le moins du monde, & que celui des œufs monstrueux en fût plus soutenable & plus possible; mais outre que cette supposition ne quadreroit peut-être pas si bien avec d'autres parties de notre Monstre, que celle de la transposition de l'estomac de gauche à droite, il est encore vrai que cette transposition paroit suivre naturellement d'un fait dont la réalité a été suffisamment prouvée dans la première partie de ce Mémoire, je veux dire de l'approche & de la rencontre des deux épines, & de ce qui a dû nécessairement arriver en conséquence de cette approche, aux différentes par-

* Pag. 226. in 4.

O 5

parties contenues entre ces deux épines, les unes dans le côté droit du Fœtus gauche, les autres dans le côté gauche du Fœtus droit.

Et en effet, quand on considère que c'est le côté droit du Fœtus gauche qui a été détruit dans ce Fœtus, & que son côté gauche a été conservé, l'estomac naturellement contenu dans ce côté où l'orage n'étoit point parvenu, n'a point aussi été obligé d'en sortir; mais pour l'estomac du Fœtus droit, comme il s'est trouvé dans le côté du Fœtus qui a été la victime de la pression, & que des circonstances favorables qu'on tâchera d'expliquer dans la suite, l'ont soustrait à la destruction générale des parties du même côté, tout ce que la pression a pu faire à son égard, ç'a été de chasser le germe de cet estomac dans le côté droit, & non ailleurs, lorsque les deux foyes se sont approchés & réunis.

Je dis dans le côté droit, & non ailleurs, parce que cet estomac faisoit partie du Fœtus droit, qu'il y tenoit, & non au Fœtus gauche, & que le côté droit du Monstre étoit le seul côté resté au Fœtus droit, & le seul aussi où cet estomac pût trouver un asyle; car le côté gauche du Monstre contenoit déja un estomac, & par toutes ces raisons, l'estomac * du Fœtus droit trouvoit bien plus aisément à se loger dans le côté droit du Monstre, que dans le côté gauche.

* Pag. 227. in 4.

Ce qui justifie & autorise encore l'idée de la transposition de l'estomac de gauche à droite, c'est ce qui a déja été dit sur les pou-

poumons de notre Monſtre, & ce qui s'eſt auſſi trouvé parfaitement de même dans le Monſtre de Lyon. Chaque côté de la poitrine de ces deux Monſtres contenoit un poumon entier, c'eſt-à-dire, deux grands lobes, qui, dans l'état naturel, ſe logent ſéparément dans les deux côtés de la poitrine. Or on a vu par le Squelète de notre Monſtre, que la poitrine de chacun des deux Fœtus dont il eſt composé, avoit originairement deux rangées de côtes qui formoient pour chaque Fœtus une cavité particulière dans les deux côtés de laquelle il eſt plus que vraiſemblable que les deux grands lobes du poumon de chacun de ces Fœtus réſidoient auſſi ſéparément ; par conſéquent la place originaire du lobe gauche du poumon du Fœtus droit, & celle du lobe droit du poumon du Fœtus gauche de notre Monſtre, n'étoient pas le côté droit & le côté gauche où ils ont été trouvés avec l'autre lobe de leur Fœtus, ils y ont été transférés, l'un de gauche à droite, l'autre de droite à gauche, en conſéquence de la deſtruction du côté de leur réſidence naturelle, dont on trouve les monumens inconteſtables dans le Squelète de notre Monſtre. Pourquoi donc la deſtruction du côté gauche du Fœtus droit de ce Monſtre n'aura-t-elle pas pu donner lieu de même au paſſage, de gauche à droite, de l'eſtomac de ce Fœtus, & cela, d'autant mieux que quand les deux foyes ſe ſont unis, ce n'a pu être qu'après que celui du Fœtus gauche a eu chaſſé l'eſtomac de l'autre Fœtus vers le côté droit, qui étoit celui

qui restoit à ce Fœtus ? car il est bon de faire ici une remarque, c'est que dans la pression réciproque & latérale de ces deux Fœtus, ce sont les parties de l'un qui agissent réciproquement sur les parties de l'autre, & qui y portent toute l'altération qui leur arrive: d'où il suit que l'estomac du Fœtus droit, chassé de gauche à droite, ne l'a été que par le foye du Fœtus gauche.

* Pag. 228. in 4. * Cet estomac n'a pu passer de gauche à droite sans faire sentir ce passage aux parties qui lui étoient continues, sans faire effort pour les attirer du côté où il étoit rejetté, sans les exciter à se conformer, à se prêter à ses mouvemens ; & s'il n'a pu suffire à cette exécution, d'autres circonstances qui sont toujours une suite de la pression, y ont vraisemblablement concouru. Voici un exemple du concours de ces circonstances.

On ne peut douter que la pression mutuelle & latérale des deux diaphragmes des deux Fœtus n'ait produit à leur égard ce que la même pression a produit sur différentes parties présentées à leurs semblables, & telles, par exemple, que deux rangs de côtes, deux sternum, deux foyes, deux cœurs, c'est-à-dire, qu'elle n'ait donné lieu d'abord à la destruction d'une portion de chacun de ces diaphragmes, & que de leurs deux autres portions restantes il ne s'en soit formé un nouveau diaphragme appartenant par-là aux deux Fœtus. La vérité de ce fait, attestée par les faits semblables qui ont été rapportés, & par d'autres encore qui le seront dans la suite, se trouve confirmée par la méchanique, dont

dont l'inspection du Monstre nous a fait aquérir la connoissance sur le sort des différentes parties qui s'étant trouvées entre les deux épines, en ont essuyé l'approche ; mais ce qui offre le dernier dégré de certitude sur la formation du diaphragme de notre Monstre, c'est l'examen de celui du Monstre de Lyon, dans lequel le notre retrouve & emprunte pour ce cas-ci, & pour d'autres encore, des éclaircissemens aussi vrais & aussi sensibles que ceux qu'il lui fournit pour d'autres faits. On observe donc que le diaphragme du Monstre de Lyon, au-lieu d'un centre nerveux, en avoit deux, l'un à droite & l'autre à gauche, & ces deux centres n'annoncent pas avec moins d'évidence les deux diaphragmes qui sont entrés dans sa composition, que les deux vésicules biliaires éloignées l'une de l'autre dans le foye du même Monstre, certifient les deux foyes dont il avoit été formé. Il est donc vrai que le diaphragme de notre Monstre, essenciellement le même que * celui du Monstre de Lyon, étoit composé comme lui, de deux portions de diaphragme fournies par les deux Fœtus dont il étoit composé ; & si les deux centres nerveux observés dans le diaphragme du Monstre de Lyon n'ont point été remarqués dans celui de notre Monstre, la raison en est claire & incontestable. On a fait voir que les deux Fœtus de notre Monstre s'étoient approchés de bien plus près que ceux du Monstre de Lyon, par conséquent les deux centres nerveux, après l'union des deux diaphragmes, ont dû laisser dans notre Monstre

* Pag. 229. in 4.

bien moins d'intervalle entre eux qu'ils n'en ont laissé dans l'autre Monstre, peut-être même n'en ont-ils point laissé du tout; mais quoiqu'il en soit, comme la partie supérieure du foye de notre Monstre, avoit pénétré dans la poitrine au moyen d'un large trou qu'elle avoit fait dans le milieu du diaphragme, ce que n'avoit point fait le foye du Monstre de Lyon, les deux centres nerveux que celui-ci a fait paroitre sur son diaphragme, se sont trouvés compris dans l'étendue de l'ouverture faite à celui de notre Monstre, & ils ont si bien disparu par-là, que ce qui restoit du diaphragme de notre Monstre, étoit presque tout charnu.

Enfin il suit de ce qui a été dit, que dans la formation du diaphragme de notre Monstre, la partie gauche du diaphragme du Fœtus droit, & la partie droite du diaphragme du Fœtus gauche, se sont mutuellement rencontrées & détruites, & comme l'œsophage du Fœtus droit perçoit naturellement le diaphragme de ce Fœtus dans le côté de ce diaphragme, qui a été détruit dans la suite, c'est-à-dire, dans le côté gauche, il ne lui a plus été possible, lors de la destruction de ce côté & du remplacement qui en a été fait par la moitié subsistante du diaphragme du Fœtus gauche, d'y rester & de s'y soutenir; & comme la même nature de circonstances, qui a sauvé l'estomac du Fœtus droit de la destruction du côté où il résidoit, en a fait de même à l'égard de l'œsophage du même Fœtus, cet œsophage poussé d'une part hors de sa place naturelle, & vers le côté

côté droit * par le diaphragme du Fœtus gauche, & attiré d'une autre part vers le même côté par l'estomac du Fœtus droit, qui tenoit à cet œsophage, & qui a été obligé de s'aller loger dans ce côté; cet œsophage, dis-je, a trouvé d'autant mieux le moyen de suivre la détermination qui lui venoit de ces deux agens, & de se faire jour dans la substance de la portion droite du diaphragme du Fœtus droit, que le foye paroit encore y avoir beaucoup contribué: & en effet nous avons fait voir, en parlant du Trou ovale, que le prémier développement du Foye se faisoit par la voye de la veine-porte, & le second par les artères qui portent du sang à ce viscère; or il y a lieu de croire que quand ce second développement est arrivé, la partie qui avoit déja aquis un grand volume par le prémier développement, & qui en aquéroit encore un nouveau par le second, n'a pu être contenue alors dans sa région, qu'en conséquence de ce second developpement, elle a rompu le diaphragme, & que la partie supérieure de ce foye, qui s'est d'abord placée au bas de la poitrine, a par-là infiniment facilité le passage de l'œsophage de gauche à droite, & lui a même donné lieu d'avancer plus avant dans ce côté, qu'il ne l'eût pu faire sans cela.

* Pag. 230. in 4.

Au reste, quoique le passage de gauche à droite de l'estomac de l'un des deux Fœtus dont notre Monstre est composé, paroisse suffisamment établi; 1. sur l'impossibilité où s'est trouvé cet estomac, ainsi qu'un des deux lobes des poumons de chacun des deux Fœtus

tus de notre Monſtre, de reſter dans ſon lieu naturel qui a été détruit dans la ſuite : 2. ſur ce que la preſſion devoit néceſſairement chaſſer cet eſtomac dans l'enceinte de la moitié reſtée au Fœtus auquel il appartenoit, & non ailleurs, ainſi qu'il eſt arrivé à l'un & à l'autre lobe des deux poumons des deux Fœtus de notre même Monſtre ; 3. ſur ce que la portion du foye qui avoit pénétré dans la poitrine, avoit naturellement dû, en y entrant, déterminer & pouſſer de plus en plus l'œſophage vers le côté droit, & y attirer par-là de nouveau l'eſtomac continu à cet œſophage ; quoiqu'enfin par toutes les raiſons qui viennent * d'être alléguées, on ne puiſſe ſe diſpenſer de reconnoitre le paſſage de droite à gauche dont il s'agit, cependant pour donner, non pas une plus grande certitude, mais une idée plus complette de ce déplacement de l'eſtomac, qui influe néceſſairement ſur les parties qui y ſont continues, peut-être faudroit-il entrer encore dans quelques détails, où faute de voir aſſez clair, je m'engagerai d'autant moins, que ſans cela la vérité du paſſage dont il s'agit, eſt ſuffiſamment conſtatée, & que ce n'eſt ordinairement qu'après coup & à la longue qu'on trouve la ſolution de certaines difficultés qu'offrent ces ſortes de détails, c'eſt-à-dire, à la faveur de nouveaux faits, de nouvelles obſervations, des conſéquences & des réfléxions qui en réſultent, & ſans leſquelles on ne découvriroit jamais ce qu'elles font ſouvent appercevoir dans l'inſtant : c'eſt ainſi que Mr. Hunauld a trouvé des raiſons ſenſibles & méchaniques de

* Pag. 231. in 4.

de certaines constructions bizarres & extraordinaires réputées monstrueuses, & si difficiles à imaginer par les causes accidentelles, qu'on s'étoit cru par-là en droit de les regarder comme originaires, & d'en tirer des inductions en faveur des Oeufs originairement monstrueux. Si donc malgré tout ce qui a été dit pour certifier la vérité du passage de droite à gauche de l'estomac de l'un des deux Fœtus de notre Monstre, on vouloit encore combattre cette vérité par quelques particularités qu'on n'imagineroit pas pouvoir être accordées méchaniquement avec ce passage, voici quelle seroit à cela ma réponse.

Si l'on n'avoit tout au plus que de foibles indices du passage dont il s'agit, & qu'il ne se présentât à l'esprit que des inconvéniens funestes qui paroitroient une suite nécessaire & indispensable de la supposition de ce passage, il ne faudroit point encore regarder ces inconvéniens comme une preuve, mais seulement comme un préjugé contraire à cette supposition; car de ce qu'on n'imagineroit point comment ces sortes d'inconvéniens pourroient être sauvés dans le passage de l'estomac de gauche à droite, ce ne seroit pas à dire qu'ils ne le pussent être, & même qu'on ne pût venir à bout de le * concevoir: c'est aux exemples rapportés par Mr. Hunauld que je renvoye la preuve de cette vérité, du moins y reconnoitra-t-on qu'on ne doit pas être si promt à nier, & à vouloir enlever aux causes accidentelles dans la formation de certaines parties monstrueuses ou simplement extraordinaires, ce qui n'a pas pa-

* Pag. 232. in 4.

paru explicable par leur moyen. Mais pour revenir au paſſage de l'eſtomac de gauche à droite, depuis qu'il a été ſuffiſamment prouvé & établi, la difficulté de le faire quadrer avec certaines particularités, ſurtout de connéxion, ne peut plus rien contre ce fait, elle ne regarde que celui qui fait des efforts inutiles pour concevoir cet accord, c'eſt uniquement la foibleſſe de ſes lumières que déclare cette difficulté; car ſi le fait eſt réel, il faut bien que les inconvéniens & les obſtacles qui arrêtoient ſi fort, ayent été ſurmontés, & il ne reſte plus qu'à ſavoir comment ils l'ont été.

Je remarquerai ici à cette occaſion, que ce qui groſſit peut-être beaucoup ces inconvéniens & ces obſtacles, c'eſt une circonſtance déja remarquée en pareil cas, & qui ſera encore rappellée dans la ſuite; c'eſt qu'on ne conſidère l'action des cauſes accidentelles ſur l'eſtomac & l'œſophage du Fœtus droit, & ſur les parties qui tiennent à cet eſtomac & à cet œſophage, & qui ſont contraintes par-là d'obéir à leurs mouvemens; on ne conſidère, dis-je, l'action des cauſes accidentelles ſur ces parties, que longtems après qu'elles ont été développées, lorſque leurs fibres ont aquis toute la ſolidité, toute la réſiſtance dont elles ſont capables, lorſqu'elles ont eu le tems de prendre leur pli, leur tournure, leur forme extérieure par rapport aux parties contigues, lorſqu'elles s'y ſont confirmées, lors enfin qu'elles ont été bien fixées & arrêtées dans le lieu de leur demeure naturelle: or ce qui ne

ne réussiroit peut-être pas avec des parties aussi roides, aussi solides & aussi peu traitables que celles-ci, ne pourroit-il pas s'exécuter dans le tems du développement de ces parties, tems où leurs fibres sont dans le plus haut dégré de fléxibilité, de souplesse, de mollesse, & peuvent * par-là se prêter à tout, sans que leur structure essentielle en souffre, du moins jusqu'à un certain point? Combien de faits plus singuliers, & aussi vrais que celui-ci, observe-t-on dans la classe des Végétaux & des Animaux?

* Pag. 233. in 4.

Ne sait-on pas que quand on a semé du Gland, des Marrons d'Inde, du Bled, & d'autres grains, il arrive souvent qu'un grand nombre de leurs radicules, au-lieu de se trouver en-dessous, sont en-dessus, & que pour remédier à cet inconvénient elles commencent par s'étendre & sortir en droite ligne de bas en haut, après quoi elles se rabattent de haut en bas, & se contournent de manière qu'elles se retrouvent au point où elles eussent été si elles se fussent rencontrées d'abord en-dessous?

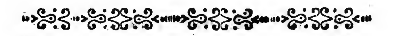
N'observe-t-on pas encore dans l'Anévrisme produit par la pointe d'une lancette, & pour lequel on a employé la ligature, que quoique le haut de l'artère ne communique plus alors, au moyen de cette ligature, avec le bas de la même artère, ce qui, du moins pour quelque tems, empêche le poux de se faire sentir, cependant plusieurs vaisseaux collatéraux qui partent du haut de cette artère, & qui se grossissent alors beaucoup par le sang qui y reflue en abondance, portent toute cet-

te quantité de sang dans la portion de l'artère qui est au-delà de la ligature, & y rétablissent tout à la fois la circulation du sang & le battement du poux ? Ces deux observations de la nature, desquelles il y en a bien d'autres, sont autant d'exemples sensibles des ressources de la Nature dans une infinité de cas, où elle a prévu que sans de pareils secours plusieurs effets de la dernière importance manqueroient entierement : lorsque ces ressources se font voir aussi à découvert que dans les exemples rapportés, on apperçoit & l'effet, & la cause de l'effet: mais quand les moyens dont la Nature s'est servi, ou ne sont pas à beaucoup près aussi sensibles que dans les deux exemples rapportés, ou ne le sont point du tout, & cependant que le produit de ces moyens est évident, il indique la ressource qui est venue à son secours, & sans laquelle les causes accidentelles seroient * souvent insuffisantes à l'égard de plusieurs constructions monstrueuses.

* Pag. 234. in 4.

Par conséquent si ces ressources sont non seulement très favorables, mais encore indispensablement nécessaires en certains cas aux causes accidentelles dans la production des Monstres, nous sommes d'autant mieux fondés à y avoir recours dans le besoin, qu'ayant fait voir incontestablement dans nos deux prémiers Mémoires, & dans la première partie de celui-ci, que le systême des œufs originairement monstrueux est aussi faux & aussi peu soutenable, que celui des causes accidentelles est vrai & raisonnable, l'examen, l'évidence & la raison ne nous offrent plus que ce dernier sys-

systême à suivre : aussi partons-nous de la certitude parfaite que nous en avons, & ne cherchons-nous les éclaircissemens particuliers qui font le principal objet de ce Mémoire, que par la voye méchanique que ce systême nous a tracée.



# * SECOND MEMOIRE SUR L'EXCENTRICITE' DES PLANETES.

* Pag. 235. in 4.

Par Mr. GRANDJEAN DE FOUCHY (a).

IL y a environ deux ans que je fis part à l'Académie, d'une méthode propre à déterminer l'excentricité de l'Orbe de la Terre & des deux Planètes inférieures; je promis dans ce tems-là de continuer mes recherches sur cette matière, & de donner le moyen de déterminer avec autant de facilité celle des Planètes supérieures: c'est cet engagement que je vais tâcher de remplir dans ce Mémoire, qui doit être regardé comme une suite & un supplément du prémier; mais avant que d'entrer en matière, il ne sera pas, je crois, inutile de se rappeller que la méthode que nous avons employée dans le prémier

(a) 9 Mars 1740.

mier Mémoire, consiste à comparer par le moyen des Triangles formés sur les deux parties du grand axe d'une Planète ou de l'Orbe de la Terre, ces deux parties à un même rayon, soit de l'Orbe d'une Planète pour avoir l'excentricité de la Terre, soit de l'Orbe de la Terre pour avoir l'excentricité d'une autre Planète. La même méthode va être encore employée dans ce Mémoire, & quelque différence que paroissent avoir à cet égard les Planètes supérieures & inférieures, j'espère qu'on trouvera qu'elle peut s'y appliquer avec autant de facilité; c'est ce que je vais tâcher de faire voir pour chacune en particulier, en commençant par Mars, qui, comme on sait, est la Planète supérieure la plus voisine de la Terre.

I. Soit (*a*) *ACP* une partie de l'orbite de Mars, dont *AP* soit la ligne des apsides, & *bacp* l'orbite de la Terre, dont *ap* soit aussi la ligne des apsides, *S* le Soleil placé au foyer commun des deux orbites, *F* l'autre
* Pag. 236. in 4. foyer de l'orbite de Mars, * & *SF* son excentricité. On choisira une année où Mars étant dans son Aphélie *A*, la Terre soit en *b*, assez près de la ligne perpendiculaire à la ligne *AP* des apsides de Mars, & on observera exactement l'angle *SbA*, distance de Mars au Soleil & sa latitude apparente. Lorsque Mars aura parcouru 180 dégrés de son orbite, & qu'il sera en *P* dans son Périhélie, la Terre aura achevé une révolution, & se trouvera, par exemple, en *c*. On ob-
ser-

(*a*) Fig. 1.

ſervera donc l'angle $PcS$, diſtance de Mars au Soleil, & la latitude de Mars, & pour lors on aura, à cauſe des latitudes obſervées qui ſont en raiſon renverſée des diſtances (la latitude héliocentrique étant toujours la même avec des ſignes contraires dans des points du Zodiaque diamétralement oppoſés, tels que $A$ & $P$) on aura, dis-je, la proportion des côtés $Ab$, $Pc$. On aura donc dans les Triangles $PcS$, $SbA$, l'angle en $S$ du rayon vecteur de la Terre avec la ligne $AP$ des apſides de Mars, les angles $SbA$, $ScP$, diſtances obſervées de Mars au Soleil, & les côtés $bA$, $cP$, dont on connoit la proportion, & dont on en ſuppoſera un de 100000 parties.

Si l'on veut ſuppoſer, ce que je crois que l'on peut faire ſans erreur, les rayons $Sb$, $Sc$, de l'Orbe de la Terre connus, on pourra de même réſoudre les Triangles, ce qui peut ſervir à la révification de la méthode propoſée, ſur-tout n'étant pas queſtion de la grandeur abſolue de ces rayons, mais ſeulement de leur proportion, qui même approche fort de l'égalité.

J'exige que l'on prenne Mars, Aphélie ou Périhélie, à peu près en quadrature avec la Terre, parce que ſans cette précaution, l'une des deux obſervations ſe trouveroit trop près de la Conjonction de Mars avec le Soleil, ce qui pourroit empêcher de la faire, ou au moins de la faire avec exactitude; & ſi les points $b$ & $c$ ſont pris vers le Solſtice d'Eté, comme je l'ai marqué en cette Figure, on pourra obſerver Mars dans le cré-

crépuscule, dans les deux opérations, & par conséquent sans éclairer les filets de la Lunette, ce qui n'est pas un médiocre avantage. Passons maintenant à * l'examen de cette méthode, & voyons de quel point de précision elle est susceptible.

* Pag. 237. in 4.

Prémierement, le nœud de l'orbite de Mars avec l'Ecliptique se trouvant à 2 Signes ½ ou environ de son Aphélie, sa latitude héliocentrique y sera à peu-près de 1° 48', & sa latitude vue de la Terre dans l'Aphélie & le Périhélie, à très peu près proportionnelle à sa distance au Soleil, ou comme 35 est à 30, c'est-à-dire, que faisant dans la moindre distance de Mars au Soleil, sa latitude vue de la Terre, de 2° 10', on aura pour celle qui conviendra à la plus grande distance 1° 48'. Les latitudes observées qui servent à faire connoitre les côtés *bA*, *cP*, varient donc entre elles de 22', & par conséquent quand on se tromperoit en sens contraire de 10" dans chacune des latitudes observées, on ne pourroit jamais se tromper que la 66me. partie des côtés *bA* & *cP*; or on peut déterminer des latitudes beaucoup plus exactement, il est donc possible d'avoir la proportion des côtés *bA*, *cP*, au moins à une 100me. partie près par l'observation des latitudes.

Mais si l'on employe les rayons *Sb*, *Sc*, tirés de la théorie de la Terre, on aura encore une bien plus grande précision, puisque son excentricité une fois bien déterminée, il n'est presque pas possible de se tromper dans la proportion des rayons *bS*, *cS*.

De

De plus, les angles des Triangles proposés étant tous très grands & très sensibles, des erreurs, même assez considérables, n'altéreroient pas beaucoup la proportion des côtés que l'on cherche.

A l'égard de la ligne des apsides de Mars, que je suppose déterminée dans cette recherche, comme la plus grande différence entre les déterminations des Astronomes, ne va qu'à 60 4, on peut être assuré que, conformément à ce qui a été démontré dans le 1. Mémoire, cette différence n'y peut produire d'erreur sensible ; il y a plus, l'erreur sera toujours beaucoup moindre que ne la donneroit la quantité que nous venons de dire. Les plus célèbres Astronomes * modernes s'accordant à plus près que deux dégrés dans la détermination de l'Aphélie de cette Planète, nous ne voyons donc aucun inconvénient à craindre dans l'usage de cette méthode, & il y a tout lieu de croire qu'elle donnera l'excentricité de Mars avec toute la précision qu'on peut souhaiter. Passons à la détermination de celle de Jupiter.

* Pag. 238. in 4.

II. Soit *PGA* (a) l'orbite de Jupiter ; *p*, *g*, *ab*, celle de la Terre. Soit *AP* la ligne des apsides de Jupiter, *S* le Soleil à l'un des foyers de son orbite, *F* l'autre foyer, & *FS* l'excentricité cherchée. On choisira une année dans laquelle Jupiter se trouve en opposition près de la ligne des apsides, comme en *D*, & la Terre étant en *a* dans son Aphélie, on observera l'angle *SaE* de Jupiter au Soleil ;

(a) Fig. 2.

leil; la Terre étant en $g$, on observera Jupiter opposé au Soleil en $D$, & on aura l'angle $aSg$, différence des lieux du Soleil en $a$ & en $g$; la Terre étant venue en $p$, lieu opposé ou distant de 6 Signes de $a$, on observera l'angle $SpB$, distance de Jupiter au Soleil: & parce que l'on connoit le tems écoulé entre les deux observations, en $a$ & en $p$, on aura, sans erreur sensible, soit par les Tables, soit par les oppositions précédente & suivante, ou même par l'observation du passage des Satellites & de leurs ombres sur la Planete (a); on aura, dis-je, les angles $BSD$, $DSE$, qui étant ôtés des angles $DSp$, $DSa$, donneront les angles $BSp$, $ESa$, on aura donc dans les Triangles $SpB$, $SaE$, deux angles connus: ainsi en supposant le côté $SE$ & $SB$, qui est sensiblement son égal, de 100000 parties, on connoitra aisément le rapport de ces côtés aux parties $aS$, $Sb$, de l'Orbe annuel.

Six ans ou environ après, Jupiter se trouvera en opposition dans le voisinage du Périhélie $p$; on observera donc, la Terre étant en $p$, trois mois ou à peu près avant l'opposition $d$, on observera, dis-je, l'angle $Spe$; la Terre étant en $h$, on observera l'opposition de Jupiter en $d$; enfin, la Terre étant revenue en $a$, on observera l'angle $Sab$ de Jupiter au Soleil, & par un procédé semblable à celui que nous venons de décrire, on aura le rapport des rayons $Se$ ou $Sb$ sensiblement * égaux entre eux aux mêmes rayons

* Pag. 239 in 4.

(a) V. les Mémoires de l'Académie 1738. p. 263. & suiv.

yons $aS$, $Sp$, auxquels on avoit comparé les deux rayons $SE$, $SB$: il fera donc facile de connoitre le rapport des rayons $AS = SE$ à $SP = Se$ entre eux, & par conféquent leur différence $SF$, qui eft l'excentricité cherchée.

On pourroit, abfolument parlant, n'obferver qu'un lieu de Jupiter & fon oppofition dans chaque obfervation, puifqu'un feul Triangle $SEa$, comparé avec fon correfpondant $Sba$, donneroit également le rapport entre les deux rayons $DS$, $SP$, de l'orbite de Jupiter. Mais outre que les deux obfervations de chaque côté fe fervent mutuellement de preuve & de vérification, je les prefcris ici d'autant plus volontiers, que l'opération n'en devient ni plus longue ni plus difficile; car par la difpofition particulière des axes des orbites de la Terre & de Jupiter, la même opération qui fert à déterminer l'excentricité de la Terre dans le cas le plus favorable, fert auffi à déterminer celle de Jupiter dans le cas le plus avantageux: ainfi ayant une fois déterminé l'excentricité de la Terre, il ne s'agira que de répéter la même opération fix années après, pour avoir celle de Jupiter, de laquelle on fera d'autant plus fûr, qu'elle fera déterminée par deux couples de Triangles.

Une nouvelle vérification qu'on peut encore employer, feroit d'obferver la latitude, Jupiter étant en $D$ & en $P$; car la latitude vraye ou héliocentrique étant précifément la même avec des Signes contraires, dans les points oppofés de l'orbite, la différence des latitudes apparentes donnera encore la proportion des

P 2 dif-

diſtances $gA$, $bP$, & en déterminant les rayons $Sg$, $Sb$, de l'orbite terreſtre, celle des rayons $SA$, $SP$, que l'on cherchoit.

Il eſt bien vrai que les diſtances $SB$, $SE$, déterminées par les Triangles, ſont un peu plus courtes que le rayon $SA$, ſur-tout du côté de l'Aphélie de Jupiter ; je dis du côté de l'Aphélie, car du côté du Périhélie les rayons $Sb$, $SP$, $Sd$, $SR$, ſont ſenſiblement égaux, une ellipſe peu excentrique, comme le ſont celles des Planètes, ne différant pas * ſenſiblement d'un cercle décrit d'un de ſes foyers comme centre dans une partie de ſa circonférence $eb$, qui ne contient pas plus de 8 dégrés de chaque côté de l'axe. Mais il eſt aiſé de remédier à cet inconvénient ; car ſi l'on imagine la ligne $FE$ menée de l'autre foyer $F$ au point $E$, on aura dans le Triangle $SEF$, l'angle $FSE$, de la ligne des apſides $AS$ avec le rayon $SE$, le côté $SE$ déterminé par le grand Triangle $SEa$, & le côté $FE$ ſenſiblement égal à $FA$, qui l'eſt à $Sb$ ou $SP$ que nous connoiſſons, on pourra donc connoître le côté $SF$ qui eſt l'excentricité cherchée, ce qui même pourroit avoir lieu, quand même les orbites des Planètes ne ſeroient pas des ellipſes parfaitement régulières, étant toujours bien certain que leur nature approche beaucoup de celle de cette courbe. Cette correction doit auſſi s'appliquer à l'excentricité de Saturne, dont nous parlerons dans l'article ſuivant.

* Pag. 240. in 4.

(a) Je ne répeterai point ici ce que j'ai dit dans

(a) Voyez les Mémoires de l'Académie 1738. p. 263, & ſuiv.

dans le prémier Mémoire sur le point de précision qu'on peut attendre de cette méthode, je dirai seulement que les angles des Triangles $SBp$, $SEa$, étant tous très sensibles, puisque le moindre est toujours de plus de 5 dégrés, une légère erreur dans les observations, n'en peut jamais produire aucune qui soit sensible dans la détermination de l'excentricité.

A l'égard des latitudes apparentes, la différence entre la plus grande & la moindre, étant d'environ un dégré, ou 3600″, une erreur de 10″ ne produiroit dans la détermination de l'excentricité qu'une différence de $\frac{1}{360}$, qui peut d'autant mieux être négligée, que cette dernière opération n'est que subsidiaire, & ne fait pas l'essentiel de cette méthode. Passons maintenant à l'excentricité de Saturne.

III. Soit $PGA$ (a) l'orbite de Saturne, $a$, $g$, $p$, $b$, celle de la Terre, $AP$ la ligne des apsides de Saturne, $S$ le Soleil à l'un de ses foyers, $F$ l'autre foyer, & $SF$ l'excentricité cherchée, on choisira une année dans laquelle Saturne se trouve en opposition près de la ligne des apsides, comme en $D$, & la Terre étant en $b$, à peu-près à 90° du point * où se doit faire l'opposition on observera l'angle $SbE$ de Saturne au Soleil; la Terre étant vers $p$, on observera l'opposition de Saturne en $D$, & on aura l'angle $DSb$, différence des lieux du Soleil ob-

* Pag. 241. in 4.

(a) Fig. 3.

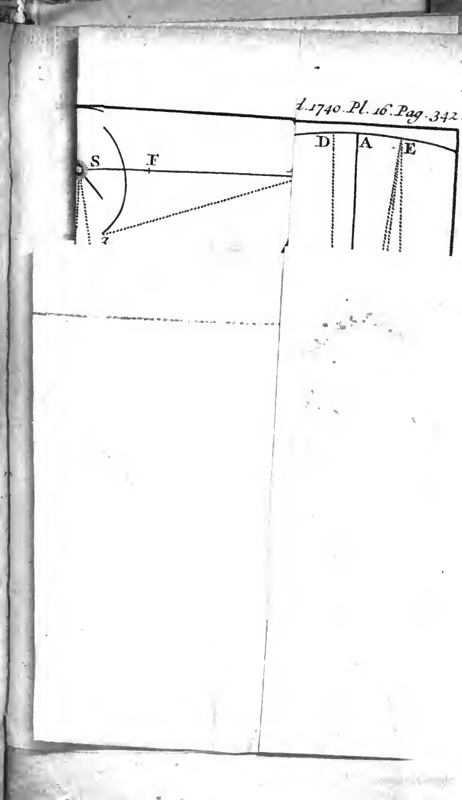
obſervés en *p* & en *h*. La Terre étant venue en *g*, lieu oppoſé ou diſtant de 6 Signes du point *h*, on obſervera l'angle *SgB* de Saturne au Soleil, & pour lors il ſera facile, par un procédé tout ſemblable à celui que nous venons d'indiquer pour Jupiter, de déterminer le rapport qui ſe trouve entre les rayons $SB = SE = SA$, au moins ſenſiblement, & le diamètre *gSh* de l'Orbe terreſtre.

Quinze ans après, Saturne ſe trouvant voiſin de ſon Périhélie, on obſervera, la Terre étant au même point *g* où elle étoit dans la dernière obſervation, l'angle *Sge* de Saturne au Soleil, puis la Terre étant en *a*, l'oppoſition *d*, & enfin la Terre étant revenue en *h*, l'angle *Shb* de Saturne au Soleil. On aura donc auſſi le rapport des rayons $SP = Se = Sd = Sb$ avec le même diamètre *gSh* de l'Orbe terreſtre, & par conſéquent le rapport des mêmes rayons *SA*, *SP*, entre eux, & par conſéquent l'excentricité *SF* que l'on cherchoit.

Comme les latitudes apparentes de Saturne ne varient pas aſſez ſenſiblement, nous n'en ferons aucun uſage dans cette opération.

On doit avoir ſoin de tenir compte de la différence qui ſe trouve entre les rayons *SB* ou *SE* & *SD*, & cette différence ſe connoitra aiſément, ſi on ſuit le même procédé que nous avons indiqué pour Jupiter.

L'exactitude que l'on peut attendre de cette méthode pour la détermination de l'excentricité de Saturne, eſt à bien peu-près la même que celle qu'on peut eſpérer de la méthode


d.1740. Pl. 16. Pag. 342.
D
A
E
S
F

thode que nous avons donnée pour Jupiter; car les angles obſervés étant très ſenſibles, puiſque le moindre excède toujours trois dégrés, une légère erreur dans l'obſervation ſeroit peu à craindre : & de plus comme chaque couple de Triangles *ESh*, *BSg*, *Seg*, *bSh*, détermine ſéparément l'excentricité, il ſeroit * facile de remarquer la moindre différence, les deux excentricités données par chaque couple de Triangles oppoſés par la baſe devant être égales.

* Pag. 242. in 4.

Je remarquerai, en finiſſant ce Mémoire, que par un heureux hazard les lignes des apſides & les lignes des nœuds des Planètes ſe trouvent diſpoſées le plus favorablement qu'il eſt poſſible pour l'exactitude de cette nouvelle méthode, leur ſituation étant telle que les figures l'expriment pour les lignes des apſides & les nœuds preſque dans la perpendiculaire à ces mêmes lignes dans la plupart des Planètes, ce qui donne les latitudes obſervées, les plus grandes qu'il eſt poſſible.

Cette méthode, que je n'avois d'abord donnée que comme une méthode particulière pour la Terre & les deux Planètes inférieures, devient donc une méthode générale pour toutes les Planètes, & j'eſpère qu'elle ſera d'autant plus favorablement reçue des Aſtronomes, qu'elle eſt extrêmement ſimple, très facile dans l'exécution, n'exigeant point d'autres obſervations que celles que l'on fait ordinairement, & qu'enfin le calcul en eſt extrêmement facile, n'étant queſtion que de la réſolution de quatre Triangles rectilignes au plus pour chaque Planète.

* Pag. 243. in 4.

# * SUR LA VAPEUR,

## QU'ON APPERÇOIT DANS LE RECIPIENT D'UNE MACHINE PNEUMATIQUE,

*Lorsqu'on commence à raréfier l'Air qu'il contient.*

Par MR. l'Abbé NOLLET (a).

TOus ceux qui font usage de la Machine du Vuide, ont pu remarquer qu'aux deux ou trois prémiers coups de piston, lorsque l'air commence à se raréfier, il paroit dans le Récipient une vapeur plus ou moins épaisse qui obscurcit l'intérieur du vase, & qui, après quelques petits mouvemens en forme de circonvolutions, se précipite vers la partie inférieure.

Ce phénomène m'a toujours paru digne d'attention; plusieurs Philosophes d'un mérite connu, en ont cherché la cause, & personne, que je sache, n'en a encore rendu raison. Je l'attribuois, comme bien d'autres, d'une manière vague, à l'humidité des cuirs dont on couvre la platine pour aider l'application exacte du récipient, sans examiner en

(a) 3 Aout 1740.

en détail pourquoi des particules d'eau feroient detachées & déterminées à se mouvoir de bas en haut à l'occasion d'un air raréfié au-dessus.

Peut-être même me serois-je affermi davantage dans cette prémière idée, si j'avois pensé que l'air commençant à être plus rare au-dessus des cuirs, celui qui étoit contenu dans l'intérieur & à la surface, pouvoit se débander & enlever avec lui les parties aqueuses dont il étoit chargé.

Cette explication se présentoit naturellement & avec quelque vraisemblance, cependant en la considérant de plus près, on la trouveroit insuffisante; car pourquoi cette vapeur * ne dure-t-elle que pendant les prémiers coups de piston; pourquoi cet air adhérent aux cuirs, à qui l'on attribueroit tout l'effet, ne cause-t-il plus de vapeurs, au moins sensiblement, lorsqu'il continue de se raréfier d'une manière plus sensible, lors, dis-je, qu'étant presque entierement déchargé de la pression de celui qu'on a fait sortir, il s'élève par bulles à travers de l'eau, s'il y en a sur la platine, & qu'il forme des petits jets de la hauteur d'un pouce, à peu-près semblables à ceux qu'on remarque au-dessus de la surface des liqueurs qui fermentent un peu violemment?

* Pag. 244.

A ces objections qui sont fondées sur l'expérience, Mrs. 's Gravesande & Musschenbroeck que je consultai sur cette matière, joignirent un fait qui acheva de me convaincre qu'il falloit chercher ailleurs que dans les cuirs mouillés, la véritable cause de cette

vapeur dont il eſt queſtion; je dis la véritable cauſe, parce qu'il arrive aſſez ſouvent que l'humidité qui règne ſur la platine par les cuirs, ou autrement, concourt à l'effet qui, ſans elle, ſubſiſteroit toujours, quoique moins ſenſiblement, comme on le verra par la ſuite de ce Mémoire.

Le fait eſt qu'un récipient bien ſéché & luté ſur la platine avec du maſtic ou de la cire molle, fait voir la même vapeur qui a coutume de paroître dans le même vaiſſeau lorſqu'il eſt poſé ſur des cuirs humides. J'ai vérifié pluſieurs fois cette expérience avec toute l'attention poſſible, & revenu entiérement de mon préjugé, j'ai porté mes vues ailleurs, & j'ai tenté d'autres moyens pour découvrir la vérité; voici ce que m'ont fait penſer pluſieurs épreuves que j'ai faites dans ce deſſein.

Il y a tout lieu de croire que cette eſpèce de vapeur dont on cherche ici la cauſe, n'eſt rien autre choſe que les petits corps étrangers qui ſont répandus dans l'air que contient le récipient.

Cet air nouvellement renfermé doit être conſidéré comme un échantillon de l'atmoſphère, la maſſe dont il fait partie n'eſt point un corps ſimple, c'eſt, comme l'on ſait, un
* Pag. * fluide chargé de particules hétérogènes,
245 in 4. il y participe en raiſon de ſon volume. Ces petits corps étrangers, que je regarde comme la cauſe prochaine de la vapeur, exiſtent donc dans le récipient; mais parce qu'ils y ſont, produiſent-ils l'effet que je leur attribue? c'eſt ce qu'il faut examiner.

Je

Je fonde mon opinion ſur deux ſortes d'expériences. Les unes m'apprennent que cette vapeur n'eſt cauſée ni par l'humidité du vaſe, ni par celle du plan ſur lequel il eſt poſé, & que l'une & l'autre ne font tout au plus que l'augmenter. Les autres prouvent poſitivement ma propoſition ; & me font croire que cette vapeur eſt due toute entière à la réunion & à la chute des petits corpuſcules étrangers dont l'air eſt chargé, & qui ſe trouvent renfermés avec lui dans le récipient.

Quelque déciſive que me parût l'expérience du récipient ſéché & luté, il me reſtoit un léger ſcrupule ſur l'air contenu dans les pores & à la ſurface de la cire: comme je ſavois d'ailleurs qu'elle en contient beaucoup, je craignois que cet air en ſe dilatant, n'entraînât avec lui quelque choſe de gras ou d'humide; quoiqu'en ſuppoſant le cas réel, je ne viſſe pas qu'il fournît une raiſon ſuffiſante du fait en queſtion, j'étois bien aiſe de joindre à cette prémière preuve d'autres expériences qui diſſipaſſent entierement mes doutes.

J'eſſuyai bien un récipient de criſtal, d'environ 6 pouces de diamètre, je l'appliquai ſur la platine de la Machine Pneumatique, couverte d'un cuir de chamois également mouillé dans toute ſon étendue, & je commençai promtement à raréfier l'air; un peu avant la fin du prémier coup de piſton, la vapeur devint ſenſible, & elle ceſſa de l'être après le quatrième: j'ôtai le récipient, je l'eſſuyai de nouveau, & je le remis ſur la

platine qui n'étoit plus entierement couverte, comme précédemment, mais seulement d'un anneau de cuir fort étroit, sur lequel je posai les bords du vase, & qui ne les excédoit que d'une ligne en dedans; le reste du plan étant bien essuyé & bien séché, je vuidai l'air aussi-tôt par plusieurs coups de piston, & j'observai la vapeur qui * me parut être la même dans son commencement, dans son progrès & dans sa fin, qu'elle avoit été dans l'expérience précédente, lorsque la platine étoit entierement couverte d'un cuir mouillé.

* Pag. 240. in 4.

Si l'humidité du plan étoit la cause de la vapeur, dans cette dernière expérience, ou elle n'auroit point paru, ou elle auroit été diminuée considérablement ; elle a subsisté sans aucune diminution sensible ; elle n'est donc point l'effet de cette humidité: une autre épreuve que je vais rapporter, servira de confirmation à la précédente.

Je pris deux récipiens de capacités à peu-près égales, mais de diamètres fort différens, l'un étoit large d'environ 3 pouces, & l'autre de 6; après les avoir bien essuyés en dedans, je les appliquai successivement & sur les mêmes cuirs à la Machine Pneumatique : le même nombre de coups de piston fit paroitre & disparoitre la vapeur dans l'un & dans l'autre, & je n'apperçus aucune différence dans la quantité.

Il paroit donc que le plus ou le moins de vapeur n'est point rélatif à la grandeur des surfaces mouillées lorsqu'on fait l'expérience avec promtitude; car si la masse d'air contenu

nu dans le récipient, reſtoit quelque tems ſur des ſurfaces humides avant l'expérience, on conçoit aiſément qu'elle ſe chargeroit de parties aqueuſes, & qu'elle en prendroit d'autant plus qu'elle toucheroit plus de ſurface, & plus longtems. Achevons de faire voir que l'effet abſolu ne dépend point des ſurfaces humides, & cela par une troiſième expérience dont voici le procédé & le réſultat.

Je joignis enſemble, par le moyen d'un canal de cuivre garni d'un robinet, deux vaiſſeaux de criſtal bien nets, dont l'un ayant la forme d'un récipient ordinaire ouvert par le haut, avoit 8 pouces de diamètre, & environ un pied de hauteur; l'autre étoit un globe ou ſphéroïde de 6 pouces à ſon plus grand diamètre, la clef du robinet portoit une rainure parallèle à ſon axe, par le moyen de laquelle je pouvois laiſſer rentrer l'air extérieur dans l'un des deux vaiſſeaux, à l'excluſion de l'autre.

* Les choſes étant ainſi diſpoſées, & le robinet fermant la communication du globe au récipient, je raréfiai l'air dans ce dernier autant qu'il me fut poſſible, j'ouvris enſuite la communication d'un vaiſſeau à l'autre, une partie de l'air contenu dans le globe paſſa dans le récipient, & auſſi-tôt je vis paroître la vapeur à l'ordinaire dans ce même globle, où il n'y avoit pas lieu de croire que l'humidité des cuirs pût avoir été élevée en ſi peu de tems, par un ſi petit canal, & en ſi grande quantité, d'autant plus que le vaiſſeau inférieur étant d'une bien plus grande capaci-

* Pag. 247. in 4.

 té

té que l'autre, & le canal de communication étant fort étroit, il arrivoit souvent que la vapeur paroissoit dans le globe avant que d'être sensible dans le récipient. Nous dirons dans la suite de ce Mémoire, pourquoi cela n'arrive pas toujours, & par quelle raison cela arrive quelquefois, il nous suffit d'observer présentement, qu'il n'est pas vraisemblable que cette vapeur vienne du vaisseau inférieur, où elle ne donne le plus souvent aucun signe d'existance.

Je tournois ensuite la rainure de la clef du robinet du côté du globe, & l'air extérieur y entroit pour remplir la place de celui qui étoit passé dans le grand récipient, puis ouvrant la communication, je réïterois ainsi l'expérience pour avoir lieu de faire quelques observations que je rappellerai ci-après.

Il me restoit encore à résoudre une petite objection qui avoit quelque apparence de probabilité pour l'humidité des cuirs. Quand on ôte l'air d'un récipient, sur-tout s'il a beaucoup plus de hauteur que de largeur, quoique la vapeur s'étende presque en un instant, on peut remarquer cependant qu'elle commence par la partie inférieure; j'en devinai bientôt la cause, & je m'en assurai par l'expérience suivante.

Je prolongeai par un tuyau de 8 pouces le canal du robinet qui aboutit au centre de la platine, je le couvris d'un récipient de 3 pouces de diamètre, & de 9 pouces de haut, & alors quand je raréfiai l'air, la vapeur commen-

mença à se faire voir par la partie supérieure par où commençoit la raréfaction.

* Les faits que je viens de citer, paroissent ne laisser aucun lieu d'attribuer la vapeur en question à l'humidité des surfaces renfermées par le récipient; je vais maintenant en citer d'autres qui prouvent que cet effet est dû aux corps étrangers qui se trouvent répandus dans cette portion d'air que le récipient renferme lorsqu'on l'applique à la Machine du Vuide. Je suivrai la même méthode que ci-dessus, je varierai de plusieurs manières la cause que je soupçonne, & si ces variations causent des changemens rélatifs & proportionnels dans l'effet que je lui attribue, je concluerai avec la certitude qui convient à la plupart des connoissances physiques, que j'ai bien rencontré.

* Pag. 248. in 4.

Si cette vapeur dont nous cherchons la cause, n'est pas produite par l'humidité des cuirs, comme il a été prouvé, il faut donc qu'elle le soit, ou par l'air même qui est renfermé dans le récipient, ou par les corps étrangers qui y sont mêlés avec lui: or l'air seul considéré en lui-même, n'est point la cause de cet effet, par les raisons qui suivent.

1. On sait que les parties de l'air le plus condensé, ne sont point visibles par elles-mêmes, comment le deviendroient-elles lorsqu'elles sont plus rares que dans leur état ordinaire?

2. Cette vapeur n'est point la même dans le même récipient, en différens tems & en différens lieux, quoique le Baromètre & le Ther-

Thermomètre expriment la même température, comme on aura occasion de le remarquer ci-après.

3. Il est très facile d'observer que cette espèce de brouillard, au moment qu'il paroit, se concentre vers le milieu du vaisseau, & laisse entre les parois & lui un espace fort transparent. Sont-ce là les signes d'une masse à ressort qui se dilate ?

4. Les mouvemens de cette vapeur qui tournoye & qui se précipite, ne s'accordent point avec la dilatabilité de l'air, qui donne lieu à ses parties de s'étendre en tout sens, & qui bien-loin d'augmenter le poids des pe-
* Pag. tites portions * qui composent le volume
249. in 4. total, leur donne au contraire une légereté respective qu'elles n'ont pas quand l'air est plus condensé.

L'air par lui-même n'est donc point la cause de la vapeur, elle ne peut venir que des parties étrangères qu'il porte avec lui, & l'expérience le prouve.

Celle que j'ai déja citée, de deux Récipiens de même capacité, quoique de differens diamètres, qui, à des dégrés égaux de raréfaction, ont fait voir la même quantité de vapeur, en m'apprenant que cet effet n'est pas proportionné à l'étendue du plan terminé par leurs bords, m'a fait juger qu'il dépendoit d'une matière dont la quantité étoit rélative au volume d'air qu'ils renfermoient. J'ai rendu cette expérience plus complette & mon jugement plus certain, en prenant deux vaisseaux de capacités inégales; ils étoient à peu-près dans la proportion de 1 à 2. La va-

vapeur parut dans le prémier à la fin du 1. coup de piston ; il en falloit presque deux pour la rendre sensible dans le second. Dans le plus petit elle disparoissoit ordinairement après le 3me. coup; dans le plus grand, il en falloit au moins six pour achever de la dégager.

Quand je me servois des deux vaisseaux communiquans dont j'ai déja parlé, & que je faisois passer l'air du globe dans le grand récipient, si cet air n'étoit que médiocrement chargé de ces corps étrangers, la vapeur devenoit sensible dans le vaisseau supérieur avant que de paroitre dans celui de dessous.

Comme ces particules étrangères à l'air, ne sont point dilatables comme lui, & qu'au contraire elles se condensent & se rassemblent à mesure que l'air les abandonne en se raréfiant, il en reste plus dans le globe qu'il n'en passe avec l'air dans le récipient; ce qui y passe, y arrive successivement à cause de la petitesse du canal, il s'y étend & se dissipe avant qu'il y en ait une assez grande quantité pour être apperçue; au-lieu que dans le globe où il y en a davantage, par proportion au volume d'air, ces parties n'ont besoin pour paroitre, * que du dégré de raréfaction nécessaire dans le fluide qui les soutient.

* Pag. 250. in 4.

Mais parce que cette vapeur suit dans ses proportions le volume d'air contenu dans le vaisseau, & qu'il ne paroit pas vraisemblable de l'attribuer à l'air même, est-il pour cela suffisamment prouvé qu'elle doive l'être à ces petits corps étrangers qu'il renferme entre ses parties ?

Si

Si ce que j'ai dit jusqu'ici sent encore un peu la conjecture, je me flatte que cette conjecture prendra le caractère de vérité, prouvée par les expériences que je vais citer.

Dans l'opinion où j'étois que la vapeur du récipient n'étoit que celle de l'Atmosphère rendue sensible, & sachant d'ailleurs que l'Atmosphère en est plus ou moins chargée selon les différens tems & les différens lieux, j'ai pensé que l'analogie étoit ici un moyen propre à me procurer les lumières que je cherchois. Voici la plus simple & peut-être la plus décisive des expériences que j'ai faites en conséquence.

J'avois fait toutes mes épreuves précédentes dans un Laboratoire où depuis plusieurs jours je distillois de la Lavande, où je faisois & où l'on employoit des Vernis de différentes espèces, desorte que la masse d'air renfermée dans cette chambre, étoit chargée de beaucoup de parties hétérogènes; je nettoyai bien un récipient, j'en pompai l'air, en comptant les coups de piston, & j'observai le commencement, la quantité apparente & la durée de la vapeur. Je transportai ensuite ma Machine Pneumatique dans une autre chambre au Midi, où il ne règnoit aucune odeur sensible, dans un tems fort sec; j'essuyai bien encore le même récipient, & je le remis en expérience, observant les mêmes choses que ci-dessus, & de plus m'assurant par un Baromètre & un Thermomètre, que l'air étoit à très peu de différence près, dans la même température, j'eus le plaisir de voir

que

que la vapeur étoit considérablement moindre. Je fis cette expérience plusieurs fois, & je trouvai toujours des différences sensibles entre la vapeur observée au Laboratoire, & celle qui paroissoit quand j'opérois dans des lieux où l'air étoit plus pur.

* Cette expérience me conduisit à une autre qui est presque aussi simple. Je répandis de l'Esprit de vin sur un mouchoir que je couvris d'un récipient; quelque tems après j'ôtai le mouchoir doucement, observant de ne point déplacer le volume d'air renfermé dans le vaisseau, & je raréfiai l'air; la vapeur me parut bien plus abondante qu'elle n'avoit coutume d'être dans le même vaisseau essuyé & séché.

* Pag. 251. in 4.

Je fis la même épreuve avec des fleurs de Lavande, des Oeillets, &c. Lorsque je pompois l'air dans l'instant, la vapeur étoit médiocre, elle devenoit plus abondante à proportion du tems que les fleurs avoient été renfermées sous le récipient avant la raréfaction de l'air.

Un même récipient posé plus ou moins longtems sur les cuirs mouillés de la platine, avant que de mettre la Machine du Vuide en jeu, fait voir aussi une vapeur plus ou moins épaisse.

Enfin pour sentir d'un seul & même coup d'œil la valeur des preuves que je viens de rapporter, je joignis ensemble deux Cornues de verre blanc, d'égales capacités, dont les deux cous aboutissoient à la partie supérieure d'un petit Récipient qui leur servoit de base commune, & par le moyen duquel

je

je pouvois les appliquer à la Machine du Vuide.

La prémière épreuve que je fis avec ces deux vases de comparaison, me fit voir dans l'un & dans l'autre une vapeur sensiblement égale, conformément aux observations précédentes.

J'ôtai cet assemblage de vaisseaux, je chauffai le tout pour sécher l'intérieur & pour dilater l'air qu'ils contenoient, je les mis refroidir dans un lieu sec où l'air me parut le plus pur, je bouchai avec de la cire molle l'orifice d'une des deux Cornues, & je laissai l'autre ouverte, de manière que le récipient auquel elles étoient jointes, étant posé sur des odeurs ou sur des corps humides, il pût monter des vapeurs dans l'une à l'exclusion de l'autre. Quelques heures après je débouchai celle des deux Cornues à laquelle j'avois mis un bouchon de cire molle, & sur le champ je raréfiai l'air dans * le récipient qui servoit de base aux deux vaisseaux; j'apperçus d'abord, & de la même vue ce que m'avoit déja fait observer le transport de la Machine du Vuide en différens lieux: la vapeur fut beaucoup plus forte dans celle des deux Cornues qui avoit resté ouverte sur des odeurs & sur des corps humides.

* Pag. 252. in 4.

Nous voici donc autant certains qu'on peut l'être en matière de Physique, 1. Que la vapeur en question subsiste indépendamment des cuirs & des surfaces humides; 2. Qu'elle est produite par ce qu'il y a d'étranger dans la masse d'air que l'on raréfie.

Il faudroit maintenant savoir deux choses;

la-

la prémière, pourquoi ces petits corps étrangers qui ne se voyent point dans le récipient, tant que l'air est dans son état naturel, deviennent tout-à-coup visibles lorsque cet air est raréfié; la seconde, pourquoi cette vapeur tournoye dans le vaisseau, & se porte de haut en bas quand l'air est parvenu à un certain dégré de raréfaction.

J'ai déja dit qu'on devoit regarder cette petite portion d'air contenu dans le récipient, comme un échantillon de l'Atmosphère, ou, pour parler plus exactement, de cette masse d'air qui remplit le lieu où se fait l'expérience. Nous avons tous les jours sous les yeux des exemples en grand de ce que nous examinons ici en petit. On sait par des observations fréquentes & très connues, que quand il arrive quelque variation subite dans la température de l'air, quand son ressort est considérablement augmenté ou diminué, s'il se trouve chargé de beaucoup de vapeurs, ces particules de matière insensibles alors, & plus propres à être soutenues, parce qu'elles sont extrêmement divisées, se rapprochent, forment entre elles de petites masses plus solides, & delà plus pesantes, plus visibles.

C'est à cette réunion de parties, causée par une promte condensation de l'air qui les porte, qu'on attribue communément la chute des Pluyes; c'est aussi par une semblable réunion de parties, occasionnée par une dilatation subite de l'air, qu'on pourroit expliquer pourquoi un Brouillard, qui * s'est élevé le matin par un tems frais, se précipite en

* Pag. 253. in 4.

en pluye deux ou trois heures après, lorsqu'un rayon de Soleil échaufe à un dégré suffisant la partie de l'Atmosphère où règnent ces vapeurs.

La portion d'air que nous examinons dans un vaisseau fermé, doit nous montrer les mêmes effets par proportion à son volume, si nous le mettons dans un état équivalent à celui où se trouve la masse dont il fait partie, quand les vapeurs qu'elle contient, cessent d'être soutenues, & la rendent obscure. Dilater l'air par l'application d'une cause qui écarte ses parties, ou le raréfier, en donnant lieu à ces mêmes parties de s'étendre & de se tenir moins serrées, ce sont deux choses équivalentes, au moins quant à sa densité. Raréfions l'air du récipient par un ou deux coups de piston, il sera dans le même état où il seroit, si, confondu dans l'Atmosphère, il étoit dilaté par un certain dégré de chaleur: les vapeurs qu'il contient, doivent donc faire ici ce qu'elles feroient alors, se réunir, obscurcir l'espace où elles sont, & tomber; & comme l'air qui passe du récipient dans le corps de la pompe, en se portant de toutes parts au trou qui est au centre de la platine, heurte ces petits corps selon différentes directions, il les fait tournoyer quelque tems avant que leur propre poids les fasse tomber.

Les expériences rapportées dans ce Mémoire, paroissent indiquer une nouvelle méthode pour observer les matières étrangères qui sont répandues dans l'air. En variant les procédés, peut-être pourra-t-on trouver un

un moyen de juger avec quelque certitude, de la qualité des vapeurs dont il est chargé; au moins est-il certain qu'un Observateur un peu attentif, peut en estimer la quantité respective, en raréfiant l'air d'un même vaisseau, & au même dégré, en différens tems & en différens lieux.

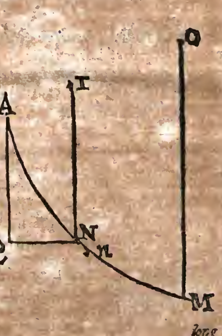
## * PROBLEME

* Pag. 254. in 4.

## PHYSICO-MATHEMATIQUE.

Par MR. CLAIRAUT (a).

*TROUVER la Courbe* AN, *telle que si dans un de ses points quelconques* N, *on élève une ligne verticale* IN, *égale à l'arc* AN, *& qu'on laisse tomber un corps du point* I, *la vitesse que ce corps aura aquise en tombant de cette hauteur, le fera remonter le*




long

(a) 27 Juillet 1740.

*long de la Courbe* AN, *jusqu'au sommet* A, *en finissant là son mouvement, le milieu où ce mouvement se passe, résistant comme le quarré des vitesses.*

Mr. Klingstierna, habile Géomètre, & Professeur de Mathématique à Upsal, me proposa ce Problème, comme je passois par cette Ville pour aller en Laponie. Voici la solution que je lui en donnai ; elle se trouva conforme à la sienne, quant au résultat.

Pour rendre ma solution plus claire, je commencerai par le Lemme suivant.

I.

LEMME. *Dans un milieu résistant comme le quarré des vitesses, si on laisse tomber un corps par une ligne droite de la hauteur* IN = s, *le quarré de sa vitesse en* N, *sera exprimé par* $gn - gnc^{-\frac{2s}{n}}$, g *exprimant la gravité,* n *l'intensité de la résistance* $\frac{vv}{n}$, & c *le nombre dont le Logarithme est l'unité.*

I

N

n

* Pag. 255. in 4. * Quoique cette proposition soit fort connue, la démonstration ne demande que deux mots, nous la rappellerons ici, pour éviter aux Lecteurs qui ne s'en ressouviendroient pas, la peine de l'aller chercher ailleurs.

Par

Par le principe des forces accélératrices, on aura $(g - \frac{vv}{n}) \frac{ds}{n} = dv$, ou $2gds = \frac{2}{n} vvds + 2vdv$, ou en multipliant tout par $c^{\frac{2s}{n}}$

$$c^{\frac{2s}{n}} 2gc^{\frac{2s}{n}} ds = \frac{2}{n} c^{\frac{2s}{n}} vvds + 2c^{\frac{2s}{n}} vdv,$$

dont l'intégrale est $ngc^{\frac{2s}{n}} = c^{\frac{2s}{n}} vv + A$, $A$ étant une constante ajoutée à volonté en intégrant.

Pour la déterminer cette constante, on fera $s = 0$, & il en viendra $ng = vv + A$; or comme $v$ doit être zéro, lorsque $s$ l'est, on aura donc $A = - ng$. Donc l'Equation

est $ng^{\frac{2s}{n}} = c^{\frac{2s}{n}} vv - ng$, d'où l'on tire

$$vv = ng - ngc^{-\frac{2s}{n}}.$$

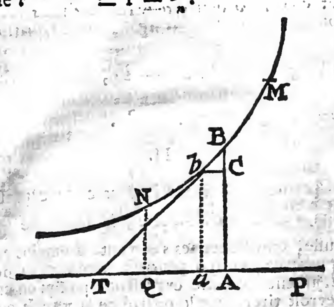
II.

SCHOLIE. Si l'on fait dans cette expression $n = \infty$, c'est-à-dire, la résistance $\frac{vv}{n}$ nulle, tous les termes s'en vont, du moins en apparence, ce qui pourroit faire douter de la justesse de cette expression, puisqu'on en devroit tirer, que le quarré de la vitesse est proportionnel à la chute, ainsi que Galilée l'a fait voir. Quoique le dénouement de ce petit paradoxe soit étranger à la question présente, on ne sera peut-être pas fâché de le trouver ici.

Toute la difficulté consiste à savoir bien ce que $c^{-\frac{2s}{n}}$ devient, lorsque $n = \infty$, $\frac{2s}{n}$ devant être alors $= 0$, semble donner $c^{-\frac{2s}{n}} = 1$.

Supposons que $\frac{2s}{n}$, au lieu d'être absolument zéro, soit * infiniment petit, je dis que $c^{-\frac{2s}{n}} = 1 - \frac{2s}{n}$.

* Pag. 256. in 4.




Pour le prouver, imaginons une Logarithmique $NBM$, dont $BA = AT$ soit la soutangente & $TP$ l'asymptote, il est évident que si l'on prend $AQ = \frac{2s}{n}$, soit que $n$ soit in-

infini, soit qu'il ne le soit pas, $QN$ représentera $c^{-\frac{2s}{n}}$.

Que $n$ soit infini à présent, c'est-à-dire, que $Aa = \frac{2s}{n}$ soit infiniment petit, on aura $ba = c^{-\frac{2s}{n}}$, mais $ba$ est plus petit que $AB = 1$, de la petite droite $BC = bc = \frac{2s}{n}$, donc $c^{-\frac{2s}{n}} = 1 - \frac{2s}{n}$, lorsque $n = \infty$.

Donc l'expression $ng - ngc^{-\frac{2s}{n}}$ devient alors $2gs$, ainsi qu'il devoit arriver.

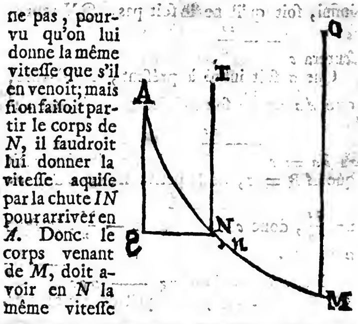
## III.

## SOLUTION DU PROBLEME.

Soient $AQ$ l'axe & $A$ le sommet de la Courbe cherchée $ANM$, dont la propriété est telle, que la vitesse qu'il faut en un point quelconque $M$ pour remonter l'arc $MA$, est égale à celle que donne la chute par la droite $OM$ égale à l'arc $AM$, je dis que lorsque le corps parti de $M$ avec la vitesse aquise par la chute $OM$, passe par un point quelconque $N$, il a la même vitesse qu'il auroit aquise en tombant de la hauteur $IN = AN$.

Pour en voir la raison, il suffit de remarquer que le corps * étant en $N$, il est indifférent qu'il vienne de $M$, ou qu'il n'en vien-

* Pag. 257. in 4.




ne pas, pourvu qu'on lui donne la même viteſſe que s'il en venoit; mais ſi on faiſoit partir le corps de *N*, il faudroit lui donner la viteſſe aquiſe par la chute *IN* pour arriver en *A*. Donc le corps venant de *M*, doit avoir en *N* la même viteſſe que celle qu'il auroit aquiſe en tombant de *IN*.

Nommons préſentement l'abſciſſe ou hauteur *A*&, $x$; l'arc *AN*, $s$; la gravité $g$, $v$ la viteſſe en *N*, $\frac{vv}{n}$ la réſiſtance, on aura $\frac{gdx}{ds}$ pour la partie de la force de la gravité qui retarde le mouvement du corps en *N*; cette force ajoutée avec la réſiſtance, donnera $\frac{gdx}{ds} + \frac{vv}{n}$ pour la force retardatrice du corps placé en *N*. Cette force, multipliée par l'incrément du tems $\frac{ds}{v}$ donnera $\left(\frac{gdx}{ds} + \frac{vv}{n}\right) \frac{ds}{v}$ pour la perte de la viteſ-

tesse du corps, allant de $N$ vers $A$ pendant l'instant $\frac{ds}{v}$.

On n'égalera cependant pas cette quantité à $-dv$, mais à $+dv$, à cause que l'on suppose à l'ordinaire que les $dx$ & les $ds$ soient positifs, c'est-à-dire, que $AQ$ & $AM$ augmentent, & dans ce cas $v$ augmente aussi, car la vitesse en $n$ est plus grande qu'en $N$.

On a donc $\left(\frac{gdx}{ds} + \frac{vv}{n}\right) ds = vdv$, & par le Lemme $vv = gn - gnc^{-\frac{2s}{n}}$, puisque la vitesse en $N$ est la même que celle que le corps a aquise en tombant par $IN$.

Substituant la valeur de $vv$ tirée de la seconde Equation * dans la prémière, on aura * Pag. 258. in 4.

$$\left(\frac{gdx}{ds} + g - gc^{-\frac{2s}{n}}\right) ds = gc^{-\frac{2s}{n}}$$

$ds$, ou $dx = 2c^{-\frac{2s}{n}} ds - ds$ pour l'Equation de la Courbe cherchée; & comme cette Equation est toute séparée, elle fournit nécessairement une construction à la Courbe (*a*). Voici celle de Mr. Klingstierna,

(*a*) Quoique dans ce Problème on ne donne la Courbe $ANM$, qu'en supposant la résistance comme le quarré de la vitesse, il est évident qu'on trouveroit cette Courbe dans toutes sortes d'hypothèses de résistance par la même méthode; car soit $V$ la fonction de $v$ qui exprime la résistance, on aura alors les deux Equations $\left(\frac{gdx}{ds} + V\right) ds = vdv$ & $gds - Vds = vdv$, par lesquelles il est aisé de construire la Courbe.

na, telle qu'il me l'a donnée, sans démonstration. On en verra l'accord avec la solution précédente.

## I V.

## CONSTRUCTION.

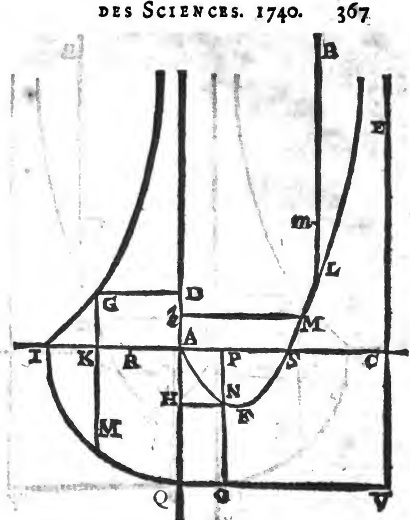
„ Ayant décrit la Logarithmique $IG$, dont „ l'asymptote soit $AD$, & dont la prémière „ ordonnée $AI$, égale à la soutangente, soit „ le double de la hauteur par laquelle un „ corps tombant dans le vuide, aquerroit u„ ne vitesse égale à la plus grande qu'il puis„ se avoir en tombant dans le milieu résis„ tant; on décrira du centre $A$ & de l'inter„ valle $AI$, le quart de cercle $IQ$, & l'on „ menera $QOV$, parallèle à $IAP$.

„ Prenant ensuite un point quelconque $D$ „ dans l'asymptote, on menera $DG$ parallè„ le à $IA$, & $GM$ parallèle à $DQ$, & l'on „ fera le rectangle $AQPO$ égal au double „ du segment $IKM$. Puis prenant $AR$, troi„ sième proportionnelle à $AI$ & à $AK$, & „ $DH = IR$, on n'aura plus qu'à mener $HN$ „ parallèle à $AP$, & $PN$ à $AD$, pour avoir „ le point $N$ à la Courbe cherchée.

## DEMONSTRATION.

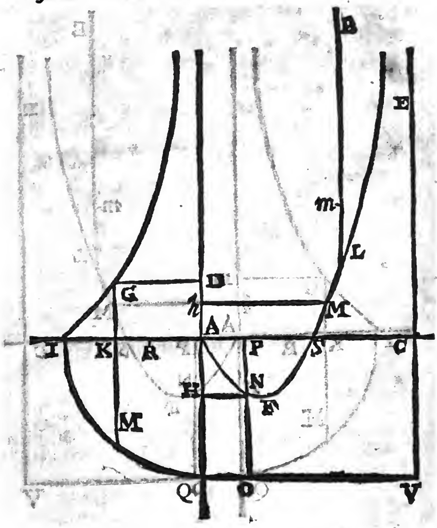
Il est évident que $AI$ doit être ce que nous avons appellé $n$, * car $V(ng - gnc^{-\frac{2s}{n}})$ répréſentant le quarré de la vitesse qu'un corps

* Pag. 259. in 4




corps peut aquérir de la hauteur $s$, le *Maximum* de cette quantité sera $n g$, qui n'arrive que lorsque $s = \infty$. Or dans le vuide un corps qui tomberoit de la hauteur $\frac{1}{2} n$, auroit pour vitesse $\sqrt{gn}$ : donc $AI = n$ est le double de la hauteur d'où un corps tom-

 bant




chant dans le vuide, aquerra une vitesse égale à la plus grande qu'il puisse avoir dans le milieu. On va voir présentement que la droite *AD* est égale à *s*, que *PN* est *x*, & *AN*, *y*, ou l'ordonnée répondante à *x*.

Par la Logarithmique *IG*, dont la soutangen-

gente est $n$, si $AD = s$, $DG = nc^{-\frac{s}{n}}$; donc $AR$, troisième * proportionnelle à $AI$ * Pag. 260. in 4°.
& à $AK$, sera $nc^{-\frac{2s}{n}}$, & par conséquent $IR = n - nc^{-\frac{2s}{n}}$, & $AH = IR - AD = n - nc^{-\frac{2s}{n}} - s$, ou, ce qui revient au même, $= x$. Car l'Equation $dx = 2c^{-\frac{2s}{n}}ds - ds$ étant intégrée, donne $x = -c^{-\frac{2s}{n}} + n - s$, à cause que $s$ étant zéro, $x$ doit l'être aussi. Venons présentement à $y$ ou $PN$.

$AK$ étant $nc^{-\frac{s}{n}}$, & $AI$, $n$; le segment $AKQM$ aura * pour valeur $\int -nc^{-\frac{s}{n}} ds \sqrt{(1 - c^{-\frac{2s}{n}})}$, & le segment $IKM$, $nnQ + \int nc^{-\frac{s}{n}} ds \sqrt{(1 - c^{-\frac{2s}{n}})}$, en supposant que $Q$ représente la superficie du quart de cercle dont le rayon est $1$. Donc $AP = \frac{2IKM}{AQ}$ sera $2nQ$ * Pag. 261. in 4°.
+

$+\int c^{-\frac{s}{n}} ds \sqrt{(1-c^{-\frac{2s}{n}})}$ ; reste à prouver que cette quantité est la valeur de $y$.

Par l'Equation $dx = 2c^{-\frac{2s}{n}} ds - ds$, on a $dx^2 = ds^2 - dy^2 = 4c^{-\frac{4s}{n}} ds^2 - 4c^{-\frac{2s}{n}} ds^2 + ds^2$ ; d'où l'on tire $dy = 2c^{-\frac{s}{n}} ds \sqrt{(1-c^{-\frac{2s}{n}})}$, & par conséquent $y$ égale à la quantité précédente.

Il est aisé de voir que la Courbe en question touche son axe $AQ$ en $A$ ; qu'après avoir descendu jusqu'en $F$ où sa tangente est parallèle à l'horison, elle remonte jusqu'à l'infini, & a pour asymptote $VE$, parallèle à $AQ$, & distante de cette ligne d'un intervalle égal au quart de cercle $IQ$.

V.

Quoique la solution précédente ne semble s'appliquer qu'à la partie $FA$ de la Courbe, la partie $FL$ aura la même propriété ; c'est-à-dire, que si d'un point quelconque $L$, on élève la droite $LB = AFL$, & qu'on laisse tomber un corps le long de $BL$, ce corps continuant de se mouvoir le long de l'arc $LFA$, arrivera toujours en $A$ à la fin de son mouvement, en perdant de sa vitesse dès qu'il quitte

quitte la droite $BL$, pour descendre sur la courbe $LFA$.

Pour le prouver, il suffit de faire voir que si on cherchoit directement une Courbe $LNA$, telle que le corps partant de $L$ avec la vitesse aquise par $LB = AFL$, il n'ait plus au point quelconque $M$, que la vitesse qui seroit * aquise par la hauteur égale à $AFM$, la Courbe qui en viendroit, seroit exprimée par la même Equation que la précédente.

* Pag. 262. in 4.

Pour cela, soit $Ah = x$, & $AFM = s$, on aura pour la force retardatrice en $M$, $\frac{vv}{n} - \frac{gdx}{ds}$, & par conséquent $\left(\frac{vv}{n} - \frac{gdx}{ds}\right)\frac{ds}{v} = dv$. Or cette Equation avec $vv = gn - gnc^{-\frac{2s}{n}}$ donnera $-dx = 2c^{-\frac{2s}{n}}ds - ds$, qui est la même Equation que la précédente, à cela près qu'il y a $-x$, au lieu de $+x$, ce qui doit être, puisque c'est la branche opposée.

Quant à la partie $SF$, elle n'est pas plus difficile à considérer.

## VI.

Il est à remarquer que le tems que le corps met à aller de $L$ en $A$, est précisément le même que celui que le corps employe à tomber de $B$ en $L$. Car si l'on prend dans un point quelconque $M$, la longueur $AM$, & qu'on la porte de $B$ en $m$, on verra que la vitesse

viteſſe en $m$ eſt la même que celle en $M$, d'où le tems par l'élément en $m$, eſt le même que le tems par l'élément en $M$. Donc le tems total par l'arc $AML$ eſt le même que celui de la chute par $BL$. Donc le tems employé à parcourir l'arc $AML$ de notre Courbe eſt exprimé par $\int \frac{ds}{\sqrt{(ng - ng^{-\frac{2s}{n}})}}$, qui s'integre par les Logarithmes en l'écrivant ainſi $\int \frac{c^{\frac{s}{n}} ds}{\sqrt{(ngc^{\frac{2s}{n}} - ng)}}$, ou $\sqrt{\frac{n}{g}}$ $\times \int \frac{c^{\frac{s}{n}} \frac{ds}{n}}{\sqrt{(c^{\frac{2s}{n}} - 1)}}$, ou $\sqrt{\frac{n}{g}}$ $\times l[c^{\frac{s}{n}} + \sqrt{(c^{\frac{2s}{n}} - 1)}]$, qui, étant égalé à $\sqrt{\frac{2z}{g}}$, donnera la hauteur $z$, d'où il * faudroit qu'un corps tombât dans le vuide pour employer un tems égal à celui que le corps met à parcourir l'arc $s$ de la Courbe.

* Pag. 263. in 4.

SUITE



